

ALEXANDER MAZ-MACHADO, LUIS RICO

PRINCIPIOS DIDÁCTICOS EN TEXTOS ESPAÑOLES DE MATEMÁTICAS EN LOS SIGLOS XVIII Y XIX

DIDACTIC PRINCIPLES IN SPANISH MATHEMATICS TEXTBOOKS
IN THE 18TH AND 19TH CENTURIES

RESUMEN

El carácter formativo de los libros de texto se incrementa cuando incorporan criterios y ciertos principios didácticos para la comprensión de sus contenidos. La faceta didáctica de los libros de texto era conocida por los autores españoles de matemáticas durante los siglos XVIII y XIX. Mediante el estudio de algunos manuales matemáticos publicados en España en este periodo, identificamos determinados criterios didácticos que sus autores han puesto de manifiesto en la organización de los contenidos. Los criterios de análisis son: actualización, originalidad, rigor y precisión, interés social de las matemáticas, principios filosóficos y principios didácticos.

PALABRAS CLAVE:

- *Libros de matemáticas*
- *Historia de la educación*
- *Matemáticas en España*
- *Principios didácticos*
- *Libros de texto*

ABSTRACT

The formative nature of textbooks increases when criteria are incorporated and certain teaching principles for the understanding of their contents. The didactic facet of the textbooks was known by the Spanish authors of mathematics since the eighteenth and nineteenth centuries. By studying some mathematical textbooks published in Spain in this period, we identified certain educational criteria that the authors have shown in the organization of the contents. The criteria for analysis are: update, originality, exactitude and precision, social interest in mathematics, philosophical principles and didactic principles.

KEY WORDS:

- *Mathematics textbooks*
- *History of education*
- *Mathematics in Spain*
- *Teaching principles*
- *Textbooks*



RESUMO

O caráter formador dos livros de texto aumenta quando eles incorporam critérios e certos princípios didáticos para a compreensão dos conteúdos. A faceta didática dos livros escolares era conhecida pelos autores espanhóis de matemática durante os séculos XVIII e XIX. Através do estudo de alguns manuais de matemática publicados na Espanha nesse período, identificamos determinados critérios didáticos que seus autores puseram na organização dos conteúdos. Os critérios de análise são: atualização, originalidade, rigor e precisão, interesse social da matemática, princípios filosóficos e princípios didáticos.

PALAVRAS CHAVE:

- *Livros de matemática*
- *História da educação*
- *Matemática na Espanha*
- *Princípios didáticos*
- *Livros escolares*

RÉSUMÉ

Le composant formatif des manuels scolaires s'accroît lorsqu'on inclut des critères et certains principes didactiques pour la compréhension de ses contenus. L'aspect didactique des manuels été déjà connu par les auteurs espagnols en mathématiques pendant le XVIIIe et le XIXe siècle. Par le moyen de l'étude de quelques manuels mathématiques publiés en Espagne à cette époque-là, on a identifié certains critères didactiques que les auteurs ont mis en évidence dans l'organisation des contenus. Les critères d'analyse sont : actualisation, originalité, rigueur et précision, intérêt social des mathématiques, principes philosophiques et principes didactiques.

MOTS CLÉS:

- *Manuels de mathématiques*
- *Histoire de l'éducation*
- *Mathématiques en Espagne*
- *Principes didactiques*
- *Manuels scolaires*

1. INTRODUCCIÓN

Hasta hace pocas décadas la documentación escrita era prácticamente el medio usual elegido para mantener la memoria histórica de una sociedad, siendo los libros uno de sus exponentes más utilizado. La irrupción de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación han potenciado otros medios visuales e informáticos, lo cual ha hecho que los libros impresos disminuyan su anterior protagonismo y deban competir con Internet, con documentos y libros electrónicos, con las bases de datos y otros registros cuya función es la de conservar la memoria cultural y científica de la sociedad.

Los libros reflejan los hábitos y costumbres, la organización de las ideas, la actividad intelectual, las relaciones públicas de apropiación y exclusión del saber y, en muchos casos, las modas y tendencias imperantes de una época determinada. Los libros para la enseñanza no son ajenos a esta consideración y, por tanto, proporcionan oportunidades para observar la forma de transmitir el saber y utilizarlo en los asuntos sociales. Muestran su vinculación con los avances del sistema educativo, su relación con los conocimientos científicos de cada momento, de forma particular para nuestro interés, mediante la conexión que mantienen con las disciplinas matemáticas.

El avance de las matemáticas como disciplina ha sido gradual, basado en resultados que provienen de diversas aportaciones, si bien el camino no ha sido lineal porque se han necesitado décadas, incluso siglos de esfuerzo antes de conseguir progresos de importancia (Wussing, 1998). Tres han sido los motores del progreso matemático: la investigación de nuevas ideas, las aplicaciones técnicas e innovaciones basadas en los nuevos conocimientos y la comunicación de las ideas matemáticas.

Las matemáticas están presentes en nuestra vida cotidiana en multitud de acciones de cuya amplia ubicuidad apenas somos conscientes. Ocupan un lugar destacado en la formación de las personas, por ello, durante siglos, se han realizado esfuerzos por redactar documentos para comprenderlas, explicarlas, aprenderlas y usarlas en beneficio de la sociedad.

Hoy la enseñanza obligatoria se apoya en los libros de texto para todas las asignaturas. La función de los libros es guiar y orientar los procesos de enseñanza, pues no sólo dan apoyo didáctico, sino que son componentes sustantivos de la planificación del profesor. Esto podría tener efectos negativos en los procesos de enseñanza y aprendizaje ya que los profesores, debido a una eventual dependencia de los libros de texto, verían limitada su libertad para seguir otras estrategias quizás más eficaces (Mustafa y Cullingford, 2008).

El libro de texto es “un soporte curricular y un espejo de la sociedad” (Escolano, 1997, p. 15) que pone de manifiesto prácticas institucionalizadas sobre cómo los conocimientos científicos se gestionan y se enseñan, se comparten y se difunden socialmente. Esto hace que los libros transmitan ideas educativas, principios morales y filosóficos, aspectos que no se consideran parte del propio conocimiento, como ocurre con las propuestas pedagógicas, normas, valores, reglas didácticas, tendencias curriculares, planteamientos político-sociales así como los significados y usos del saber profesional.

El libro de texto tiene una finalidad didáctica y responde a unos principios didácticos, que son aspectos generales de la estructuración del contenido, organización y método de la enseñanza (Klinberg, 1972). Tienen que ver con el carácter científico de los conocimientos, su asequibilidad o comprensión, su sistematización, la relación entre teoría y práctica, la relación entre lo concreto y lo abstracto, lo individual y lo grupal (Díaz, 2002; Klinberg, 1972).

Gómez (2011a) señala que la estructura de un manual (texto) se caracteriza por:

“(a) un modelo de agrupación temática con denominación propia, a saber: lecciones, temas, unidades y actividades; (b) un modelo de codificación que usa diferentes tipos de letras, párrafos numerados y epígrafes resaltados; (c) unas formas específicas de expresión literaria como son las definiciones, explicaciones, demostraciones, preguntas y respuestas, diagramas, etc.; y (d) unos modos de orientación al lector mediante el uso de ejemplos, ejercicios, problemas, cuestiones o actividades.” (p. 51)

El estudio de los libros de texto actuales o del pasado aporta nuevas ideas para la comprensión del desarrollo, tanto de los conocimientos específicos de una ciencia, como de los cambios curriculares y reformas de los sistemas educativos de uno o varios países (Popkewitz, 1994). Los autores españoles, en particular de matemáticas, durante los siglos XVIII y XIX plasmaron en ellos unos principios o reglas didácticas acordes a su formación académica o a su entorno profesional: ejército, iglesia, universidad, etc. En este artículo centramos la atención en los principios didácticos de los libros de texto para las matemáticas en España en los siglos XVIII y XIX.

2. LIBROS DE TEXTO, ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS E INVESTIGACIÓN EDUCATIVA

El término *libro de texto* señala que dicha obra contiene una presentación sistemática de principios sobre un determinado objeto de conocimiento o una colección de escritos sobre una determinada cuestión que contribuyen a su comprensión y tratamiento (Pationitis, 2006). La denominación de libro de texto también se utiliza para otorgar autoridad a un documento de un área de conocimiento determinada (Stray, 1994). En este caso, el objeto de conocimiento son las matemáticas y su enseñanza.

