

UNIVERSIDAD DE CÓRDOBA

DEPARTAMENTO DE FÍSICA



**Contribución al estudio de la
amplificación Raman en fibras
ópticas**

ANTONIO ORTIZ MORA

TESIS DIRIGIDA POR:

DR. D. ANTONIO DENGRA SANTAOLALLA

Y

DR. D. RAFAEL GÓMEZ ALCALÁ

MEMORIA PRESENTADA PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR

POR LA UNIVERSIDAD DE CÓRDOBA

Córdoba 2013

TITULO: *Contribución al estudio de la amplificación Raman en fibras ópticas*

AUTOR: *Antonio Ortiz Mora*

© Edita: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Córdoba. 2014
Campus de Rabanales
Ctra. Nacional IV, Km. 396 A
14071 Córdoba

www.uco.es/publicaciones
publicaciones@uco.es



TÍTULO DE LA TESIS: Contribución al estudio de la amplificación Raman en fibras ópticas

DOCTORANDO/A: Antonio Ortiz Mora

INFORME RAZONADO DEL/DE LOS DIRECTOR/ES DE LA TESIS

(se hará mención a la evolución y desarrollo de la tesis, así como a trabajos y publicaciones derivados de la misma).

El trabajo de Tesis presentado por el doctorando realiza tres contribuciones muy importantes en el estudio del scattering Raman estimulado (SRS) en fibras ópticas. En primer lugar se ha realizado una revisión completa de la respuesta Raman en fibras ópticas, abordando no solo los tratamientos escalares sino también los vectoriales. Esta revisión abarca desde la introducción de todos los parámetros característicos de este proceso, hasta los efectos de saturación y birrefringencia.

Como segunda aportación, se ha desarrollado un nuevo modelo escalar de amplificación Raman distribuida basado en el Método de los Momentos. Este modelo permite determinar los parámetros iniciales del pulso para que este los conserve hasta el final de su propagación a lo largo de la fibra con amplificación Raman. Los resultados del modelo se validan mediante la resolución de la ecuación de propagación utilizando el método Split-Step Fourier (SSFM).

Como tercera aportación, se ha completado este estudio con el desarrollo de un modelo vectorial para el proceso de amplificación Raman distribuida que incluye los efectos de la birrefringencia en el régimen de ganancia Raman.

Parte de los resultados de esta tesis han sido presentados como comunicación en un Congreso Internacional y han sido publicados como artículo en la revista científica *Optik-International Journal for Light and Electron Optics*.

Consideramos por tanto que la Tesis reúne los requisitos de originalidad e innovación necesarios y posee méritos científico-técnicos suficientes.

Por todo ello, se autoriza la presentación de la tesis doctoral.

Córdoba, 12 de Noviembre de 2013

Firma del/de los director/es

Fdo.: Dr. D. Antonio Dengra SantaOlalla

Fdo.: Dr. D. Rafael Gómez Alcalá

A Maru, Carlos y Miguel

Agradecimientos

Después de una larga singladura, como ha sido esta, es de justicia reconocer a todos aquellos que, de alguna u otra forma, han contribuido a que este trabajo haya finalizado arribando a buen puerto. En todas las empresas de la vida, y en la actividad científica en particular, surgen dificultades y momentos de debilidad que, con seguridad, serían insuperables de no ser por la ayuda y el coraje de esas personas.

En primer lugar deseo mostrar mi gratitud a **Antonio M. Díaz**, por los esfuerzos compartidos codo con codo. Muchos son los frutos que he obtenido de su capacidad y de su amistad, de la que me honro con contar.

Quiero expresar mi agradecimiento más profundo a los directores de esta tesis, por confiar en mí hace ya algunos años para iniciar la labor de investigación. En primer término al **Prof. Dr. D. Rafael Gómez Alcalá**, por su disponibilidad, apoyo y conocimiento del área en la que se encuadra

este trabajo, de los que me he beneficiado en gran manera. Y también quiero mostrar mi agradecimiento al **Prof. Dr. D. Antonio Dengra SantaOlalla**, por su infinita generosidad, sabiduría y hombría de bien, sin las que este trabajo jamás hubiera visto la luz. He aprendido tanto, y espero continuar haciéndolo, que es un orgullo y un honor colaborar con él.

También quiero agradecer en general a los miembros del **Departamento de Física** de la **Universidad de Córdoba** la ayuda prestada en todo momento, haciendo que la labor docente e investigadora que vengo desarrollando sea más cómoda y fructífera. Muchas gracias a todos/as.

Y finalmente quiero expresar la deuda de gratitud que tengo contraída con mi familia, por todo el apoyo y paciencia que han derrochado para que esta obra sea una realidad. Demasiadas horas les he robado, y sólo espero resarcirles con creces. Ellos son el motor que da vida a este humilde profesor.

Resumen

La utilización de los sistemas de comunicaciones basados en fibra óptica está hoy en día muy extendida y con ella es posible atender la demanda social de una mayor cantidad y rapidez en la transmisión de datos de unos puntos a otros. Dado que las fibras ópticas atenúan la luz cuando se propaga en su interior, la tecnología basada en la amplificación óptica de señales en líneas de fibra resulta en la actualidad una parte crucial en los sistemas de transmisiones de comunicaciones de gran capacidad por su alta eficacia y menor coste. En el caso de las fibras de sílice, las pérdidas son relativamente pequeñas para longitudes de onda cercanas a 1500 nm (tercera ventana de comunicaciones ópticas) donde no superan un valor de $0,25\text{ dB/km}$. Lógicamente, en pequeños recorridos de fibra, inferiores a 1 km , esta atenuación es despreciable, pero en los sistemas de comunicaciones de largo recorrido, que superan los cientos o miles de kilómetros, las pérdidas deben ser compensadas para mantener la propagación de los datos. Sin

amplificación en el dominio óptico habría un alto coste tecnológico a la par que económico en conversión electroóptica y posterior regeneración de todas las señales que circularan por la fibra.

