

OPTIMIZACIÓN DE REDES DE DISTRIBUCIÓN DE AGUA UTILIZANDO UN ALGORITMO GENÉTICO

M^a P. Montesinos¹, A. García-Guzmán², J. L. Ayuso³

RESUMEN: Un algoritmo genético (AG), es un procedimiento de búsqueda del óptimo de una función basado en la mecánica natural darwiniana de supervivencia de los individuos mejor adaptados. En el presente trabajo se ha desarrollado un algoritmo genético que permite determinar la red de distribución de agua de coste mínimo para una topología y una condición de carga dadas. El procedimiento consiste en asimilar las redes a cadenas binarias (conjuntos de unos y ceros). Partiendo de una población de redes generada aleatoriamente, se realizan los procesos naturales de selección, cruce y mutación, obteniéndose una nueva población. Así, generación tras generación, se llega al individuo mejor adaptado, es decir la red de distribución de mínimo coste. El algoritmo, implementado en FORTRAN-77 y ejecutable en PC, se ha aplicado a un ejemplo extraído de la bibliografía, obteniéndose resultados satisfactorios.

INTRODUCCIÓN

Durante los últimos veinticinco años, gran parte de la atención de los ingenieros hidráulicos se ha centrado en el desarrollo de técnicas de diseño y análisis de redes de distribución de agua.

Las redes de distribución de agua son sistemas compuestos por tuberías, bombas, etc., conectados de modo que suministren a los consumidores las cantidades de agua demandada a las presiones requeridas.

La implantación tanto de una nueva red de distribución como de ampliaciones de redes ya existentes, implica importantes costes de inversión y mantenimiento, lo que obliga a cuidar con atención su diseño (configuración y dimensionamiento) así como las condiciones de operación.

En el proceso de proyecto de una red de distribución pueden considerarse tres fases: determinación de la configuración topológica de la red; dimensionamiento de componentes; y operación. Aunque cada fase no es independiente de las demás, puede ser planteada y analizada como si de un problema distinto se tratara. En este trabajo sólo se estudia la fase de dimensionamiento de componentes.

El diseño de redes es un problema complejo, debido, principalmente, a la distribución discreta de las dimensiones de los componentes (valores comerciales), a que la formulación del problema es no lineal y no convexa

(no unimodal) y a que supone un problema matemático de gran complejidad, incluso para redes de tamaño moderado.

Hasta el presente, se han planteado diversas formulaciones para la determinación del diseño de redes mediante la aplicación de técnicas de optimización que permiten una mayor reducción de costes. La clasificación de los distintos procedimientos puede hacerse en función de la topología de la red (mallada o ramificada) y del método de resolución. En cuanto a la influencia de la configuración geométrica de la red en el diseño es importante destacar que el de redes ramificadas es más simple, pues las distribución de caudales en la red es conocida a partir de los datos de consumos nodales. De forma general, los principales métodos empleados se basan en técnicas de programación lineal (Alperovits y Shamir, 1977, Fujiwara y col., 1987, Cabrera y col., 1992, Sonak y Bhave, 1993, y Eiger y col., 1994), y no lineal (Shamir, 1974, Lansey y Mays, 198, Fujiwara y Khang, 1990, y Martínez y Pérez, 1992).

Muchos de los métodos de optimización basan su búsqueda del óptimo en movimientos punto a punto dentro del espacio de búsqueda, utilizando para ello una serie de reglas de transición. Así, las basadas en técnicas de gradiente, requieren la existencia de derivadas, además de partir de una distribución inicial de caudales en la red, fijada por el diseñador de ésta, con la consiguiente dependencia de estos valores iniciales. Este tipo de búsqueda puede llevar a la identificación de falsos óptimos en problemas multimodales. Por el contrario, los

¹ Dpto. de Agronomía, ² Dpto. de Estadística, ³ Dpto. de Ingeniería Rural. E.T.S.I.A.M., Universidad de Córdoba. Apartado 3048. -14080- Córdoba.