Las matemáticas siempre han formado parte de los programas de formación de los ciudadanos a lo largo de la historia, desde la invención de la imprenta hasta la actualidad, razón por la cual los libros de matemáticas han acompañado dicho proceso. Esto hace que dispongamos de libros de texto matemáticos desde mediados del siglo XV. Estos libros son documentos históricos de la disciplina y de la historia de la Educación Matemática, son fuentes documentales primarias y esto permite su estudio y su comparación durante periodos de tiempo determinados.

Los educadores matemáticos reconocen la importancia del libro de texto en la enseñanza de las matemáticas. El informe Cockcroft (1985) indica que “los libros de texto constituyen una ayuda inestimable para el profesor en el trabajo diario del aula” (p. 114). También el *Third International Mathematics and Science Study* (TIMSS) (IEA, 1999) reconoce su importancia en la clase de matemáticas e incluye preguntas sobre el porcentaje de tiempo de uso semanal en clase por parte del profesor.

Selander (1995) plantea: ¿por qué puede ser hoy interesante para investigadores y profesores indagar sobre los libros de texto? Propone reflexionar sobre la investigación centrada en libros de texto, especialmente en los de matemáticas, prestando especial atención a dos argumentos. En primer término, subraya que para toda sociedad es primordial la transmisión de su cultura y que los libros han sido una de las vías principales que ha socializado la cultura matemática y contribuido a su difusión, transmitiendo conocimientos e información con cierta intencionalidad (García y Beas, 1995). En segundo término, considera que en la construcción de nuevos conceptos, particularmente matemáticos, el lenguaje asume un papel mediador cuyo referente es el lenguaje textual, de ahí la importancia epistemológica del análisis de los libros de texto de matemáticas.

Estas razones subrayan la importancia de los libros de textos en la socialización de las matemáticas. No obstante, pocas veces estos son reconocidos como ejes centrales de la difusión del conocimiento científico (Bensaude-Vicent, 2006).

Actualmente se abren nuevas líneas de trabajo con los libros de texto al asumirlos como medios de conexión entre las metas educativas y las actividades de aula (Johanson, 2005). La potencialidad e implementación del currículo la representan los libros de texto y otros recursos o materiales organizados, que generan conexiones entre la intención curricular y su implementación. MacCrory (2006) afirma que el uso de libros de texto hace que estos sean un aglutinador curricular que proporciona oportunidades generales de aprendizaje, tanto para los alumnos como para los profesores, en especial los profesores en formación.

Últimamente se ha generado un interés por investigar los textos de matemáticas en diversos niveles educativos y desde variadas perspectivas: histórica, didáctica, conceptual o centrada en contenidos matemáticos (Azcárate y Serradó, 2006; Gómez, 2001; Gómez, 2011a; Gómez 2011b; Maz y Rico, 2007, 2009a; Picado y Rico, 2011; Sierra, González y López, 1999).

Estas investigaciones, desde una perspectiva histórica y social, requieren de técnicas y modelos propios de la historiografía de las ciencias. Schubring (1987) propone:

1. Una primera dimensión que analiza los cambios en varias ediciones de un mismo texto.
2. La segunda dimensión consiste en encontrar cambios correspondientes en otros libros de la misma época.
3. La tercera dimensión relata los cambios en el contexto o entorno; por ejemplo, cambios en los documentos ministeriales, debates didácticos, etc.

El análisis de textos escolares proporciona información sobre los contenidos, los conocimientos tratados y también sobre aspectos pedagógicos, curriculares o sociales. La consideración de estos factores facilita las investigaciones históricas sobre aspectos didácticos con textos, por la variedad y riqueza de información que contienen.

McCrary (2006) encontró evidencias de que algunos de los libros se cimentan en otros libros escritos anteriormente, detectó lo que puede interpretarse como una genealogía de los libros de texto de matemáticas. Esto plantea preguntas a las que se intenta dar respuesta:

- ¿Cómo pueden caracterizarse estos libros de texto?
- ¿De qué forma unos libros de texto de matemáticas son diferentes a los de la generación previa?
- ¿Qué complejidades de enseñanza matemática y del conocimiento del profesor para la enseñanza de las matemáticas se reflejan en ellos?

Estas preguntas sobre genealogía y evolución de los libros de texto de matemáticas pueden ser trasladadas al medio español. Un primer paso para una respuesta es conocer cómo eran los antiguos libros de texto de matemáticas y qué planteamientos pedagógicos o didácticos sostenían.

Con estas ideas, presentamos una revisión histórica de algunos indicadores didácticos localizados en antiguos libros de texto de matemáticas. Hemos trabajado con manuales redactados por matemáticos españoles de los siglos XVIII y XIX, que tuvieron gran difusión y uso en la enseñanza de la aritmética y el álgebra en esta época. Por tal motivo, planteamos la siguiente pregunta que orientará la investigación: ¿Cuáles fueron los planteamientos y tratamientos didácticos de los libros de texto de matemáticas publicados en España en los siglos XVIII y XIX?

Para abordar este problema, hemos realizado un estudio histórico en el que se han indagado los principios didácticos que se ponen de manifiesto en los libros de matemáticas. Hemos entendido e interpretado los “principios”, no en términos actuales, sino en el uso que hacían del término los autores en su época. Para ello nos hemos documentado y hemos buscado referencias en diccionarios de la época:

- a) “Principio: del latín PRINCIPIUM, el comienzo de cualquier cosa. 2. Principios en las facultades, son los rudimentos y primeras proposiciones, como fundamento de la doctrina que se ha de seguir” (De Covarrubias, 1995, p. 907).
- b) “Principio: entrada, exordio, todo aquello por donde comienza alguna cosa. Base, fundamento, origen, razón fundamental, sobre la cual se procede discurriendo en cualquier materia.” (Gaspar y Roig, 1853, p. 907).

De acuerdo con estas referencias, el uso del término “principio” expresa los fundamentos y razones filosóficas y/o educativas que siguen los distintos autores.

3. METODOLOGÍA

Para seleccionar los libros objeto de análisis, se tomó en cuenta la importancia del autor y la trascendencia del texto en el sistema educativo español de la época, siguiendo un proceso aplicado en otras investigaciones históricas sobre libros de matemáticas (Maz y Rico, 2009a; Maz, 2009), para que la muestra fuera representativa de los dos siglos, se determinaron cuatro periodos históricos y se eligieron 14 obras.

Se utilizó el método de análisis didáctico del contenido que Rico (2013) y Gómez (2002) indican como apropiado para este tipo de estudios. Fueron fijados

seis criterios básicos sobre los que se centró el análisis (Tabla 1) de cada libro. Además se procuró identificar a quien estaba dirigida la obra. Cuando surgía un indicador destacable en un periodo pero que no era continuo en todos los periodos, se agregaba una nueva columna para dejar constancia de este hecho.

TABLA I
Plantilla para ubicar los indicadores de actividad didáctica en los textos

<i>Autor</i>	<i>Dirigido a</i>	<i>Actualización</i>	<i>Originalidad</i>	<i>Rigor y precisión</i>	<i>Interés social de las matemáticas</i>	<i>Principios filosóficos</i>	<i>Principios didácticos</i>

4. ACTIVIDAD DIDÁCTICA EN TEXTOS ESPAÑOLES DE MATEMÁTICAS DE LOS SIGLOS XVIII Y XIX

Los matemáticos españoles de esta época no destacan por su contribución al desarrollo teórico y formal de las disciplinas matemáticas; pero realizan una importante actividad académica y formativa durante esta época, que tuvo la voluntad de construir un espacio científico propio (Garma, 2002; Rico y Maz, 2005). Buena parte de esas actuaciones estuvieron centradas en la enseñanza, en la aplicación y difusión de los conocimientos, metas todas ellas sostenidas por la publicación de libros, algunos de los cuales alcanzaron una calidad notable (Rico y Maz, 2005).