En la actualidad existen varios tipos de sistemas de amplificación óptica adaptados a las aplicaciones en telecomunicaciones con altas tasas de transmisión y largas distancias. Uno de ellos es el basado en el efecto del Scattering *Raman* Estimulado (SRS) que un bombeo láser produce sobre una señal formada por pulsos de luz que porta la información. Curiosamente fue uno de los sistemas de amplificación en el dominio óptico que más temprano comenzaron a ser investigados desde su observación y medida de la ganancia por *Stolen e Ippen* en la década de los 70's. Los amplificadores ópticos basados en efecto *Raman* se demostraron usando láseres de estado sólido, antes incluso que los basados en el dopado de las fibras con tierras raras o algunos que utilizan tecnologías de semiconductores, pero su despliegue no ha sido tan importante hasta que recientemente no se ha dispuesto de fuentes de bombeo con diodos láseres de alta potencia.

El trabajo desarrollado en esta tesis proporciona un estudio del efecto que la amplificación *Raman* distribuida produce sobre la dinámica de evolución de pulsos en fibras ópticas. Dicho estudio se ha realizado en dos partes. En primer lugar, se ha estudiado el origen del scattering *Raman* en las fibras de sílice a

partir de la respuesta no lineal del medio. A continuación se han analizado los efectos de la polarización de tercer orden presentes cuando se propagan campos suficientemente intensos. Este análisis se realiza mediante un modelo clásico de osciladores moleculares acoplados, obteniéndose las expresiones de la respuesta *Raman*, a la vez que se deducen los coeficientes de ganancia efectivos a partir del efecto del *SRS*, que pueden compensar las pérdidas sufridas por los pulsos cuando se propagan a largas distancias.

Utilizando la aproximación de envolvente de variación lenta *SVEA*, hemos desarrollado un nuevo modelo escalar que permite deducir la ecuación de propagación en la que aparecen términos dispersivos y no lineales, incluyendo el término de ganancia *Raman* en un sistema con bombeo en contrapropagación. En su resolución se ha empleado una técnica basada en el *Método de los Momentos*, a partir de la cual hemos obtenido las condiciones de lanzamiento óptimas con las que se deben inyectar los pulsos para que, tras una determinada distancia de propagación, resulten completamente regenerados. Dicho estudio se ha realizado para distintas relaciones entre las distancias típicas de dispersión y de amplificación que se utilizan en los tendidos reales de fibra existentes en la actualidad. Hemos comparado los resultados que proporciona el modelo con los obtenidos mediante la aplicación de la técnica numérica del Split-Step Fourier Method *SSFM*, cuyo uso

está muy extendido y posee validez demostrada en el estudio de la propagación de campos electromagnéticos en medios dispersivos y no lineales. Finalmente comprobamos que hay un gran acuerdo entre los resultados obtenidos por nuestro modelo y los que proporciona la técnica *SSFM*.

En la segunda parte, debido a la naturaleza vectorial del problema, hemos extendido el estudio mediante el desarrollo de un nuevo modelo que tiene en cuenta la birrefringencia aleatoria de las fibras convencionales utilizadas en la actualidad, así como el efecto que la dispersión por el modo de polarización *PMD* tiene sobre la ganancia *Raman*. Se han deducido las ecuaciones de propagación vectorial acopladas para las componentes de polarización de un pulso en un amplificador de fibra *Raman* distribuida. Para distancias habituales en los sistemas de amplificación, se han resuelto numéricamente dichas ecuaciones utilizando el método *SSFM*, con bombeo CW en contrapropagación y con polarizaciones iniciales arbitrarias. Como trabajamos en longitudes superiores a las longitudes de desacople y batido, se comprueba que después de cada etapa de amplificación se produce la regeneración de los pulsos vectoriales, siempre y cuando se hayan tomado las condiciones óptimas de lanzamiento que proporciona el modelo. El estudio se ha realizado para distintas relaciones entre las longitudes típicas de amplificación y de dispersión, confirmando la validez de los resultados

obtenidos por nuestro modelo en sistemas de amplificación *Raman* con birrefringencia aleatoria.

Abstract

The use of communication systems based on optical fiber is now an accomplished fact that allows us to give service to society's demand for a greater amount and data transmission speed between some points. Since the optical fibers attenuate light when propagating therein, the technology based on signals optical amplification on fiber lines is now a crucial part in the communications systems of large transmissions capacity for high efficiency and lower cost. In silica fibers, losses are relatively small for wavelengths close to 1500 *nm* (third window of optical communications) which do not exceed a value of 0,25 *dB/km*. Logically, in small runs of fiber, less than 1 *km*, this attenuation is negligible, but in long-haul communication systems, that exceed hundreds or thousands kilometers, losses must be compensated to maintain the spread of data. Without amplification in the optical domain, we have a high technological cost on the electro-optical conversion and subsequent regeneration of all signals that circulate through the fiber.

Currently there are several types of optical amplification systems suited to applications in telecommunications with high transmission rates and long distances. One of them is based on the effect of Stimulated *Raman* Scattering (*SRS*) from pump laser to signal light carrying the information. Interestingly it was one of the amplification systems in the optical domain that earlier began to be investigated from the observation and gain measurements by *Stolen* and *Ippen* in the early 70's. *Raman* fiber amplifiers were shown using solid state lasers rather than those based on fiber doped with rare earths or some that use semiconductor, but its deployment was not as important until recently not been available pump sources based on high-power laser diodes.

The work developed in this thesis provides a study of distributed *Raman* amplification effect on pulses evolution dynamics in fibers. This study was conducted in two parts. First, the origin of *Raman* scattering in silica fibers from the nonlinear response have been studied. Here we have analyzed the third-order polarization effects that occurs when sufficiently intense fields are propagated. This analysis is performed by a classical model of coupled molecular oscillators, obtaining expressions for effective *Raman* gain coefficients from *SRS*, which can compensate the losses suffered by the pulses as they propagate long distances. Using the Slowly Varying Envelope Approximation (*SVEA*), we have developed a new model to deduce the

scalar propagation equation appearing in the dispersive and nonlinear terms, including the *Raman* gain term in a backward pumping system. In its resolution we employed a technique based on the Method of Moments, from which we have obtained the optimal launch conditions with which they must inject pulses so that, after a certain propagation distance, the distortion is the minimum. This study was carried out for different relations between dispersion and typical amplification distances used in nowadays fiber lines. We have compared the results provided by the model with those obtained by applying the Split-Step Fourier Method *SSFM*, whose use is widespread and it has demonstrated validity in the propagation problem of electromagnetic fields in dispersive and nonlinear media. Finally we check there is a broad agreement between the results obtained by our model as providing by *SSFM*.