Artículo publicado en *Ingeniería del Agua*. Vol.4 Num. 1 (marzo 1996), páginas 71-77, recibido el 29 de marzo de 1996 y aceptado para su publicación el 11 de octubre de 1996. Pueden ser remitidas discusiones sobre el artículo hasta seis meses después de la publicación del mismo. En el caso de ser aceptadas, las discusiones serán publicadas conjuntamente con la respuesta de los autores en el primer número de la revista que aparezca una vez transcurrido el plazo indicado.

algoritmos genéticos trabajan a partir de una rica base de datos de puntos simultáneos, saltando a muchos de ellos de forma paralela, con lo que la probabilidad de encontrar un óptimo local se reduce con respecto a los métodos citados. Asimismo, los AG, sólo necesitan el valor de la función objetivo asociada a cada punto del espacio de soluciones y una serie de reglas probabilísticas para guiar su búsqueda (Goldberg, 1989).

El modelo de optimización que se propone es el resultado de la combinación de un módulo de optimización (algoritmo genético) y un módulo de análisis hidráulico. El empleo de un algoritmo genético para la determinación de la red de mínimo coste, supone la disponibilidad de un procedimiento de búsqueda generalizada, sin que sea necesario partir de ningún punto determinado del espacio de búsqueda.

DESCRIPCIÓN DEL MODELO

El modelo de optimización descrito, está planteado para determinar el diseño óptimo de una red cualquiera, de topología y estado de carga conocidos, que distribuya el agua desde los puntos de suministro principal (embalses o estaciones de bombeo, de los cuales se conoce, respectivamente, el nivel del agua o la altura manométrica). A continuación se presenta una descripción simplificada de los módulos operativos que componen el modelo (Montesinos, 1995).

• Módulo de optimización

Un AG es un procedimiento de búsqueda del óptimo de una función (máximo o mínimo) basado en la mecánica natural de selección y en la genética, que permite la supervivencia del individuo mejor adaptado, mediante el empleo de operadores genéticos simulados (selección, cruce y mutación). Tales individuos (soluciones), son los que tienen mayor probabilidad de reproducirse, con lo que los caracteres (valores de las variables de decisión) que los hacen más aptos pasan a las generaciones siguientes mientras que los menos idóneos pueden llegar a extinguirse.

Mediante la aplicación del AG es posible determinar la red de mínimo coste (individuo mejor adaptado) tras una serie de iteraciones (generaciones), gracias a unas reglas de transición (operadores genéticos) encargadas de elegir las mejores soluciones (costes más bajos) según el valor de la función objetivo (coste) de cada una de ellas, partiendo de un conjunto de diseños iniciales establecidos al azar.

Seguidamente se describe un AG formulado para la determinación del diseño óptimo de redes que considera los diámetros de tubería como variables de decisión, representando una de las muchas alternativas que este método permite, ya que es posible considerar otras variables de decisión tales como posiciones de las válvulas, niveles de los depósitos. Por otra parte, la naturaleza de los AG permite incorporar al problema de diseño otros condicionantes tales como la fiabilidad del sistema, que por su naturaleza y complejidad resultan muy

tediosos de formular mediante metodologías tradicionales (Martínez y col., 1995).

La función objetivo a minimizar representa el coste del sistema de distribución, partiendo del supuesto de depender sólo de la inversión inicial en tuberías, resultando:

$$c = \sum_{I=1}^D \sum_{J=1}^T c_i L_{ij} \quad (1)$$

donde j es el índice de tuberías; i , el índice de diámetros de la serie comercial; D , el número de diámetros comerciales; T , el número de tuberías de la red; c_i , coste unitario de tubería (pta/m), dependiente del diámetro i ; L_{ij} , longitud de la tubería j y diámetro i .

Al ser la expresión (1) una función de costes, el problema a resolver consiste en la determinación de T de diámetros que la hagan mínima, cumpliendo unas ciertas restricciones. De la función objetivo se deduce que los parámetros de diseño son los diámetros, al estar fijadas las longitudes de las tuberías.

Usualmente el AG representa las variables de decisión, en este caso los diámetros, en código binario. Cada red de T tuberías se identifica por una ristra de unos y ceros de longitud $T \cdot m$, siendo m el número de dígitos que identifican cada variable de decisión. El espacio de búsqueda de soluciones es de magnitud $2^{T \cdot m}$.