La producción científica editorial de estos dos siglos presenta contrastes significativos, bien por el tipo de libros de texto de matemáticas que se escriben, bien por la personalidad de los autores y por la clase social de sus destinatarios (Maz, 2005). Para atender esta variedad consideramos cuatro periodos temporales y seleccionamos de ellos algunos textos significativos de aritmética y álgebra. Los periodos establecidos son:

4.1. *Periodo 1: Consolidación de los primeros Borbones en España (1700-1767). Periodo de influencia Jesuita*

Es un periodo de transición entre el antiguo régimen y las ideas ilustradas. Los primeros autores se forman en la época previa, pero los destinatarios son

nobles y funcionarios a cuyo progreso intelectual se quiere contribuir. Los libros seleccionados para este periodo son:

- *Elementos Mathematicos* (1706). Tomo I, de *Pedro de Ulloa*. Madrid: Antonio González de Reyes, Impresor.
- *Compendio Matemático* (1727). Tomo II, de *Thomas Vicente Tosca*. Madrid: Imprenta de Antonio Marín.
- *Liciones de Mathematica, o Elementos Generales de Arithmetica y Algebra para el uso de la clase* (1758). Tomos I y II, de *Thomas Cerdá*. Barcelona: Francisco Suriá, Impresor de la real Academia de Buenas Letras de dicha ciudad.

Son documentos significativos, dentro de la producción de textos matemáticos españoles de la época, por la incorporación de ideas nuevas y conceptos matemáticos avanzados como las nociones de Descartes, Newton, Leibniz y Euler.

Los textos de Ulloa y Tosca hacen una introducción a la Geometría Analítica de Descartes, siendo los primeros autores que incluyen un tratamiento de estos conceptos en castellano, si bien con un retraso de más de 75 años de la fecha de su publicación. Estos libros difunden el álgebra y algunas ideas de Descartes, algo poco corriente en la época.

La relación del conocimiento matemático con las instituciones y con el poder está presente en estos tres autores, pero su manifestación es diferente en cada momento. Tosca dedica su trabajo al Conde de Aranda para promover el bienestar de los súbditos del reino. Ulloa dedica su obra al Conde de Luna, celebrando contribuir a su desarrollo intelectual, subrayando que esta obra proporciona lo indispensable para ser un buen matemático. Depositarios del poder en la primera mitad del siglo XVIII son las clases nobles, miembros cualificados y formados en instituciones eclesiásticas los que reciben dedicatorias, como lo expresan Ulloa y Tosca.

Posteriormente, Cerdá, como miembro de la sociedad ilustrada, organiza para las clases medias y burguesas el conocimiento que se adquiere en instituciones civiles. Dedicó su obra a la juventud española, que recibe la formación para asumir los nuevos espacios de poder:

Para vosotros , o Noble Jóvenes , Delicias , y Esperanzas de nuestra Nación Española se trabaja únicamente esta Obrita. (...)

La experiencia me ha enseñado , que son capaces nuestros Jóvenes de imponerse en cualquier punto si se le propone como se debe (Cerdá, 1758).

Comparando la introducción que hacen del álgebra, a cuyos aspectos prácticos y útiles dan una notable importancia, los tres destacan la utilidad de sus nociones básicas como herramientas para el planteamiento y resolución de un nuevo tipo de problemas; éstas representan un avance en la comprensión de la resolución de ecuaciones.

El interés por mostrar estos contenidos matemáticos de forma didáctica y facilitar su comprensión es una constante. Este aspecto se evidencia en el *Compendio Mathematico* de Tosca. En esta obra, el estilo es sencillo y el tratamiento de las cuestiones sistemático y exhaustivo. El esfuerzo didáctico es culto pero no es retórico; incluye muchos tipos de ejercicios y reglas, que se concretan en aportaciones como el *Arbol Analytico* (Cerdá, p. 272), que muestra un mapa conceptual donde presenta y organiza los distintos tipos de ecuaciones y técnicas para su resolución.

Para proceder con buen orden, y sin perturbacion en las operaciones sobredichas, singularmente quando son mas de dos las igualaciones, convendra mucho se dispongan de estas en forma de Arbol: (Tomo II, p. 271).

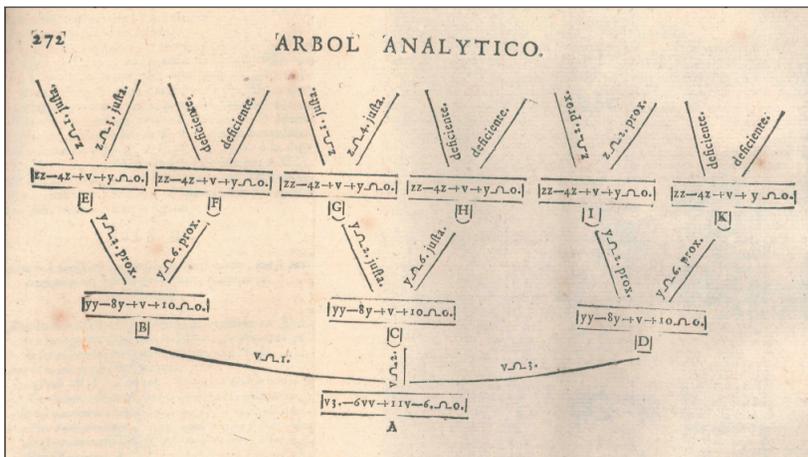


Figura 1. Ilustración del árbol Analytico (Cerdá, 1758, p. 272)

Las conexiones matemáticas con otras disciplinas fue defendida e interpretada por los tres autores; éstas se postulan tanto en el plano de los fundamentos como en el de las aplicaciones. Tosca lo plantea cuando escribe sobre la matemática:

[...] con ella se descubren los mas retirados secretos de la naturaleza. Ella es la que averigua las fuerzas del ímpetu, las condiciones del movimiento, las

causas, efectos, y diferencias de las fases: la naturaleza admirable de la luz, las leyes de su propagación: levanta con hermosura los edificios, hace casi inexpugnables las Ciudades, ordena con admiración los exercitos; [...] (p. I).

Cerdá subraya la utilidad didáctica de su obra y su carácter de libro de texto (Cerdá, 1758):

Para vosotros, (...) se trabaja unicamente esta Obrita, à fin de evitar la molestia de escribir en la Clase, y poder dar con alguna mayor extension estos Tratados, los mas esenciales, por ser los fundamentos de esta grande Ciencia de las Mathematicas (Tomo I, p. 10).

El libro refleja una construcción formal de las matemáticas, partiendo de axiomas, postulados, teoremas y reglas generales (Maz y Rico, 2009b).

Varios indicadores de actividad didáctica están presentes en estos textos, los cuales permiten establecer y comparar el trabajo de los autores, describir su intencionalidad y destacar algunos principios (Tabla I):

TABLA II
Indicadores de actividad didáctica en los textos del primer periodo

<i>Autor</i>	<i>Dirigido a</i>	<i>Actualización</i>	<i>Originalidad</i>	<i>Rigor y precisión</i>	<i>Interés social de las matemáticas</i>	<i>Principios filosóficos</i>	<i>Principios didácticos</i>	<i>Autonomía intelectual</i>
Pedro de Ulloa	Al Conde de Aranda			X	X			
Vicente Tosca	Al Conde de Luna			X	X		X	
Thomas Cerdá	A los jóvenes de la Nación Española	X		X				X

En los dos primeros libros predomina el sentido práctico, esto es, las aplicaciones ocupan un lugar destacado. En el texto de Cerdá se refleja una construcción formal de las matemáticas. Estos libros destacan su carácter formativo y van dirigidos a la instrucción de unos destinatarios mencionados explícitamente.

El interés por el desarrollo lógico de la materia y la prioridad que establecen para el sentido práctico de los conocimientos, son indicadores didácticos que identificamos. Muestran interés por la innovación, preocupación por la amenidad e impulso a la autonomía intelectual del alumnado, como otros indicadores destacados.

Estos libros ilustran una evolución respecto a los manuales españoles impresos en el siglo anterior, esto se reconoce en una progresión en la precisión de su lenguaje, un mejor orden y encadenamiento de temas, un incremento en el tratamiento estructural de los conceptos y en la propia organización de los temas. Las similitudes y diferencias entre la aritmética y el álgebra se perfeccionan de un autor a otro. Se mejoran las conexiones entre ambas ramas de la matemática, incrementando progresivamente la importancia del álgebra y disminuyendo la aritmética.

4.2. *Periodo 2: Desde el reinado de Carlos III a la restauración de Fernando VII (1768-1814). Período de la ilustración*

- *Elementos de Arismética* (1772). Tomos I y II, de Benito Bails. Madrid: D. Joaquín Ibarra. Impresor de la cámara de S.M.
- *Elementos de Aritmética, Álgebra y Geometría* (1782). Tomo primero, de Juan Justo García. Salamanca: Imprenta de D. Vicente Blanco.
- *Compendio de Matemáticas puras y mixtas* (1794). Tomo primero de Francisco Verdejo González. Madrid: Imprenta de la viuda de Ibarra.
- *Tratado elemental de matemáticas* (1813). Tomo I. *La Aritmética y álgebra*, de José Mariano Vallejo. Madrid: Imprenta Garrasayaza.