In the second part, due to vector nature of the problem, we have extended the study by developing a new model that takes into account the random birefringence that exists in conventional fibers used today, and the impact that Dispersion Mode Polarization *PMD* has on *Raman* gain. Coupled vector propagation equations to pulse polarization components have been derived in a distributed *Raman* fiber amplifier. We have numerically solved these equations using *SSFM* for typical distances in amplification systems, with backward-CW pumping and arbitrary input polarization states. We study

average polarization components evolution of pulse in propagation lengths greater than fiber whipping length and pumping-signal polarization states decoupling length, as are those in the stands current fiber lines. It is found that vector regeneration pulse occurs after each amplification stage if optimum launch conditions providing by the model have been taken. The study was conducted for different amplification and dispersion length ratios, confirming the validity of the results obtained by our *Raman* amplification model with random birefringence.

Índice general

Agradecimientos	I
Resumen	III
Abstract	IX
Introducción	1
1. Scattering Raman en fibras ópticas	5
1.1. Propagación en fibras: Atenuación y Amplificación óptica . . .	8
1.2. Respuesta Raman en fibras: Coeficientes de ganancia	35
1.2.1. Polarización eléctrica lineal y no lineal en fibras ópticas	35
1.2.2. Efectos del scattering <i>Raman</i> en fibras ópticas	44
1.2.3. La respuesta <i>Raman</i> en las fibras de sílice	56

1.2.4. Coeficiente de ganancia <i>Raman</i>	64
1.2.5. Coeficiente efectivo de ganancia <i>Raman</i> en amplifi- cación distribuida	73
1.2.6. Longitud efectiva de ganancia <i>Raman</i> y umbral de potencia para el SRS	81
1.2.7. Saturación en ganancia	91
1.3. Ecuaciones acopladas de propagación para las amplitudes de señal y bombeo	96
1.4. Amplificación <i>Raman</i> con bombeo CW	116
2. Modelo escalar de amplificación <i>Raman</i> distribuida en fibras ópticas	125
2.1. Amplificación óptica segmentada y distribuida. Formatos de comunicación óptica	128
2.2. Efectos de la dispersión y la no linealidad sobre la transmisión de información en las fibras	135
2.3. Transmisión de información mediante solitones en fibras ópticas	141
2.4. Modelo de amplificación <i>Raman</i> DRA: Método de los Momentos	161

2.4.1. DRA con bombeo en contrapropagación: Ecuaciones de los parámetros de propagación	165
2.5. Validación del modelo de amplificación <i>Raman</i> DRA	172
2.5.1. Influencia de la potencia de pico	186
2.5.2. Influencia del prechirpeado	193
3. Efectos de la polarización en la propagación de pulsos con amplificación Raman en fibras ópticas	201
3.1. Birrefringencia en las fibras ópticas y dispersión por el modo de polarización	203
3.2. Ecuaciones vectoriales acopladas de propagación con término de ganancia Raman	216
4. Modelo vectorial de amplificación Raman distribuida en fibras ópticas	225
4.1. Modelo vectorial de propagación de pulsos en fibras con birrefringencia aleatoria en régimen de ganancia Raman	228
4.1.1. Coeficiente de ganancia Raman efectivo dependiente de la polarización	230

4.1.2. Ecuaciones promedio de propagación vectorial con término de ganancia Raman efectivo	238
4.2. Verificación del modelo vectorial de amplificación <i>Raman</i> DRA	245
4.2.1. Efecto de la ganancia distribuida sobre la energía de los pulsos vectoriales	248
4.2.2. Efecto de la potencia y chirp óptimos en la propagación	251
5. Aportaciones y Conclusiones	257
Apéndices	265
A. Descripción cuántica del SRS en fibras ópticas	267
B. Solución numérica a la ecuación no lineal de propagación.	
Método del Split-Step <i>Fourier</i>	277
C. Método de los Momentos en régimen de ganancia <i>Raman</i>	293
D. Métodos de <i>Runge-Kutta-Fehlberg</i> con coeficientes de <i>Cash-Karp</i>	309
Bibliografía	319

Lista de figuras	361
Lista de tablas	363

Introducción

El trabajo desarrollado en esta tesis proporciona un estudio del efecto que la amplificación óptica distribuida *Raman* produce sobre la dinámica de evolución de pulsos solitónicos en las fibras ópticas monomodo. Para tal objetivo es necesario conocer el origen de la respuesta *Raman* en las fibras y cómo a partir del efecto no lineal del Scattering *Raman* Estimulado (*SRS*) las pérdidas que por atenuación se producen en la señal óptica son contrarrestadas, con la adecuada elección de las frecuencias y las potencias de un bombeo láser. Ello nos exige entender la naturaleza de la propagación en la fibra de estos pulsos, para lo cual se deben tener en cuenta los fenómenos dispersivos y no lineales que se presentan durante la misma. Hemos desarrollado un modelo escalar que describe dicha evolución, basada en la deducción de la ecuación no lineal de propagación que incluye la ganancia *Raman*. En su solución usamos técnicas analíticas y numéricas que permiten obtener condiciones de lanzamiento óptimas para los pulsos en su

potencia, anchura inicial y fase. Con ellas conseguimos que los pulsos ópticos se regeneren tras las sucesivas etapas de amplificación. Así podemos garantizar la calidad de la transmisión de las señales de comunicación ópticas.

Debido a la auténtica naturaleza vectorial del problema, se extiende nuestro estudio mediante un modelo en el que se tiene en cuenta la birrefringencia aleatoria de la fibra, que aparece a causa de las fluctuaciones en la geometría del núcleo y las anisotropías producidas en este por efectos mecánicos en los tendidos de gran longitud. Así mismo, tenemos en cuenta la dispersión que se produce por el modo de polarización (*PMD*) en la propagación de pulsos vectoriales durante el proceso de amplificación. Con ello, deducimos las ecuaciones de propagación vectorial y se analiza la influencia que dichos efectos tienen en la ganancia que proporciona el efecto *SRS* durante la amplificación distribuida en las dos componentes de polarización de los pulsos ópticos.