A continuación se describen las fases del AG empleado para la generación de K poblaciones a partir de una población inicial de n redes, obtenida de forma aleatoria. K equivale al número de iteraciones de un algoritmo clásico de optimización. El producto $n \cdot K$ representa el número total de soluciones analizadas; no habiendo regla fija para determinar los valores de estos parámetros, en el caso de que un problema intervenga un número pequeño de variables, n y K pueden tomar valores del orden de 50 a 100, aumentando conforme lo hace el número de variables del problema. En cada iteración se dan los siguientes pasos:

1. Ordenación decreciente de las n redes de la población inicial, según los valores de la función objetivo para cada una de ellas.
2. Siguiendo el criterio propuesto por Wang (1991), cálculo de las probabilidades de **selección** de la red con menor valor de la función objetivo asociada, P_n y la de mayor valor, P_1 :

$$P_n = cc/n \quad P_1 = (2-cc)/n \quad (2)$$

donde cc es un parámetro que puede tomar valores en el intervalo $[1.5, 2]$, (Montesinos, 1995).

Otros autores prefieren que las probabilidades de selección sean inversamente proporcionales al coste. Esta alternativa presenta algún inconveniente cuando los costes son muy dispares porque el mejor de los individuos puede reproducirse en exceso. Por esta razón se ha preferido la propuesta de Wang.

3. Cálculo de la probabilidad de **selección**, P_S , del

resto de las redes mediante interpolación lineal entre los valores extremos determinados en el punto anterior.

4. Determinación de qué redes van a ser eliminadas, duplicadas y mantenidas sin duplicar. Para ello se calcula:

$$n_s = [n \cdot P_s] \quad (3)$$

donde [a] representa la parte entera de a. Si n_s es igual a cero implica la eliminación de esa solución, si es igual a uno implica que dicha solución se mantiene sin duplicar. Las soluciones restantes, tantas como las eliminadas, son las de mayor probabilidad de selección, se duplican y su réplica pasa a ocupar la posición de las eliminadas.

5. Agrupación de la nueva población en parejas, comenzando por las primeras soluciones y selección aleatoria del punto de **cruzamiento** de cada par, b_c . El cruzamiento de los distintos pares de redes viene controlado por una probabilidad de cruzamiento p_c , cuyo valor oscila entre 0.6 y 1 (Goldberg, 1989; Galante, 1993; Cieniawski y col, 1995 y Liang y col, 1995). En el algoritmo propuesto p_c toma el valor 1, es decir que se van a cruzar todas las parejas formadas.

6. Generación de una nueva población de redes hijas, resultantes del cruzamiento de los componentes de cada pareja, realizada de la siguiente manera: el primer hijo mantiene los mismos dígitos que el *primer padre* hasta la posición p_c , correspondiendo el resto *al segundo padre*; la otra red hija es el resultado de la combinación contraria de los dígitos de las redes parentales. Se obtiene una nueva población de redes que mantienen y recombinan las características de los mejores individuos de la población anterior. Así, por ejemplo, dados las redes padres P1 y P2, que representan los posibles soluciones de una red de cuatro tuberías, en la que los diámetros que las identifican vienen representados por un código binario de tres dígitos:

P1 <111 100 000 101>

P2 <010 101 110 111>

Los hijos resultantes, suponiendo que b_c toma el valor 4, son:

H1 <111 101 110 111>

H2 <010 100 000 101>

7. **Mutación** aleatoria del nuevo conjunto de redes. La mutación permite obtener soluciones del problema que de otro modo permanecerían ocultas, tal como ocurre en el ejemplo utilizado en el apartado anterior, ya que ambos individuos parentales tienen en la quinta posición un 0, con lo que cualquier combinación de los mismos daría siempre soluciones en las que en la quinta posición de la cadena habría un 0. La mutación de dígitos de cada red

está controlada por una probabilidad de mutación P_m , que toma valores distintos según los autores: Goldberg (1989) aconseja valores entre 0.001 y 0.05, Wang (1991) propone 0.01 y Cieniawski y col. (1995), recomiendan $P_m = 0.2 / T \cdot m$. Así, para un valor dado de P_m , el número medio de individuos mutados es $P_m \cdot n \cdot T \cdot m$, el cual puede conseguirse bien seleccionando aleatoriamente entre los $n \cdot T \cdot m$ dígitos de la población, bien distribuyéndolos uniformemente entre los individuos de la población. En el algoritmo que aquí se describe se ha elegido la segunda opción, de modo que se permite la mutación de un dígito, como máximo, en cada cadena; con este procedimiento se obtiene el mismo número de dígitos mutados que con el primer procedimiento, según una probabilidad P_m' , tal que $P_m' = P_m \cdot T \cdot m$ (Montesinos, 1995).

8. Nueva población preparada para la evaluación de la función objetivo de cada una de sus redes, tras lo cual se vuelve a repetir el procedimiento descrito, hasta K veces.