Las ideas de la Ilustración que predominan en estos autores y sus obras estuvieron dirigidas a formar cuerpos de profesionales cualificados. La expansión del conocimiento matemático en la segunda mitad del siglo XVIII y comienzos del XIX es notable, y así lo hacen constar los autores. Las circunstancias en que se publican estos libros son muy distintas, a pesar de que todos se sustentan en los valores de la Ilustración, en la consideración de la razón práctica como energía creadora, en la ciencia, la cultura y la educación como herramientas al servicio del progreso.

Estos textos tienen una finalidad educativa explícita; están dirigidos a formar profesionales de las disciplinas y artes liberales, para aportarles mayor dominio

y precisión en el uso de las matemáticas. Los autores están comprometidos con la enseñanza de las matemáticas, la cual ejercen como profesión y guardan una secuencia didáctica en el desarrollo de sus manuales.

Bails destaca el progreso de las matemáticas en esta época:

[...] el empeño quasi universal con que se dedican á su estudio todas las Naciones de Europa , ha ensanchado portentosamente los limites de esta ciencia , siendo sus adelantamientos consecuencia forzosa de haberse mejorado y multiplicado con esta general afición los métodos, cuya perfección multiplica también y facilita los descubrimientos (Bails, 1772; Tomo I, XVII).

El plan general de los *Elementos de Arismética* de Bails está basado en exponer en forma didáctica las teorías de las matemáticas, con sus últimos adelantos. Bails reflexiona y explica el porqué toma una opción diferente a la guía de los *Elementos* de Euclides para la geometría, como era la tradición en los textos españoles de la época y lo justifica con argumentos ya expuestos por otros autores extranjeros (Maz, 2005).

Bails no es un creador, ni siquiera un divulgador cualificado; toma sus ideas de donde mejor le acomodan. Reconoce que sigue textualmente el tercer tomo del *Cours de Mathématiques, à l'usage des Gardes du Pavillon de la marine. Par M. Bézout, de l'Académie Royale des Sciences*: “de quien echamos mano es el de M. Bezout, de donde trasladamos quasi todo lo que en el nuestro se leerá hasta la resolución de las equaciones superiores” (Bails, 1772; p. XX, Tomo I). Recoge ideas y copia aquellos autores que le merecen respeto; no hace una labor de elaboración y depuración propia que le lleve a profundizar en los conceptos que trabaja, como él reconoce. Su trabajo matemático es presentar en castellano adaptaciones de manuales de matemáticas avanzados.

Su auditorio son estudiantes de Matemáticas y miembros de la Real Academia de San Fernando, de la Real Academia Española de Ciencias Naturales, y de la Academia de Arte de Barcelona, de las que fue miembro o Director. Esta obra está dirigida a profesionales cualificados, que ocuparán puestos superiores en la administración del Estado, a quienes los conocimientos matemáticos proporcionarán herramientas para desempeñar su trabajo.

Juan Justo García afirma que el propósito de su texto es mejorar la formación de diversos profesionales, liberales o académicos, que permitan “al filósofo, el medico, el teólogo y el jurista tomar en un año escolástico que destinan á este estudio, las luces necesarias á sus respectivas profesiones” (García, 1872; p. VI). Señala que quienes pretendan dedicarse al estudio de las

matemáticas ahorren tiempo en su empeño con esta obra, para que luego puedan extender sus conocimientos en los textos de Bails o Tadeo Lope y Aguilar en los cuales los temas se tratan con más “doctrina y extensión”. Esta indicación acerca de la ampliación de conocimientos matemáticos en otros textos españoles es importante porque pone de manifiesto, en primer lugar, un reconocimiento del nivel científico de las obras de otros autores nacionales de la época. Asimismo, pone de manifiesto el carácter introductorio de su obra. García fue Catedrático de Matemáticas de la Universidad de Salamanca y sus estudiantes fueron bachilleres de dicha universidad.

Las lecturas recogidas en sus *Elementos* muestran buena elección, conocimiento suficiente y actualizado y una amplia erudición en matemáticas. Falta la finura del especialista para algunas cuestiones; se aprecia esto en el tratamiento de los números negativos.

Verdejo afirma que su obra tiene como objeto la instrucción matemática de la juventud con unos conocimientos básicos y necesarios. Su interés didáctico lo manifiesta así (Verdejo, 1774):

Esta Obrita de Matemáticas puras y Mixtas, la qual después de estar escrita según el orden que la experiencia de muchos años de Maestro me ha manifestado, es el más propio para la enseñanza de la Juventud. [...] No hay en ella proposición alguna que no esté colocada con el mejor orden, explicada con claridad y demostrada con el mayor rigor; de suerte, que qualquiera que se halle dotado de un regular talento y aplicación, podrá por sí solo tomar los conocimientos necesarios para ser buen Comerciante, Geómetra ó Artesano, como para ser buen Matemático, aplicándose después al estudio de otras Obras mas sublimes. (Prólogo).

Asimismo, destaca el peso de su experiencia como maestro durante años, señalando que se trata de una obra de iniciación. Ejerce como Catedrático de Matemáticas de los Reales Estudios de la Corte. Su público lo forman estudiantes universitarios, miembros de la administración pública, técnicos u otros profesionales que emplean matemáticas de cierto nivel en sus trabajos.

Es un divulgador de las innovaciones matemáticas de su época, mediante incorporación de un manual que se va a utilizar como texto en unos estudios superiores generales. Pero a diferencia de Bails, realiza una elaboración propia de los materiales que transmite e incluye nuevas ideas. El interés de Verdejo no parece estar en los contenidos aritméticos y algebraicos, que son suficientemente conocidos en ese momento, sino en las nuevas nociones del cálculo diferencial e integral.

El objetivo del *Tratado elemental* de Vallejo es educativo (Vallejo, 1813):

Esta obra en que se exponen todas las nuevas teorías descubiertas hasta el día, se escribió en virtud de orden del Gobierno, para que sirviese de texto en todas las casas de educación de la Nación Española, y fue aprobada por el primitivo consejo de Regencia para que pudiese servir de texto en las Universidades y demás estudios, tanto de la España ultramarina como de la Europea (Prólogo p. V, segunda edición).

La preocupación didáctica de Vallejo se manifiesta en todo el texto y, de manera explícita, en el Prólogo (Vallejo, 1813):

Me propuse reunir todos los principios fundamentales de la ciencia, con el fin de facilitar á nuestros jóvenes el cabal conocimiento de los escritos magistrales de los matemáticos: por cuyo motivo introduje y comprendí en esta obra muchas teorías importantes á que comúnmente no se daba ningún lugar en los libros elementales [...] Hice el mas profundo estudio de los modernos autores de Metafísica para penetrarme bien del método que debía seguir en su esposición; y cuando ya tenía escritos los tratados en borrador, los distribuía entre mis discípulos para que los estudiasen; y al explicármelos, pudiese yo deducir cuál era el medio que menos dificultades les ofrecía. Y entre los diversos modos que puede haber de esponer una misma doctrina, preferi constantemente aquel que, presentando la ciencia en el grado de adelantamiento que tenía, conciliaba mejor la claridad, la sencillez, la facilidad en la ejecución de las operaciones y la exactitud. Para conseguir esto puse el mayor esmero en tres puntos muy esenciales, cuales son: la elección de doctrina, modo de esponerla y extensión que debía dar á cada ramo en particular (p. I, Tomo I, cuarta edición).

El mayor absurdo en que pueden incurrir los escritores de elementos, es el suponer que los principiantes saben ya lo mismo que van á aprender; pues esto no es dar á conocer las ciencias, sinó es querer darse á conocer ellos [...] (p. IV, Tomo I, cuarta edición).

El enunciado de principios didácticos que hace en la cita anterior es ejemplar: claridad, sencillez, facilidad de ejecución y precisión. La obra fue libro de texto en la Academia de San Fernando desde su publicación. Su valía y oportunidad se aprecian en el dictamen que emitió la Universidad de Salamanca en 1815 para su uso como libro de texto en centros docentes (Maz, Torralbo y Rico, 2006). En 1816, el Consejo de Indias recomienda el uso del *Tratado* en ambas Américas.