Esta memoria de tesis se ha organizado de la siguiente manera: en el primer capítulo se introduce de forma sucinta la situación actual de la amplificación en el dominio óptico dentro del campo de las comunicaciones por fibra y el interés científico-tecnológico que despierta el fenómeno no lineal del Scattering *Raman* Estimulado para tal fin. Igualmente incluye un tratamiento con un modelo clásico e ilustrativo del scattering *Raman* y el origen de

la susceptibilidad *Raman* en las fibras de sílice, seguido de la revisión y deducción de un modelo teórico escalar del fenómeno del *SRS* en fibras ópticas. A continuación, se realiza la deducción de la ecuación no lineal de propagación escalar para pulsos ópticos que tiene en cuenta el término de ganancia a partir de dicho efecto.

Considerando la ecuación de propagación anteriormente deducida, el capítulo 2 plantea un modelo escalar de amplificación *Raman* distribuida de pulsos. El modelo utiliza el *Método de los Momentos* para describir la propagación de dichos pulsos durante el proceso de amplificación a partir del *SRS*. Los resultados del modelo son comparados con la solución obtenida mediante el método numérico *Split-Step Fourier Method*, cuyo uso está más que contrastado al emplearse como forma habitual de validación de la propagación de pulsos en fibras ópticas. Así encontramos qué condiciones de lanzamiento resultan ser óptimas para minimizar la distorsión de los pulsos durante la propagación en largos recorridos de fibra bajo un régimen de ganancia *Raman*.

El capítulo 3 estudia los efectos que la polarización introduce en la propagación vectorial de pulsos ópticos y se deducen las ecuaciones acopladas que la gobiernan en las fibras ópticas con la inclusión del término de ganancia *Raman*.

En el capítulo 4 se desarrolla un nuevo modelo que tiene en cuenta la birrefringencia aleatoria de la fibra óptica en tendidos suficientemente largos y se estudia la evolución promedio de las dos componentes de la polarización del pulso en longitudes de propagación superiores a las longitudes de batido de la fibra y de acoplo entre los estados de polarización del bombeo y de la señal.

Por último, el capítulo 5 resume las principales aportaciones y conclusiones que se han obtenido en el presente trabajo.

Capítulo 1

Scattering Raman en fibras

ópticas

En este capítulo se realiza una introducción a la amplificación óptica dentro de los sistemas de comunicaciones por fibra y se destaca la importancia creciente que está tomando debido a las ventajas que presenta respecto a los dispositivos de conversión electro-óptica. El capítulo se centra en el estudio del efecto no lineal Raman en las fibras ópticas, con el que se pueden compensar las pérdidas que aparecen durante la propagación de señales. Utilizando un modelo clásico, se deducen las expresiones de los coeficientes de ganancia que se obtienen a partir del Scattering Raman Estimulado (SRS), cuando un bombeo láser se acopla a una señal. Se analiza la longitud efectiva de amplificación en tramos de fibra y se determinan los umbrales de potencia necesarios para señal y bombeo. Así mismo, se estudian los aspectos que introduce el SRS en la propagación de pulsos escalares y, finalmente, se deduce la ecuación de propagación no lineal que incluye explícitamente el término de ganancia Raman.

La sociedad de la información en la que nos encontramos inmersos ha venido exigiendo una cada vez mayor cantidad y rapidez en la transmisión de datos entre unos puntos y otros. No es de extrañar entonces que los sistemas de comunicaciones por fibra óptica hayan experimentado un progreso muy importante desde que se desarrollaron las técnicas para la utilización de fibras de sílice de bajas pérdidas en la década de los 70's [1]. Por descontado, la complejidad de estos sistemas de comunicaciones ópticas ha aumentado de forma drástica desde entonces, aunque sus elementos básicos permanecen siendo los mismos. Estos consisten en una fuente óptica, que bien convierta señales eléctricas en ópticas o que genere directamente la señal en el dominio óptico, un medio de modulación de dicha fuente, un medio transmisor (es

decir, la fibra óptica) y un sistema de detección o fotodetector en el extremo final de la fibra [2].

1.1. Propagación en fibras: Atenuación y Amplificación óptica

Las fibras ópticas son capaces de guiar la luz usando el principio de la reflexión total. Consideremos la interfaz de dos medios dieléctricos en la que el índice de refracción del medio incidente es más grande que el del medio en el que la luz es refractado. Si el ángulo de incidencia θ_i del haz de luz llega a un valor límite θ_i toda la energía se reflejará totalmente. Esto se ilustra en la Fig.1.1 que representa la sección de un fibra óptica, con un índice de refracción del núcleo n_{co} y un índice para la cubierta del núcleo (cladding) n_{cl} tal que $n_{co} > n_{cl}$. De esta manera cuando la luz se propaga por la fibra tenemos el guiado completo de la misma.

En la práctica, la cubierta del núcleo de una fibra está fabricada normalmente de sílice SiO_2 fundido. La elección de este vidrio de sílice es adecuada para la fabricación de las fibras porque tiene propiedades muy interesantes para el guiado de la luz debido a sus bajas pérdidas ópticas y a que su índice de refracción puede controlarse precisamente en la dirección radial

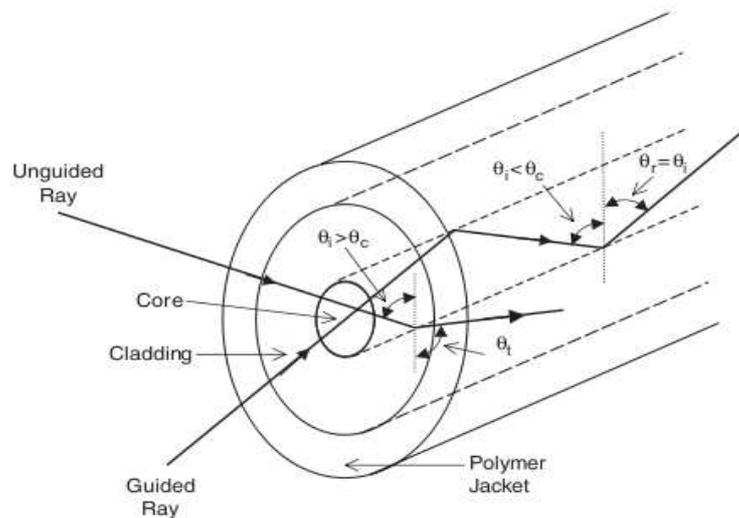


Figura 1.1: Esquema en sección de una fibra óptica que muestra el principio de reflexión total con los ángulos de incidencia reflexión y transmisión. θ_c es el ángulo crítico.

con bajas fluctuaciones en la dirección longitudinal[3]. En cuanto al núcleo de la fibra, normalmente se fabrica añadiendo dopantes tales como el *Ge*, *P* y *Al* que aumenta el índice de refracción del sílice. De hecho el sílice dopado con *Ge* (con una concentración de GeO_2 de hasta 10 % molar) o *vidrio germanosilicato* ha sido el material más frecuente que se ha venido utilizando para los núcleos de las fibras utilizadas en comunicaciones ópticas en los últimos 30 años. Esto es debido a sus excelentes propiedades físicas, próximas a las del vidrio de sílice. Ambos poseen una estabilidad estructural bastante duradera, alta resistencia mecánica, baja actividad química, baja sensibilidad a la radiación ionizante y viscosidades y coeficientes térmicos de dilatación muy próximos.