• Módulo de análisis hidráulico y evaluación de la función objetivo:

Cada una de las soluciones (series de diámetros) que se generan en el proceso de optimización, han de ser evaluados. A la solución económica obtenida de la ecuación (1) hay que añadirle restricciones hidráulicas. Es necesario comprobar si cada serie de diámetros es compatible con las ecuaciones que definen la red:

a) Continuidad nodal:

$$\sum_{i \in (N_j)} \pm Q_{i=} \pm Q_{dj} \quad \forall j \quad (4)$$

b) Conservación de la energía:

$$\sum_{i \in (N_m)} \pm K_i Q_i^p = \Delta E_m \quad \forall m \quad (5)$$

siendo:

Q_i = caudal circulante en la tubería i

N_j = conjunto de tuberías que convergen en el nudo j

Q_{dj} = demanda en el nudo j

j = nudo de unión

n_m = conjunto de tuberías que componen una malla o pseudomalla

K_i = resistencia hidráulica de la tubería i

p = exponente de la ecuación de pérdida de carga utilizada

ΔE_m = diferencia de alturas piezométricas entre dos nudos de alturas piezométricas fijas de una pseudomalla. Toma valor cero en el caso de mallas.

m = índice de mallas y pseudomallas

La comprobación del cumplimiento de estas restricciones, expresiones no lineales en términos de caudal, implica el empleo de técnicas numéricas para resolver el sistema de ecuaciones. El método elegido ha sido el de Newton-Raphson pues no plantea problemas de convergencia de la solución (Wood y Rayes, 1981 ; Montesinos y Ayuso, 1992). Este método resuelve las expresiones no lineales de conservación de la energía (ecuación 5) partiendo de un conjunto de valores de caudal que verifican la continuidad nodal (ecuación 4). El incumplimiento de cualquiera de estas ecuaciones, es decir que el sumatorio de pérdidas de carga al finalizar el proceso iterativo difiera del valor inicial (asumiendo un nivel de tolerancia fijado a priori), supone la introducción del sumando de penalización, P , en la función objetivo:

$$P = 10^{20} \cdot w \quad (6)$$

donde w representa la diferencia en valor absoluto entre los valores inicial y final de ΔE_m

Además de las restricciones físicas de circulación del agua en redes, pueden introducirse todas las condiciones de operación del sistema que se deseen, restricciones funcionales, relativas a velocidades máximas y mínimas del fluido en los conductos, presiones nodales requeridas, timbrajes, etc. Al igual que en el caso anterior, el incumplimiento de estas nuevas restricciones implica la introducción de sumandos de penalización, los cuales toman valores muy variables, proporcionales al grado de incumplimiento de la restricción, pues son el producto de una constante (cuyos valores oscilan entre 10^6 a 10^{10}) por el número de veces que dicha restricción se incumple.

Estas penalizaciones incrementan el valor de la función de costes de las soluciones no *idóneas*, aumentándose sus probabilidades de eliminación por el AG.

APLICACIÓN

La metodología expuesta se ha aplicado a un ejemplo clásico de optimización de redes, propuesto inicialmente por Alperovits y Shamir (1977) y analizado posteriormente por Goulter y col. (1986), Fujiwara y col. (1987), Sonak y Bhawe (1993) y Eiger y col. (1994).

En la *Figura 1* se adjunta un esquema de la red estudiada, con los datos correspondientes a una determinada condición de carga, donde d_i , representa la demanda nodal y E_i , la cota de cada nudo. La red está compuesta por 8 tuberías de 1000 m de longitud. Un embalse, en el que la cota del nivel del agua es 210 m, abastece a la red por gravedad. El valor del coeficiente de Hazen-Williams es de 130.

La aplicación de un AG como método de optimización implica la utilización de una serie de 2^m valores del parámetro de diseño (diámetros), siendo m el número de dígitos del código binario de los mismos. Se ha fijado el valor de m en 4, con lo que el AG puede utilizar 16 diámetros comerciales. Tomar valores de m mayores que 4 no tiene sentido pues no se dispone de series comerciales de 32 clases de diámetros que corresponderían a un valor de m igual a 5. Con estas condiciones, la longitud de cada cadena binaria formada es de 32 dígitos. Según Galante (1993), en general, se consigue la convergencia hacia la red óptima, con poblaciones de 100 redes y analizando unas 50 generaciones, cuando las cadenas binarias tienen una longitud del orden de 50 dígitos. En este ejemplo concreto se ha determinado una solución óptima analizando un total de 10.000 redes (resultado del producto del número de iteraciones y del número de soluciones que forman la población), de un espacio de búsqueda de $4,3 \cdot 10^9$ alternativas.