Hemos presentado indicadores que permiten establecer y comparar la actividad didáctica de los autores de textos de matemáticas españoles en este periodo:

- Los autores son profesionales de la Matemática, que trabajan en alguna institución civil (Reales Academias o Universidades).
- Los manuales van dirigidos a futuros profesionales de la administración del Estado o a profesiones liberales.
- Los libros son manuales de divulgación con capítulos singulares de matemáticas avanzadas.
- La finalidad de estos documentos consiste en proporcionar un dominio efectivo de las matemáticas para el ejercicio de determinadas profesiones: acceder mediante mejora del saber a posiciones sociales de mayor poder.

Las cuatro obras son trabajos hechos desde la sociedad civil, por funcionarios ilustrados y eruditos, que se proponen actualizar los conocimientos de la sociedad de su época y redactar manuales para las instituciones en las que trabajan. También destaca la presencia de aplicaciones técnicas de los conocimientos matemáticos o, al menos, la importancia de considerar la dimensión aplicada en el estudio de las matemáticas. Resumimos este balance en la tabla siguiente:

TABLA III
Indicadores de actividad didáctica para el segundo periodo

<i>Autor</i>	<i>Dirigido a</i>	<i>Actualización</i>	<i>Originalidad</i>	<i>Rigor y precisión</i>	<i>Interés social de las matemáticas</i>	<i>Principios filosóficos</i>	<i>Principios didácticos</i>	<i>Revisión y síntesis</i>
Benito Bails	Estudiantes Real Academia S. Fernando	X						X
Juan J. García	Estudiantes Universidad Salamanca	X		X	X			X
Francisco Verdejo	Estudiantes Reales Estudios	X		X	X			X
José M. Vallejo	Seminario de Nobles de Madrid	X	X	X	X	X	X	X

Los autores desarrollaron su labor docente en prestigiosos centros educativos del reino en esa época: la Real Academia de San Fernando, los Reales Estudios de la Corte, la Universidad de Salamanca y el Real Seminario de Nobles de Madrid.

Los autores presentan una preocupación por la instrucción de sus alumnos, de ahí su interés en ofrecer manuales eficaces para los estudiantes de sus instituciones. Esto lleva a la sustitución de textos antiguos y a una actualización de conocimientos, cuyo proceso de transformación es muy rápido durante estos años. Hay una marcada influencia de autores franceses para la elección de los contenidos, lo cual es reconocido abiertamente por ellos.

4.3. *Periodo 3: Desde la restauración de Fernando VII hasta la Primera República (1815-1874). Período Romántico*

- *Curso completo de Matemáticas puras* (1844). Tomo I reformado. Tercera edición *Aritmética y Álgebra elemental*, de José de Odriozola. Madrid: Imprenta de los señores viuda de Jordán é hijos.
- *Tratado elemental de matemáticas. Para el uso del Colegio General Militar* (1847). Tomo II. *Álgebra*, de Jacinto Feliu. Madrid: Imprenta de D. José M. Gómez Colón y Compañía.
- *Elementos de Matemáticas. Aritmética y Álgebra. Geometría, Trigonometría y Nociones de Topografía* (1857). Nueva edición estereotípica, de Acisclo Fernández Vallín y Bustillo. Madrid: Imprenta de la Viuda de Hernando y Compañía.
- *Teoría transcendental de las cantidades imaginarias* (1865), de José María Rey y Heredia. Madrid: Imprenta Nacional.
- *Elementos de matemáticas* (1865). Cuarta edición notablemente mejorada., de Joaquín María Fernández y Cardín. Madrid: Alejandro Gomez Fuentenebro, impresor de la Real Academia de Arqueología y Geografía del Principe Alfonso.

De los cinco manuales, cuatro de ellos están escritos para su uso como libros de texto. Dos para la enseñanza secundaria y otros dos expresamente escritos para la enseñanza militar, si bien el texto de De Odriozola también trascendió al ámbito educativo civil.

Los autores coinciden en la importancia de la exposición metódica y ordenada de los contenidos. Sin embargo difieren en lo que respecta a si debe hacerse de forma inductiva o deductiva, de tal forma que De Odriozola propone y recurre a la exposición de casos generales para llegar a lo particular, mientras que Feliú y Fernández Cardín establecen la secuencia metodológica partiendo de situaciones particulares para llegar a la generalidad.

De Odriozola recomienda su *Curso completo de Matemáticas* para la instrucción secundaria, con unas referencias al modo de trabajo en el aula y a la disciplina intelectual de los estudiantes.

La obra está dirigida a la enseñanza de la aritmética durante la instrucción secundaria, e insiste en:

[...] la necesidad de tratar filosóficamente la Aritmética que haya de formar parte de las ciencias matemáticas; habiendo para ello también otro motivo poderoso, y es, que conviene así para desarraigar el vicio juvenil, fecundo en errores, de propasarse a sentar proposiciones generales sin el debido fundamento (De Odriozola, 1844; p. 4).

De Odriozola establece unas breves consideraciones metodológicas para el uso de su texto en la clase de matemáticas:

En toda la obra se notará la falta de abundantes ejemplos ó casos particulares de un principio explicado; mas yo creo que en el texto no deben seguir á una teoría mas aplicaciones que las necesarias para su aclaracion, y que al profesor toca el proponer nuevas diariamente en su academia, y aun exigir de los discipulos resoluciones por escrito de otras que proponga para horas de estudio privado, precaviendo el que para todos no sea una misma la cuestion (De Odriozola, 1844; p. 4).

También añade unas reflexiones sobre el aprendizaje y unas prescripciones para su logro:

Obligado por este medio cada discipulo á discurrir sobre las materias, adquirirá posesion de las ideas, manifestará su capacidad en las pequeñas composiciones que habrá de formar espresando por escrito el discurso de la cuestion, y con el ejercicio se irá perfeccionando en el arte de pensar y en el de explicar (De Odriozola, 1844; p. 4).

De Odriozola señala tres componentes en su sistema didáctico y establece sus atributos. La *obra* o libro, donde están los conocimientos relevantes expresados mediante la teoría y los aspectos formales; el *profesor*, quien propone las aplicaciones de la teoría y controla el trabajo de los alumnos; el *discípulo*, quien realiza pequeñas composiciones sobre las aplicaciones que se le proponen y expresa por escrito sus reflexiones (piensa y explica).

El autor señala que el conocimiento proviene de la experiencia, se adquiere por los sentidos:

La idea de cantidad de cada especie se imprime en nuestra mente por una continuación de sensaciones que causan en nuestros sentidos los objetos materiales. Así, padeciendo mil y mil ilusiones y desengaños, aprendemos lo que es distancia, superficie, bulto, peso, tiempo, etc., y en general lo que es cantidad (De Odriozola, 1844; pp. 5-6)

Pero la ciencia consiste en aplicar a la experiencia las reglas formales de la razón (Reglas de la Ideología), que son la Lógica “*formación de las ideas razonando*” y la Gramática “*expresión de las ideas en lenguaje oral y escrito*” (De Odriozola, 1844; p. 7). Retomando una idea clásica, de las matemáticas griegas, distingue dos tipos de cuestiones y proposiciones de las matemáticas “Teoremas: cuestiones de demostrar, que se alcanzan mediante la prueba y Problemas: cuestiones de encontrar, que se alcanzan mediante resolución” (pp. 8-9). La apuesta de Odriozola es a favor de la ciencia, de la teoría matemática fundada en los principios y leyes formales, centrada en el razonamiento deductivo y la demostración, que dan lugar a los teoremas. Las cuestiones del arte práctico, asociadas a la resolución de problemas, quedan al margen de su obra y corresponden al trabajo del profesor cuando orienta a los discípulos.

El *Tratado elemental* de Feliú (1847) está escrito para el Colegio General Militar. El planteamiento es moderno y en términos formales. Inicialmente define unas reglas básicas mostrando cómo al combinarlas se obtienen teoremas y leyes. Las reglas del razonamiento constituyen los principios de esta obra. El estilo es didáctico, una vez dadas las definiciones, se presentan ejemplos particulares, mostrando después generalizaciones. Pese a los abundantes ejemplos, el texto carece de ejercicios y problemas propuestos. Dirigida a distintos destinatarios, guarda mucha similitud por su estilo con la obra de Odriozola.