Estas características hacen posible la fabricación de fibras ópticas de una buena calidad geométrica y con un tiempo de uso útil bastante largo [4]. Por último se les añade una última cubierta de polímero (polymer jacket) que proporciona la protección mecánica del exterior. El índice de refracción del polímero es más alto que el de la cubierta del núcleo para evitar precisamente el guiado en ella.

Las fibra ópticas transportan la información mediante sus modos guiados como cualquier línea de transmisión [5]. Es la naturaleza de la señal empleada la que las diferencia de otras guías de ondas. Por lo tanto vendrá caracterizada por unos determinados parámetros de transmisión que son la **atenuación** α y la **constante de propagación** β . Estos determinan desde un punto de vista electromagnético la propagación de cada uno de los modos guiados por la fibra.

La atenuación en la fibra es una de las limitaciones a la distancia de transmisión de estos sistemas. Estas hacen referencia a los mecanismos responsables de pérdida de potencia de la señal óptica al propagarse por la fibra óptica. Bien pudieran definirse atendiendo a dos criterios:

- En primer lugar considerando las pérdidas modales, aquellas que sufren cada uno de sus modos guiados. Se habla de atenuación modal y depende de la frecuencia y del índice efectivo del modo.
- En una segunda manera, más común en la bibliografía, que puede considerarse como la atenuación total que sufre toda señal en conjunto al propagarse a través de la fibra óptica. Estas pérdidas se estiman al comparar los niveles de potencia de la señal entre los puntos de entrada y salida del tramo de fibra y vienen caracterizadas por una constante de atenuación total.

La atenuación modal relaciona las amplitudes de un modo de propagación entre dos puntos de la fibra, mientras que la atenuación total relaciona los niveles de potencia entre dichos puntos. De hecho, en los sistemas de comunicaciones ópticas interesa destacar el valor medio de la potencia óptica total recibida por el fotodetector para una determinada longitud de onda, de manera que desde el punto de vista de la transmisión, es más interesante conocer las pérdidas totales que las modales.

Las fuentes de pérdidas en las fibras ópticas se pueden clasificar en dos categorías: extrínsecas e intrínsecas. Las primeras son debidas a factores ajenos al material que compone la fibra y proceden del proceso de fabricación

tales como la **presencia de impurezas**¹, **pérdidas por curvatura** o **imperfecciones estructurales**. Con los actuales sistemas y procesos de fabricación[6] la mayoría de estas pérdidas extrínsecas se pueden eliminar o limitar en gran medida.

Los mecanismos intrínsecos de pérdidas son propios del material que compone la fibra y por lo tanto se demuestran ser los más básicos desde el punto de vista físico[5]. Entre ellas destaca la **absorción ultravioleta** debida a transiciones de tipo electrónico que se producen entre la banda de valencia y la de conducción del material que compone el núcleo de la fibra. Estas transiciones provocan picos de absorción centrados en longitudes de onda cortas situadas típicamente en el ultravioleta lejano y son prácticamente nulas para longitudes de onda $\lambda > 1 \mu m$. Otro tipo de mecanismo intrínseco es el debido a la existencia en el infrarrojo lejano de bandas de absorción muy intensas, causadas por oscilaciones de las unidades estructurales (enlaces *Si-O*, enlaces *Ge-O*,...) que componen el material de la fibra. Aunque las longitudes de onda centrales de estas bandas de **absorción infrarroja** se encuentran lejos del espectro habitual para las comunicaciones ópticas, sus

¹Como los picos de absorción debido a los iones OH^- que destacan en el perfil de la figura de pérdidas.

colas se extienden significativamente llegando a penetrar en zonas de interés para la transmisión de la información ($1,2 - 1,7 \mu m$).

Otro tipo de fenómenos intrínsecos de atenuación en fibras son los debidos a distintos scatterings. A diferencia de los mecanismos de absorción, en los que la energía que pierde la señal se transfiere al medio material que da soporte a la transmisión, en los **mecanismos de scattering** la energía que transporta la señal se pierde al ser redirigida fuera del medio de transmisión (*scattering lineal*) o bien al cambiar su longitud de onda (*scattering no lineal*).

El scattering *Rayleigh* es de naturaleza lineal y procede de la existencia de fluctuaciones microscópicas en la densidad del núcleo que se originan debido a la agitación térmica en el proceso de fabricación. Las fluctuaciones en densidad conducen a variaciones locales en el índice de refracción del núcleo de la fibra en una escala que es menor que la longitud de onda óptica. Además la adición de dopantes en el núcleo incrementa este tipo de pérdidas por scattering *Rayleigh* debido a que el material se hace menos homogéneo. Otro aspecto de importancia en relación a este scattering es que se trata del factor de pérdidas dominante dentro de la banda de interés en comunicaciones

ópticas, fijando por tanto el límite inferior de los valores de atenuación que pueden obtenerse en la práctica.²