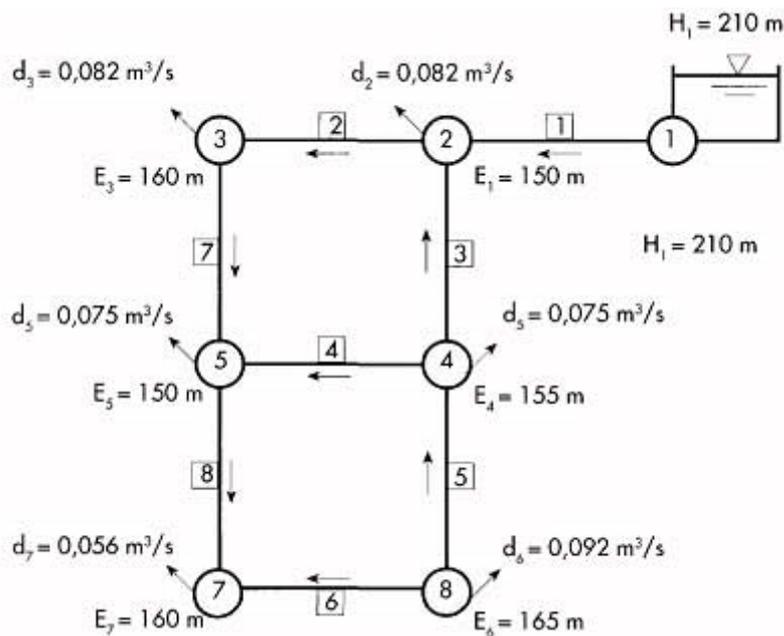


Figura 1. Esquema de red propuesto por Alperovits y Shamir (1977).

Los valores asignados a los distintos parámetros son:

- Número de soluciones iniciales, 100
- número de iteraciones realizadas, 100
- Parámetro que controla las probabilidades de selección c_e , 1,8.
- Probabilidad de mutación individual, $P_m = 0,7$ ($P_m = 0,022$).

Como restricciones funcionales se han considerado:

- Una velocidad de circulación del agua en tuberías comprendida entre 0,5 y 2,5 m/s.
- Una presión mínima en los nudos de demanda es de 30 mca (se supone que es una red de abastecimiento urbano).
- Los valores extremos de la serie de diámetros empleada son 80 mm y 1000 mm.
- Se considera una única clase de tubería con respecto al timbrado por facilidad de comparación de resultados con los obtenidos por otros autores.

La evolución del AG en las sucesivas generaciones puede observarse en la *Figura 2*, en la que el eje de abscisas representa el número de generaciones y el de ordenadas el mínimo coste de red obtenido en cada una de las generaciones. Es importante destacar la capacidad del AG para pasar, en pocas generaciones, de un conjunto de soluciones generadas al azar (a diferencia de la mayor parte de los métodos que necesitan partir de soluciones razonables) muy lejanas del óptimo a otras muy próximas al mismo. Los costes de las soluciones iniciales son muy altos debido a que estas alternativas de diseño están lejos de cumplir la totalidad de los condicionantes impuestos, estando sus costes muy penalizados.

Los resultados obtenidos se recogen en la *Tabla 1*, en la que se adjuntan los de Alperovits y Shamir (1977) y Eiger y col. (1994) para la red estudiada, sabiendo que todos los autores con los que se han comparado resultados han utilizado como ecuación de pérdida de carga en tuberías la expresión de Hazen-Williams. Por otra parte, Fujiwara y col. (1987) y Sonak y Bhave (1993), también han hecho propuestas de optimización de esta red, pero sólo proporcionan el coste final y una distribución de caudales, que no nos permiten determinar exactamente cuales son los diámetros resultantes de la optimización, ya que los métodos que utilizan permiten segmentos de tubería de diferente diámetro para conectar dos nudos.