La formación filosófica de Fernández Vallín y Butillo se manifiesta en los *Elementos de Matemáticas*, en la que incluye la fundamentación racionalista, lógica y filosófica, de los conceptos. Su argumento es formal, ceñido a *definiciones, axiomas, postulados, teoremas, problemas, demostraciones, corolarios y teoría*.

El autor destaca del libro “aquellas mejoras que reclama el estado actual de la ciencia y su mas provechosa aplicación a los usos didácticos” (p. 7).

Como signos distintivos del método para exponerse las Matemáticas, Fernández Vallín y Bustillo (1857) señala:

[...] la claridad de sus ideas, la evidencia de sus juicios y el rigor de sus demostraciones [...]; desde los primeros pasos [...] es preciso acostumbrarse á saber el camino recorrido y el que falta por recorrer, siendo de este modo el principio de deducción un auxiliar poderoso para no fatigar la memoria con verdades aisladas, sino que, construyendo por nosotros mismos la síntesis de la ciencia [...] alcancemos á deducir el desarrollo, que puede y debe tener cada una de sus teorías. Este ha sido el objeto principal que nos hemos propuesto al dar a nuestro libro la forma filosófica, que domina en cada uno de los diferentes tratados que contiene (pp. 7-8).

Fernández Vallín y Bustillo subraya dos aportaciones didácticas importantes en la obra:

Primero, [...] los ejercicios prácticos que diseminados por todo el cuerpo de la obra, son un poderoso estímulo para que el lector adquiera facilidad en sus diferentes soluciones, familiarizándose de esta manera con el espíritu investigador de la ciencia.

Segundo, [...] las notas biográficas e históricas que no tan sólo sirven para la mayor ilustración del lector, sino también para quitar en mucho su aridez á la parte esencialmente científica (Fernández Vallín y Bustillo, 1857; p. 9).

La resolución de problemas y la reflexión histórica destacan como componentes didácticos relevantes en este libro. En él se insertan algunos datos históricos sobre tópicos y autores matemáticos.

Los fundamentos filosóficos utilizados en los *Elementos de Matemáticas* son propios del racionalismo de la época, utilizando de manera descriptiva nociones establecidas por Kant y sus discípulos.

La vinculación del libro con los programas oficiales la pone de manifiesto el autor cuando transcribe la Real Orden, de 22 de mayo de 1861:

La Aritmética matemática y el Álgebra, hasta las ecuaciones de segundo grado inclusive, serán objeto de exposición y demostración científica en lección diaria y continuo ejercicio durante seis meses, de provechosos resultados si el alumno cuenta con la exigida preparación de los primeros años. El repaso y repetición de los últimos meses perfeccionarán el estudio, y un saludable rigor en los exámenes dará á cada uno su merecida nota (Fernández Vallín y Bustillo, 1857; p. 7).

El autor dice de la obra que *está declarada de texto por los gobiernos de España y de Portugal*. Agradece la acogida que han dado a los *Elementos de Matemáticas* “los gobiernos de varias repúblicas hispano-americanas, los MM.RR. Obispos que dirigen los Seminarios Conciliares y el profesorado de los establecimientos públicos de España y Ultramar” (Fernández Vallín y Bustillo, 1857; p. 7). Este libro fue utilizado en la enseñanza secundaria española durante la segunda mitad del siglo XIX y aparece en varias listas oficiales dentro de los textos recomendados para las matemáticas.

En los *Elementos de matemáticas* de Fernández y Cardín, la portada indica que es “una obra para el estudio de las matemáticas en la segunda enseñanza”. El estilo es ágil y facilita la lectura; está concebido para facilitar el trabajo del profesor y el estudio del alumno. El libro tiene un estilo escolar propio de la época e incluye multitud de ejemplos y ejercicios, que se proponen aclarar los conceptos o procedimientos.

La obra fue editada, al menos, en catorce ocasiones y estuvo en vigor como libro de texto hasta finales del siglo XIX. Es un manual para estudiantes de

secundaria, con poco espacio para especulaciones y reflexiones filosóficas. Los conceptos se presentan mediante definiciones breves y precisas o bien, mediante una descripción de las nociones implicadas, siempre acompañados de ejemplos y de aclaraciones. Debió utilizarse en centros religiosos privados, ya que se hace constar la aprobación de la autoridad eclesiástica.

La *Teoría Trascendental de las Cantidades Imaginarias*, de Rey y Heredia no es un libro de matemáticas al uso. No está dedicado a la aritmética y al álgebra como ocurre con el resto de los manuales analizados. No es un libro de texto, tampoco es un libro de compilación de los saberes matemáticos de la época. La *Teoría Trascendental* es un libro singular, con dos características que no tienen los restantes manuales de este estudio.

En primer lugar, es un libro de creación, con ideas y aportaciones originales de su autor, en todo el plan y desarrollo de la obra, al que incorpora el estudio de la representación de los complejos en el plano, en su forma módulo-argumental, con un análisis lógico detallado de los conceptos implicados. Es un trabajo poco usual entre los matemáticos españoles de la época, interesados en el estudio de algunos problemas, pero no en una obra original propia, con la extensión y amplitud que tiene este.

En segundo lugar, por tratarse de un libro de filosofía matemática en el sentido más amplio del término, en que se exponen algunas teorías de la matemática superior (la teoría de los números complejos) a la luz de la filosofía derivada de Kant.

Rey y Heredia da gran importancia al sentido y la referencia de los conceptos abstractos para su uso con significado:

A la pura sensibilidad, que no nos daría más que intuiciones ciegas é ininteligibles, se unen los conceptos que por sí mismos serian formas vacias sin el contenido de la intuición (Rey, 1865; p. 7).

Los textos analizados para este periodo tienen una finalidad educativa para la enseñanza de las matemáticas, por lo cual guardan una secuencia didáctica en su desarrollo. La peculiaridad del libro de Rey y Heredia hace que la intención didáctica no sea tan inmediata como en el resto, que son manuales escolares.

Las propuestas didácticas que hacen los autores en los cinco libros son variadas. Unos enfatizan la práctica y ejercitación mediante ejercicios y problemas para la adquisición del conocimiento, como es el caso de Feliú. De Odriozola resalta la interpretación de las soluciones de los problemas para comprender adecuadamente no sólo el problema sino los conceptos involucrados, presentando pocos ejemplos y dejando esa tarea al profesor. Por su parte, Fernández Vallín y Bustillo recomienda memorizar conceptos y ciertos teoremas, además señala la conveniencia de intentar solucionar los problemas por diferentes métodos.

Fernández y Cardín utiliza la introducción progresiva de los contenidos según el nivel de dificultad que estos presenten. Es destacable en estas cinco obras, con la excepción de Feliú, la numerosa presencia de ejemplos concretos e ilustrativos de los conceptos.

Estos autores pretenden mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Recomiendan estrategias metodológicas con propósitos didácticos que facilitan tales procesos. Los libros revisados están escritos con lenguaje formal y en términos modernos, de forma rigurosa y con propósitos pedagógicos.

Estos indicadores permiten establecer y comparar la actividad didáctica de los autores de textos de matemáticas españoles estudiados (Tabla III):

TABLA IV
Indicadores de actividad didáctica para los libros de texto del tercer periodo

<i>Autor</i>	<i>Dirigido a</i>	<i>Actualización</i>	<i>Originalidad</i>	<i>Rigor y precisión</i>	<i>Interés social de las matemáticas</i>	<i>Principios filosóficos</i>	<i>Principios didácticos</i>	<i>Destaca en las aplicaciones</i>
José de Odriozola	Instrucción Secundaria	X				X	X	X
Jacinto Feliú	Colegio General Militar	X			X	X		
Fernández Vallín y Bustillo	Segunda Enseñanza	X		X		X	X	X
Fernández y Cardín	Segunda Enseñanza					X	X	X
José M ^a Rey y Heredia	Matemáticos y filósofos	X	X	X		X		

Los indicadores didácticos en estos autores plantean una prioridad de los principios filosóficos y preocupación por actualizar conceptos y teorías anteriores.

4.4. *Periodo 4: Desde el fin del sexenio democrático hasta el inicio del siglo XX (1875-1900). Periodo de la Restauración*

- *Tratado de Álgebra. Tratado Elemental* (1883). Parte primera, de *Zoel García de Galdeano y Yaguas*. Madrid: Imprenta de Gregorio Juste.
- *Elementos de aritmética universal. Calculatoria* (1900), de *Luis Octavio de Toledo*. Madrid: Imprenta Fortanet.