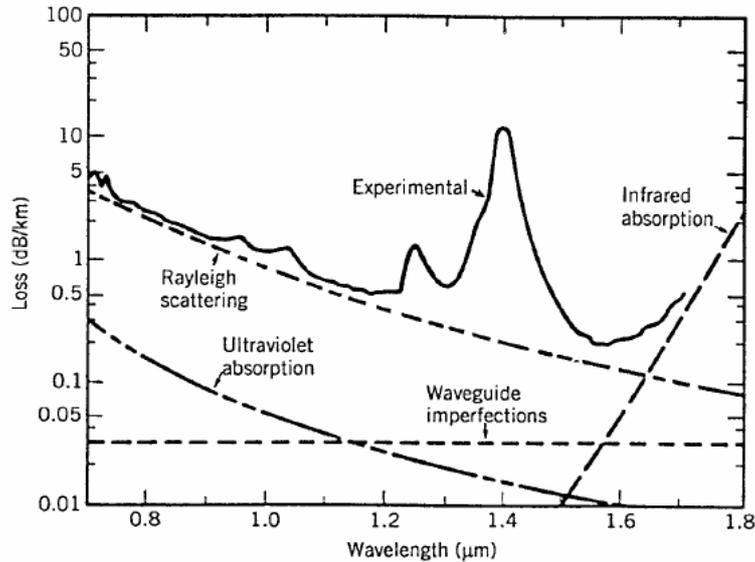


Figura 1.2: Pérdidas en la fibra

Las pérdidas en la señal debidas a *scattering lineal* también pueden producirse debido a la existencia de inhomogeneidades en el índice de refracción del material de la fibra de tamaño comparable al de la longitud de onda de la luz. Como fuentes de este tipo de irregularidades están la existencia de imperfecciones en la fibra que afecta a la simetría cilíndrica de la guía de onda, imperfecciones en las interfases núcleo-cubierta, diferencias

²Una expresión útil para las pérdidas por *scattering Rayleigh* es aquella que da su valor en unidades de dB/Km en función de la longitud de onda $\alpha_R = \frac{A}{\lambda^4}$, donde A depende del tipo de fibra y oscila entre 0,7 y 1 $dB/(Km \cdot \mu m^{-4})$ para fibras monomodo y alto contenido en sílice.

entre los índices de refracción del núcleo y la cubierta que no sean constantes, fluctuaciones en el diámetro del núcleo, aparición de tensiones mecánicas, etc. Este tipo de pérdidas proceden del tipo de scattering que recibe el nombre de *scattering Mie*, y la luz debido a este fenómeno sale dispersada principalmente en el sentido opuesto al de la propagación de la señal.

Ya en los años ochenta del pasado siglo se llevó a cabo de forma masiva la instalación de fibra óptica para comunicaciones. Primero se usaron fibras multimodo de salto de índice, luego se desarrollaron fibras multimodo de gradiente de índice y finalmente fibras monomodo. Este progreso permitió incrementar la capacidad de transmisión de información de las fibras ópticas, hasta alcanzar valores muy por encima de la capacidad de las comunicaciones eléctricas. Esto condujo al avance en la implantación de dispositivos ópticos que llevaran a cabo funciones que estaban siendo realizadas hasta ese momento por dispositivos eléctricos. Esta tendencia alcanzó a uno de los dispositivos básicos en comunicaciones: los repetidores. Cuando la señal transmitida por una fibra óptica se atenuaba hasta situarse por debajo de los niveles mínimos de potencia permitidos, se convertía esta en señal eléctrica mediante un receptor, posteriormente se amplificaba y regeneraba, mediante dispositivos electrónicos, y finalmente se reconvertía en señal óptica y se volvía a introducir en la red de fibra óptica. Este método

presentaba importantes inconvenientes para las redes del futuro próximo. En primer lugar era excesivamente complejo. En segundo lugar no presentaba transparencia al método de codificación, lo que significaba que el instrumental electrónico que había que instalar en los repetidores debía ser cambiado si la forma de codificar las señales cambiaba. Esto suponía un cuello de botella para el desarrollo de las comunicaciones ópticas y explica que, en un momento determinado (últimos años de la década de los ochenta), se comenzase a plantear seriamente la posibilidad de utilizar amplificadores ópticos, que amplifican la señal directamente, con independencia del tipo de codificación, para sustituir a los repetidores clásicos optoelectrónicos.

La amplificación óptica de señales en líneas de redes por fibra se muestra hoy, por tanto, como una parte crucial en los sistemas de transmisión de comunicaciones de alta capacidad, como los de multiplexación en longitud de onda (WDM). Los amplificadores ópticos, como su nombre indica, operan haciendo uso sólo de fotones, sin necesitar la interacción con electrones. De esta forma no es necesario colocar dispositivos de conversión optoelectrónica entre tramos de fibra para compensar las pérdidas en la misma y la posterior regeneración de todas las señales que circularan por ella. Los amplificadores ópticos proporcionan una solución más simple al problema de la atenuación y pueden ser usados independientemente del tipo de modulación y del ancho

de banda, además se pueden configurar como dispositivos bidireccionales que permitan el trabajo con multiplexación de señales[7].

Tanto la utilización del ancho de banda en frecuencias como en longitudes de onda del dominio óptico ha mejorado considerablemente y continúa haciéndolo en la actualidad. Se espera que en esta década los sistemas de multiplexación y con distintos formatos de modulación de las señales puedan aprovechar en su totalidad el rango de bajas pérdidas en las fibras de sílice. Este ancho de banda tan enorme sólo puede ser accesible si se dispone de amplificadores ópticos con alto rendimiento. Pero ha resultado evidente que sólo son útiles aquellos amplificadores ópticos que sean fácilmente conectables a las redes de comunicaciones por fibra óptica. Esto ha limitado las posibilidades realistas de implementación tecnológica a dos: los amplificadores de semiconductor, por su pequeño tamaño y los amplificadores de fibra óptica, por su facilidad de integración en la red. A ambos tipos de amplificadores se ha dedicado un considerable esfuerzo de investigación y desarrollo y ambos se han llegado a implantar en redes. No obstante, las apreciables ventajas de los amplificadores de fibra, tales como pérdidas de inserción y sensibilidad a la polarización muy inferiores, han hecho que su uso sea más frecuente. Existen dos ventajas básicas de los amplificadores de fibra óptica, respecto a los amplificadores convencionales. En primer lugar, la potencia de bombeo

necesaria es mucho menor, debido a que esta se distribuye en una zona de unas pocas micras, en el interior de la fibra, lo que permite conseguir más fácilmente la intensidad de bombeo necesaria para la amplificación. En segundo lugar, los niveles de ruido que se alcanzan (asociados a fenómenos físicos de emisión espontánea y scatterings no controlables) son menores, y por último, la fibra óptica puede enrollarse fácilmente, ocupando poco volumen, lo que permite utilizar amplificadores muy largos, para conseguir la máxima ganancia compatible con la potencia de bombeo utilizada.