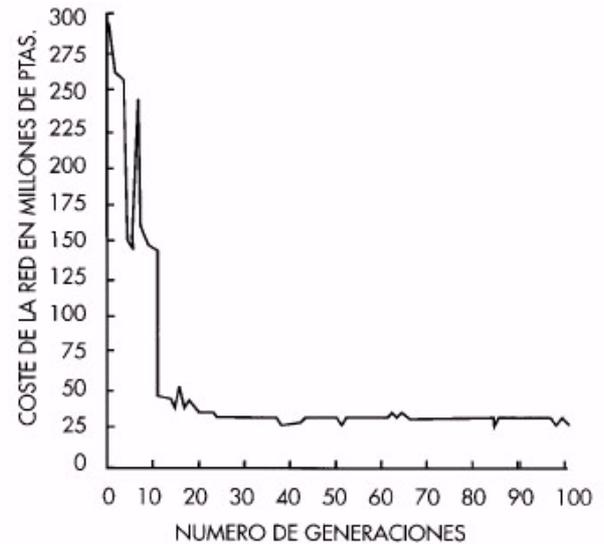


Figura 1. Evolución del AG en sucesivas generaciones

Del análisis de la *Tabla 1* se deduce que el coste de la red obtenido mediante la aplicación del AG es inferior que el de Alperovits y Shamir, para las mismas restricciones funcionales. Con la solución propuesta por Eiger y col., no es posible establecer una comparación ya que emplean diámetros no disponibles comercialmente y no consideran restricciones de velocidad (valor mínimo de 0,4 m/s, ligeramente inferior al considerado), por lo que su solución es matemáticamente válida pero no realista.

De igual modo, la solución propuesta por Goulter y col. (1986) supone un coste de 27.537.6536 pta más el coste correspondiente a 1000 m de tubería con diámetros fuera del intervalo de valores considerados inicialmente. Sobre esta solución se pueden hacer las mismas consideraciones que sobre la propuesta por Eiger y col (1994) (admiten hasta un valor de velocidad de 0,09 m/s en una de las tuberías).

Fujiwara y col. (1987) dan un coste del sistema de 415.271 \$, resultado de la asignación de precios unitarios relativos de la serie de diámetros disponible (de 1 a 24 pulgadas o de 25 mm a 600 mm, aunque utiliza como diámetro mínimo el de 6 pulgadas, 150 mm). Los precios unitarios son los mismos empleados por Alperovits y Shamir, con lo que, al no disponer de los diámetros resultantes para calcular su equivalente en pesetas, se ha establecido un relación lineal entre costes en pesetas y en dólares, obteniéndose como coste de la red a comparar 26.604.857 pta. Este valor es inferior al obtenido mediante el AG, consecuencia de no considerar restricciones de velocidad de flujo en tuberías.

Sonak y Bhave (1993), obtienen como coste mínimo del sistema equivalente a 25.761.617 pta, utilizando la misma serie de diámetros que los autores anteriores, admitiendo, por tanto diámetros de 25 mm, no disponibles comercialmente. Tampoco considera restricciones de velocidad.

CONCLUSIONES

El algoritmo genético propuesto es un método idóneo de búsqueda de soluciones óptimas para problemas de diseño en ingeniería, siendo aplicado en el presente trabajo a la obtención de una red de distribución de agua de coste mínimo, con una topología y condición de carga fijas. Su eficiencia en la obtención de la solución ha quedado demostrada en su aplicación a una red estudiada por diversos autores.

El algoritmo genético inicia la búsqueda del óptimo partiendo de un conjunto de puntos obtenidos de forma aleatoria y mediante los operadores de selección, cruce y mutación, así como el valor de la función objetivo en cada uno de estos puntos, llega a obtener la solución deseada, sin los inconvenientes de los métodos que requieren un determinado punto de partida para alcanzar dicha solución.

Aunque no hay prueba matemática de que el óptimo obtenido sea global, al igual que ocurre con cualquier procedimiento numérico, el algoritmo genético representa una perspectiva de búsqueda más global que el resto de las técnicas, ya que explora el espacio de soluciones a partir de un conjunto de puntos simultáneos.