Estos textos analizados tienen una finalidad docente y guardan una secuencia didáctica en su desarrollo.

García de Galdeano en su *Tratado de Álgebra* no establece explícitamente los objetivos de esta obra, aunque sí está clara su intención de ofrecer una versión actualizada de los avances recientes sobre el desarrollo del álgebra, dejando de lado el estudio de las aplicaciones como era tradicional en los textos matemáticos de la época. Utiliza representaciones gráficas en muchos apartados de la obra para aclarar e ilustrar los conceptos expuestos.

En la conceptualización del álgebra, considera tres conceptos centrales: cantidad, orden y combinaciones (operaciones) que le permiten el estudio de las leyes u operaciones generales como fundamento de la Teoría de la Cantidad. Lleva así a cabo el estudio de las estructuras algebraicas, derivado de las estructuras numéricas. El planteamiento estructuralista de García Galdeano se desarrolla en el Tercer Libro de la Sección Segunda.

El objetivo de los *Elementos de aritmética universal* es servir para la enseñanza de las matemáticas y su finalidad didáctica está definida por el propio autor cuando expresa su intención:

Hacer partir al alumno de los conceptos más simples y puramente intuitivos, ya por él conocidos más o menos perfectamente, irle conduciendo paulatinamente de estos conceptos á otros cada vez más elevados hasta hacerle llegar insensiblemente y por lenta graduación al concepto general y complejo de número, ofrece tan innegables ventajas, que en realidad la vacilación y la duda no nos eran permitidas (Octavio de Toledo, 1900; p. 25).

No sólo utiliza el método inductivo a partir de nociones intuitivas primarias, sino que encuentra el germen de un incipiente constructivismo educativo.

Para Octavio de Toledo el conocimiento (incluido el matemático) procede de la experiencia; define de manera clara, concisa y metódica los conceptos matemáticos elementales que utiliza para apoyar la exposición de otros más complejos.

El autor ilustra geoméricamente algunas de las operaciones, lo que es una muestra del deseo didáctico de representar los conceptos para que puedan ser comprendidos por los lectores. Para ello recurre al uso de distintos sistemas de representación para un mismo concepto. Esto destaca su moderno pensamiento educativo en la época.

El *Tratado de Álgebra* surge en un momento histórico en que la *Institución Libre Enseñanza* se erige como estandarte de la renovación pedagógica e intelectual en España. Se escribe desde la universidad, por un catedrático de instituto que accede a una cátedra de universidad; sus propósitos didácticos, así como su planteamiento y desarrollo, resultan innovadores para la época.

Los *Elementos de Aritmética* también son producto del trabajo de un catedrático de universidad, quien previamente ha trabajado en la enseñanza secundaria, con gran prestigio e influencia en el medio académico español. Incorpora los avances matemáticos del momento, refleja la influencia de los debates en torno a la ciencia en el ámbito académico y social español.

Estas obras están escritas en lenguaje moderno y formal, incorporando la notación algebraica. Conjugan la difusión de avances matemáticos con el propósito de enseñar matemáticas y tienen una finalidad didáctica y pedagógica. Ambas reflejan un posicionamiento positivista de sus autores respecto a la ciencia y el conocimiento.

Muestran la influencia que los profesores universitarios empiezan a tener en la producción de textos matemáticos destinados a la enseñanza, campo que había estado ampliamente dominado por profesores de instituto y de academias militares.

El método inductivo está como apuesta didáctica para exposición de los contenidos y también lo son el orden y el rigor.

TABLA V
Indicadores de actividad didáctica en el cuarto período

<i>Autor</i>	<i>Dirigido a</i>	<i>Actualización</i>	<i>Originalidad</i>	<i>Rigor y precisión</i>	<i>Interés social de las matemáticas</i>	<i>Principios filosóficos</i>	<i>Principios didácticos</i>
Zoel García de Galdeano	Estudiantes universitarios	X	X	X	X	X	X
Luis Octavio de Toledo	Estudiantes universitarios	X	X	X	X	X	X

Si asumimos que la presencia de los indicadores en al menos la mitad de los libros/autores de cada periodo es evidencia de que se cumplen para todo el periodo, podemos hacer un balance diacrónico a lo largo de los dos siglos (Tabla VI). El rigor y precisión, considerados como la forma de presentar los conceptos y definiciones desde el punto de vista matemático, está presente a lo largo de todo el tiempo analizado, lo cual señala la preocupación de los autores por presentar los conocimientos matemáticos de modo claro y formal. Si bien la actualización se encuentra a partir de la segunda mitad del siglo XVIII, los indicadores revelan que los aportes originales sólo se presentan en el último cuarto de siglo XIX. En los tres primeros periodos los autores suelen transcribir de otros manuales, generalmente extranjeros.

Es significativo que el interés social de las matemáticas no está presente en la primera mitad del siglo XIX, justamente cuando los autores de los libros analizados

se formaron en ámbitos variados como doctores en ciencias, militares o juristas. En el siglo XIX se manifiestan tanto los principios filosóficos como didácticos que los autores quieren transmitir.

TABLA VI
Indicadores de actividad didáctica global en los siglos XVII y XIX

<i>Periodo</i>	<i>Actualización</i>	<i>Originalidad</i>	<i>Rigor y precisión</i>	<i>Interés social de las matemáticas</i>	<i>Principios filosóficos</i>	<i>Principios didácticos</i>	<i>Otra</i>
I			X	X			
II	X		X	X			X
III	X		X		X	X	X
IV	X	X	X	X	X	X	X

5. CONCLUSIONES

Los recientes estudios sobre libros de texto han demostrado que estos influyen en lo que los maestros enseñan, cómo lo enseñan y en las tareas que dan a sus alumnos (Alajmi, 2012). Si esto sucede en la actualidad, donde hay una gran variedad de libros y otros recursos al alcance de los profesores, durante los siglos XVIII y XIX, eran más escasos los manuales y el acceso a estos, por lo que los autores de esa época creaban corrientes didácticas y conceptuales en los centros donde se utilizaban sus libros.

Hemos afirmado que los libros de texto reflejan los hábitos y costumbres, la organización de las ideas, la actividad intelectual, las relaciones públicas de apropiación y exclusión del saber y, en muchos casos, las modas y tendencias imperantes de una sociedad y una época determinadas. Las obras analizadas son una muestra, limitada pero representativa, de libros de matemáticas de la época. Sus autores muestran el estatus de los matemáticos españoles y de las instituciones en las que trabajaron, por la difusión e influencia de su obra.

Estas notas han mostrado la clase social a la que se dirigió la formación superior, clase que detentaba el poder administrativo y académico. El amplio espectro de usuarios al que se dirigen estos libros (estudiantes de secundaria, de academias militares, miembros de la administración pública, nobles y miembros de órdenes religiosas) permite observar una diversidad de vías y de estrategias para su participación e incorporación a la clase dirigente.

La captación de las innovaciones científicas y la difusión de ideas matemáticas en la sociedad española durante estos siglos, la apropiación de nuevas ideas y su transmisión, se realizó por medio de libros de texto. Esto favoreció un alto nivel intelectual y un espíritu abierto, que se manifestó en nuevas publicaciones y debates científicos donde participaron sectores sociales cada vez más amplios.

La alta valoración de la importancia educativa de las matemáticas se manifiesta en la preocupación didáctica y pedagógica de los autores de textos de matemáticas que, como muestran los indicadores de actividad didáctica expuestos, ha estado presente en los siglos XVIII y XIX en España. Así lo hemos visto con la innovación, actualización, desarrollo lógico, autonomía intelectual, amenidad en la presentación y desarrollo de los contenidos, revisión y síntesis, originalidad, rigor y precisión, sentido práctico, interés social de las matemáticas, principios filosóficos, principios didácticos y presentación de aplicaciones prácticas de las matemáticas.