Existen varios tipos de amplificadores ópticos [8], pero en la actualidad los dos sistemas más utilizados entre ellos que están realmente adaptados a las aplicaciones en telecomunicaciones son:

- Los basados en el *efecto láser* que utilizan la generación estimulada por la luz que deseamos amplificar.
- Aquellos que emplean la ganancia suministrada por los efectos de scattering estimulado.

En el caso de los primeros, se inserta un medio activo en el núcleo de la fibra constituido por un material que puede presentar un efecto de amplificación por emisión estimulada, esto es, emisión de fotones perfectamente coherentes con la señal incidente e inducida por ella. Esta última configuración es la única

compatible con los condicionantes de bajo consumo y mínimas pérdidas de inserción en línea. Si a estas exigencias se añaden las de funcionamiento a la longitud de onda en torno a los 1550 nm , que corresponde al mínimo de atenuación en las fibras ópticas como hemos visto anteriormente, la anchura suficiente de la banda espectral, una ganancia elevada (entre 20 y 30 dB) y pequeña o nula sensibilidad al estado de polarización de la luz, sólo dos tipos de dispositivos responden a este tipo de requisitos: *los amplificadores ópticos de semiconductor (SLA)* y *los amplificadores ópticos dopados con elementos de tierras raras* (ej. Erbio, Praseodimio, Neodimio etc).

Los SLA[9] se basan en la estructura convencional de un láser con reflectividades en los espejos menores de lo habitual y pueden utilizarse tanto en modo lineal como no lineal. Hay varios tipos dentro de los SLAs entre los que caben destacar los de cavidad resonante (tipo *Fabry-Perot*), los de onda viajera (*travelling wave* o *TWA*) y los cuasi onda viajera (*near travelling wave* o *NTWA*) que son amplificadores sin cavidad resonante. Sin embargo todos ellos tienen aún cierta sensibilidad a la polarización, resultado de una geometría de guía no circular. Por otro lado presentan pérdidas en el acoplamiento debido a las diferencias de sección entre la guía activa (alrededor de $5\ \mu\text{m}^2$) y la fibra de la línea (cuyo diámetro está en torno a $60\ \mu\text{m}^2$). Por último, tienen una débil potencia de salida, un nivel de ruido aún incómodo así como

problemas de intermodulación entre canales adyacentes, lo que los hacen de uso limitado en sistemas multiplexados.

Los problemas citados se ven mejorados en los amplificadores ópticos de fibra dopados con tierras raras (EDFA's, PDFFA's, etc)[10]. Este tipo de sistemas se obtienen al dopar el vidrio del núcleo de una fibra óptica con iones de estas especies químicas de lantánidos convirtiéndolo en el medio activo del dispositivo. La inversión de población (recordemos que son de efecto láser) se obtiene a través del bombeo óptico de estos iones que los traslada de un estado energético fundamental a otro excitado. La principal ventaja es que son compatibles con el medio de transmisión que es la propia fibra. Se puede por tanto conseguir un solapamiento excelente entre la señal de bombeo y los iones presentes en el núcleo de la fibra aprovechando las características de guíaonda cilíndrica que tiene esta, con lo que se obtiene un sistema amplificador insensible al estado de polarización de la señal a su entrada. La longitud de fibra necesaria para la amplificación es de unas decenas de metros y la potencia de bombeo típica está entre varias decenas o centenas de mW , dependiendo del ion dopante. Con ellos se han conseguido curvas de ganancia con una anchura de banda espectral de hasta 50 nm . De hecho los últimos amplificadores de fibra dopados con Er EDFA's tiene un ancho de banda útil de $1530 - 1625\text{ nm}$, pero la extensión del mismo requiere la utilización

de nuevos dopantes y nuevos tipos de vidrios EDFA como los basados en el silicato de antimonio[11]. Sin embargo presentan como desventajas la carestía de la fabricación de fibras largas con estos dopados, un perfil oscilante de ganancia y los efectos de saturación en la misma que resultan importantes en largas extensiones de fibra. Así mismo destaca todavía una molesta figura de ruido debido al hecho de que estos sistemas de amplificación con tierras raras utilizan un esquema de bombeo de tres niveles que imposibilita una completa inversión de población por la carencia de un segundo estado fundamental[12]. Aparece en todo momento un nivel no despreciable de emisión espontánea amplificada (ASE) o ruido espontáneo incluso sin que circule ninguna señal debido a la excitación de algunos iones en la fibra. A pesar de ello, es el EDFA el tipo de amplificador de fibra más ampliamente usado en la actualidad, tanto en la banda C ($1530 - 1565 \text{ nm}$) como en la banda L ($1565 - 1625 \text{ nm}$). Años de desarrollo y optimización, desde principios de la década de los 90's, han hecho que esta tecnología se haya explotado de tal modo hasta encontrarnos muy cerca de sus límites fundamentales[13]. De esta manera, su figura de ruido se ha conseguido situar próxima a su umbral cuántico de 3 dB , con una alta eficiencia en potencia próxima al 80 % y un perfil de ganancia plano con menos de 1 dB de no uniformidad con una adecuada elección de la concentración del dopado. Es por tanto improbable que se produzcan nuevos

desarrollos en los EDFA's que mejoren sustancialmente el rendimiento de los futuros sistemas de amplificación basados en esta tecnología.

El otro grupo importante de amplificadores de fibra es el que utiliza los efectos de scattering estimulado en el seno de la fibra óptica, conocidos como scattering *Brillouin* (SBS) y, sobre todo, el scattering *Raman* (SRS)[14]. Estos son efectos no lineales con la potencia óptica en los que no se produce una excitación electrónica sino una interacción con las vibraciones fundamentales o fonones de la red no cristalina que forma el material de la fibra. Cuando la potencia óptica supera una determinada magnitud, los fotones pueden ceder parte de su energía a las vibraciones de la red o bien capturar esa energía. En el caso del efecto *Brillouin* se ven involucrados fonones acústicos, de menor energía, que dependen mucho de la composición del núcleo de la fibra, lo que reduce sus características de ganancia en relación a la anchura espectral de las ondas incidentes y por tanto limitan su aplicación como sistemas amplificación óptica en los sistemas de alta velocidad³. En cambio los sistemas de amplificación de fibra *Raman* utilizan el *SRS* que es un efecto de banda ancha mediante el cual si se introducen en una fibra dos o más señales a

³Los amplificadores basados en la dispersión *Brillouin* tienen anchos de banda típicos de 50 MHz (para una longitud de onda de emisión de 870 nm es una anchura de 10^{-4} nm) lo que limita la aplicación a comunicaciones de baja velocidad y con espectros de emisión muy estrechos.

diferentes longitudes de onda, se produce una transferencia de potencia de la señal de mayor frecuencia a la de menor frecuencia (*onda de Stokes*) mediante la interacción con fonones de la red.