REFERENCIAS

- Alperovits, E. y U. Shamir (1987) *Design of Optimal Water Distribution Systems*. Water Resources Research, 13(6), 885-900.
- Cabrera, E. y col. (1992) Curso de Ingeniería Hidráulica Aplicado a los Sistemas de Distribución de Agua. U. D. de Mecánica de fluidos. UPV.
- Eiger G., U. Shamir y B. Ahron (1994) *Optimal Design of Water Distribution Networks*. Water Resources Research, 30(9), 2637-2646.
- Fujiwara, O., Jenchimahakoon, B. y P. Edirisinghe (1987) *A Modified Linear Programming Gradient Method for Optimal Design of Looped Water Distribution Networks*. Water Resources Research, 23(6), 977-982.
- Fujiwara, O. y D. B. Khang (1990) *A Two-Phase Decomposition Method for Optimal Design of Looped Water Distribution Networks*. Water Resources Research, 26(4), 539-549.
- Galante, M. (1993) *Un Algoritmo Genético Simple para la Optimización de Estructuras Planas Articuladas*. Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería, 9(2), 179-199.
- Goldberg, D. E. (1989) Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning. Addison-Wesley Publishing Company, Inc.
- Goulter I. A., B. M. Lussier y D. R. Morgan (1986) *Implications of Head Loss Path Choice in the Optimization of Water Distribution Networks*. Water Resources Research, 22(5), 819-822.
- Lansley, K. F. y L. W. Mays (1989) *Optimization Models for Design of Water Distribution Systems*. Cap 3. Reliability Analysis of Water Distribution Systems. ASCE, Ed. L. Mays.
- Martínez, F. y R. Préz (1992) *Diseño de Redes de Distribución*. Cap 13. Curso de Ingeniería Hidráulica Aplicada a los Sistemas de Distribución de Agua. Unidad Docente de Mecánica de Fluidos. UPV.
- Martínez, E. R. Pérez y J. Izquierdo (1995). *Diseño Óptimo y Fiabilidad en Sistemas de Distribución de Agua*. Cap 13. Mejora del Rendimiento y de la Fiabilidad en Sistemas de Distribución de Agua. Ed. E. Cabrera y A.F. Vela. UPV.
- Montesinos, M^a P y J. L. Ayuso (1992) *Modelos de Simulación de Sistemas de Distribución de Agua*. VIII Congreso Nacional de Ingeniería de Proyectos. AEIPRO. 439-452. Madrid.
- Montesinos, M^a P. (1995) Modelo Matemático para el Diseño Óptimo de Sistemas de Distribución de Agua. Tesis Doctoral. E.T.S.I. Agrónomos y Montes. Universidad de Córdoba.
- Shamir, U. (1974) *Optimal Design and Operating of Water Distribution Systems*. Water Resources Research, 10(9), 27-36.
- Sonak, V. V. y P. R. Bhave (1993) *Global Optimum Tree Solution for Single-Source Looped Water Distribution Networks Subjected to a Single Loading Pattern*. Water Resources Research, 29(9), 2437-2443.
- Uralita, (1994) Tarifa de Tubos y Juntas de Presión de Fibrocemento (para abastecimiento de agua, distribución y riego).
- Wang, Q. J., (1991) *The Genetic Algorithm and its Application to Calibrating Conceptual Rainfall-Runoff Models*. Water Resources Research, 27(9), 2467-2471.
- Wood, D. y A. Rayes, (1981) *Reliability of Algorithms for Pipe Network Analysis*. J. Hydraul. Div. ASCE. 107(10), 1145-1161.

Tub	Algoritmo genético			Alperovitsy Shamir (1977)			Eiger y col. (1994)		
	D (mm)	L (m)	Pr ¹ (pts)	D (mm)	L (m)	Pr ¹ (pts)	D (mm)	L (m)	Pr ¹ (pts)
1	500	1000	8949	450	744	7205	450	1000	7205
				500	256	8949			
2	250	1000	2363	200	996	1920	250	762	2363
				150	4	1725			
3	400	1000	5605	450	1000	7205	400	1000	5605
4	125	1000	998	150	681	1725	25	1000	2363
				200	319	1920			
5	400	1000	5605	400	1000	5605	350	371	4378
							400	629	5605
6	250	1000	2363	250	215	2363	200	11	1920
				300	785	3315			
7	200	1000	1920	150	1000	1725	200	78	1920
							250	922	2363
8	80	1000	998	150	991	1725	25	1000	α^2
				100	9	998			
Costetota		29.078.000 pts		30.712690 pts			25.235.932+ 1.000 • α^2 pts		

(1) Pr: precio por metro lineal de tubería (precios del catálogo de tuberías de fibrocemento de Uralita, 1994)

(2) α : representa el precio unitario de tuberías no disponibles en catálogos comerciales.

Tabla 1. Resultados de la optimización de la red