Los autores españoles muestran conocimientos matemáticos acordes con los de sus contemporáneos europeos, también destacan sus intereses didácticos. Son reflejo de la sociedad a la que pertenecen y muestran la existencia de una comunidad científica española ligada a la creación, organización y difusión del conocimiento matemático.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alajmi, A. H. (2012). How do elementary textbooks address fractions? A review of mathematics textbooks in the USA, Japan, and Kuwait. *Educational Studies in Mathematics*, 79 (2), 239-261. doi: 10.1007/s10649-011-9342-1
- Azcárate, P. y Serradó, A. (2006). Tendencias didácticas en los libros de texto de matemáticas para la ESO. *Revista de Educación*, (340), 341-378.
- Bensaude-Vincent, B. (2006). Textbooks on the Map of Science Studies. *Science & Education*, 15 (7-8), 667-670. doi: 10.1007/s11191-005-1243-1
- Bails, B. (1772). *Elementos de Arismética*. Tomos I y II. (1ª ed.) Madrid, España: D. Joaquín Ibarra. Impresor de la cámara de S.M.
- Cerdá, T. (1758). *Liciones de Mathematica, o Elementos Generales de Arithemtica y Algebra para el uso de la clase*. Tomos I y II. Barcelona, España: Francisco Suriá, Impresor de la real Academia de Buenas Letras de dicha ciudad.
- Cockcroft, W. (1985). *Las matemáticas sí cuentan. Informe Cockcroft*. Madrid, España: MEC.
- De Covarrubias, S. (1995). *Tesoro de la Lengua Castellana o Española* (2ª XX ed.). Madrid, España: Editorial Castalia.
- De Odriozola, J. (1844). *Curso completo de Matemáticas puras*. Tomo I reformado. Aritmética y Álgebra elemental.(3ª ed.). Madrid, España: Imprenta de los señores viuda de Jordán é hijos.

- Díaz, F. (2002). *Didáctica y currículo: un enfoque constructivista*. Cuenca, España: Ediciones de la Universidad de Castilla-La Mancha.
- Escolano, A. (1997). Introducción. En A. Escolano (Coord.), *Historia Ilustrada del libro escolar en España: del Antiguo Régimen a la Segunda República* (pp. 13-17). Madrid, España: Ediciones Pirámides.
- Feliu, J. (1847). *Tratado elemental de matemáticas. Para el uso del Colegio General Militar*. Tomo II. *Álgebra*. Madrid, España: Imprenta de D. José M. Gómez Colón y Compañía.
- Fernández Vallín, A. (1857). *Elementos de Matemáticas. Aritmética y Álgebra. Geometría, Trigonometría y Nociones de Topografía*. Nueva edición estereotípica. Madrid, España: Imprenta de la Viuda de Hernando y Compañía.
- García, J. J. (1782). *Elementos de Aritmética, Álgebra y Geometría*. Tomo I. (4ª ed.). Salamanca, España: Imprenta de D. Vicente Blanco.
- García, J. y Beas, M. (1995). Análisis histórico del libro de texto. En J. Figueres & M. Beas (Eds.), *Libros de texto y construcción de materiales curriculares*. Granada, España: Proyecto Sur.
- Garma, S. (2002). La Enseñanza de las matemáticas. En J. L. Peset (Dir.) *Historia de las Ciencias y de la Tecnología en la Corona de Castilla* (Tomo IV. Siglo XVIII). Salamanca, España: Juntas de Castilla y León, Consejería y Cultura.
- Gaspar y Roig, I. (1853). *Biblioteca Ilustrada de Gaspar y Roig. Diccionario Enciclopédico de la lengua española, con todas las voces, frases, refranes y locuciones usadas en España y la Americas Españolas [...] (Tomo I)*. Madrid, España: Imprenta y librería de Gaspar y Roig.
- Gómez, B. (2011a). El análisis de manuales y la identificación de problemas de investigación en Didáctica de las Matemáticas. *PNA*, 5 (2), 49-65.
- Gómez, B. (2011b). Marco preliminar para contextualizar la investigación en historia y educación matemática. *Epsilon. Revista de Educación Matemática*, 28 (1), 9-22.
- Gómez, B. (2001). La justificación de la regla de los signos en los libros de texto. ¿por qué más por menos es más? En P. Gómez & L. Rico (Eds.), *Iniciación a la investigación en didáctica de la matemática. Homenaje al profesor Mauricio Castro* (págs. 257-275). Granada, España: Editorial Universidad de Granada.
- Gómez, P. (2002). Análisis didáctico y diseño curricular en matemáticas. *Revista EMA*, 7 (3), 251-292.
- IEA. (1999). *Third International Mathematics and Science Study*. Amsterdam, Netherlands: IEA.
- Johansson, M. (2005). The mathematics textbook: from artefact to instrument. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 10 (3-4), 43-64.
- Klingberg, L. (1972). *Introducción a la didáctica general*. La Habana, Cuba: Pueblo y educación.
- McCrorry, R. (2006). Mathematics textbooks for prospective elementary teachers. *Notice of the AMS*, 53 (1), 20-29.
- Maz, A. (2005). *Números negativos en España en los siglos XVIII y XIX* (Tesis doctoral inédita). Universidad de Granada, Granada, España.
- Maz, A. (2009). Investigación histórica de conceptos en los libros de matemáticas. En M. González, M. González y J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación matemática XIII* (pp. 5-20). Santander, España: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática.
- Maz, A. y Rico, L. (2009a). Negative numbers in the 18th and 19th centuries: phenomenology and representations. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 7 (1), 537-554.
- Maz, A. y Rico, L. (2009b). Las "Liciones de matemáticas" de Thomas Cerda: doscientos cincuenta años (1958-2008). *Suma*, (60), 35-41.
- Maz, A. y Rico, L. (2007). Situaciones asociadas a los números negativos en textos de matemáticas españoles de los siglos XVIII y XIX. *PNA*, 1 (3), 113-123.

- Maz, A., Torralbo, M. y Rico, L. (Eds.) (2006). *José Mariano Vallejo, el matemático ilustrado. Una mirada desde la Educación Matemática*. Córdoba, España: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Córdoba.
- Mustafa, M. y Cullingford, C. (2008). Teacher autonomy and centralised control: The case of textbooks. *International Journal of Educational Development*, 28 (1), 81-88. doi: 10.1016/j.ijedudev.2007.07.003
- Octavio de Toledo, L. (1900). *Elementos de aritmética universal. Calculatoria*. Madrid, España: Imprenta Fortanet.
- Pationitis, M. (2006). Textbooks at the Crossroads: Scientific and Philosophical Textbooks in 18th Century Greek Education. *Science & Education*, 15 (7-8), 801-822. doi: 10.1007/s11191-005-0270-2
- Picado, M. y Rico, L. (2011). La selección de libros de texto en una investigación histórica en educación matemática. *Epsilon. Revista de Educación Matemática*, 28 (1), 99-112.
- Popkewitz, T. (1994). *Sociología Política de las Reformas Educativas*. Madrid, España: Morata.
- Rey, J. M. (1865). *Teoría transcendental de las cantidades imaginarias*. Madrid, España: Imprenta Nacional.
- Rico, L. (2013). El método del análisis didáctico. *Unión. Revista Iberoamérica de Educación Matemática*, 33, 11-27.
- Rico, L. y Maz, A. (2005). Matemáticas, libros y matemáticos: un recorrido por su historia y su relación con la enseñanza en España. En M. Torralbo (Ed.), *El libro español de Matemáticas* (pp. 11-35). Córdoba, España: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Córdoba.
- Schubring, G. (1987). On the methodology of analysing historical textbooks: Lacroix as textbooks authors. *For the Learning of Mathematics*, 7 (3), 41-51.
- Selander, S. (1995). *Análisis del texto pedagógico*. Granada, España: Proyecto Sur.
- Sierra, M., González, M. y López, C. (1999). Evolución histórica del concepto de límite funcional en los libros de texto de bachillerato y cursos de orientación universitaria (COU): 1940-1995. *Enseñanza de las Ciencias*, 17 (3), 463-478.
- Stray, C. (1994). Paradigms regained: towards a historical sociology of the textbook. *Journal of Curriculum Studies*, 26 (1), 1-29.
- Tosca, T. V. (1727). *Compendio Matemático, Tomo II*. Madrid, España: Imprenta de Antonio Marín Vallejo.
- Vallejo, J. M. (1813). *Tratado elemental de matemáticas*. Tomo I. *La Aritmética y álgebra*. (2ª ed.). Madrid, España: Imprenta Garrasayaza.
- Verdejo, F. (1794). *Compendio de Matemáticas puras y mixtas*. Tomo I. Madrid, España: Imprenta de la viuda de Ibarra.
- Wussing, H. (1998). *Lecciones de historia de las matemáticas*. Madrid, España: Siglo XXI.

Autores

Alexander Maz-Machado. Departamento de Matemáticas, Universidad de Córdoba, España. malmamaa@uco.es

Luis Rico. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada, España. lrico@ugr.es