En años recientes se ha visto incrementado de manera notable el interés por la amplificación de efecto *Raman* [15, 16, 17]. Curiosamente fue uno de los sistemas de amplificación en el dominio óptico que más temprano fueron investigados. Desde su observación y medida de ganancia por primera vez a comienzo de la década de los 70's [18], la amplificación *Raman* se está demostrando como una más que prometedora vía para extender el rango operacional de los sistemas de telecomunicaciones a longitudes de onda más allá de las cubiertas por medio de los EDFA's, de indudable éxito en la última década, mejorando enormemente las propiedades de ruido de los mismos[19]. De hecho, los amplificadores *Raman* fueron demostrados antes que los EDFA's en experimentos[20] usando láseres de estado sólido, pero su despliegue no ha sido tan importante hasta que recientemente no se ha dispuesto de fuentes de bombeo basadas en diodos láser de alta potencia[21]. A partir de ellos, este tipo de tecnología se puede usar para proporcionar ganancia durante la propagación de las señales ópticas por la propia fibra, una técnica conocida con el nombre de **amplificación distribuida**[22, 23]. Este método reduce la degradación en la relación señal-ruido (SNR) de los sistemas

de comunicaciones comparados con aquellos que sólo utilizan dispositivos de amplificación de forma segmentada alojados cada cierta distancia en la línea de fibra óptica, configuración conocida como amplificación discreta o “lumped”. Además, los amplificadores de fibra óptica basados en el efecto *Raman* pueden proporcionar ganancia en un ancho de banda que sólo está limitado por las longitud de onda y la potencias de bombeo disponibles de manera que se han demostrado anchos de banda bastantes planos de hasta 100 nm de extensión[24]. Finalmente, estos amplificadores también se benefician de una ganancia menos inclinada a la saturación y a provocar interferencias entre canales adyacentes comparados con los EDFA’s[25].

Un amplificador de fibra *Raman* utiliza el *SRS* en las fibras ópticas, un proceso no lineal que se produce en el núcleo de las mismas cuando un intenso haz de luz se propaga en ellas. Es bien conocido que las fibras ópticas presentan una forma de polarización no lineal resultado de un índice de refracción que se incrementa linealmente con la intensidad del haz luminoso $|E|^2$ [26]:

$$\tilde{n}(\omega, |E|^2) = n(\omega) + n_2 |E|^2 \quad (1.1)$$

donde $n(\omega)$ es la parte lineal del índice de refracción, y n_2 es el índice no lineal de refracción que se relaciona con la susceptibilidad eléctrica de tercer orden. Los materiales que presentan esta forma de dependencia en su índice

de refracción se dice que tienen no linealidad *Kerr*. El tiempo de respuesta finito de la polarización no lineal debido a este efecto se emplea en pérdidas de energía del fotón incidente y excitación de los modos de vibración molecular o fonones. Para el sílice, el tiempo de respuesta está en el orden de los 10 fs [14]. Aunque este tiempo sea muy rápido, el retraso entre la polarización no lineal y el campo eléctrico de la luz incidente provoca excitación en los niveles de vibración de las fibras de sílice[27]. La frecuencia del campo eléctrico intenso ω modula las oscilaciones armónicas de los electrones en el sílice alrededor de sus posiciones de equilibrio, de frecuencia $\omega_m \ll \omega$. Como resultado, la onda radiada tendrá también componentes a las frecuencias $\omega - \omega_m$ (onda *Stokes*) y $\omega + \omega_m$ (onda anti-*Stokes*)[26]. En próximas secciones veremos cómo este proceso se puede describir clásicamente a través de la parte imaginaria de la polarización no lineal que causa absorción de la onda incidente y ganancia en dichas ondas. Además la intensidad de la onda *Stokes* es mucho mayor que la de la onda anti-*Stokes* debido a la diferente población de los estados vibracionales implicados y a las condiciones restrictivas de acoplo de fase para esta última onda generada. De hecho, en mecánica cuántica, estos procesos se describen mediante la interacción en la que un fotón incidente excita un electrón a un estado virtual y entonces tiene lugar la emisión estimulada cuando el electrón se desexcita hasta el nivel de energía más alto de los

fonones de las moléculas del vidrio de sílice. Se conoce con el nombre de desplazamiento de *Stokes* al autovalor de energía de un fonón, que en las fibras ópticas corresponde a una diferencia de frecuencias que para el valor más alto de ganancia está aproximadamente en torno a $13,2 \text{ Thz}$. En sistemas de comunicaciones por fibra, para su aplicación a la amplificación en el dominio óptico mediante el proceso del *SRS*, se utiliza principalmente la línea de *Stokes* que es la más intensa.

El *SRS* difiere de la emisión estimulada convencional en que mientras en esta un fotón incidente estimula la emisión de otro fotón coherente sin pérdida de energía, en el caso de la primera, mediante scattering inelástico, el fotón incidente cede su energía para crear otro fotón con frecuencia más baja y el resto de la energía es absorbida por el medio en forma de vibraciones moleculares. En una descripción mecano-cuántica diríamos que el scattering inelástico del fotón incidente por una molécula provoca otro fotón de frecuencia más baja (onda de *Stokes*) mientras que al mismo tiempo la molécula realiza la transición entre dos estados vibracionales. En los amplificadores *Raman*, la longitud de onda de la señal es más grande que la longitud de onda del bombeo en una cantidad equivalente al desplazamiento de frecuencia (*Stokes shift*) que apuntamos antes.

De esta forma, para un intenso haz de bombeo el fenómeno de *SRS* en las fibras puede provocar que la onda de *Stokes* crezca rápidamente dentro del medio hasta tal punto que compense perfectamente las pérdidas provocadas por la propagación. Esta capacidad de amplificación de la señal en el dominio óptico ha hecho merecedor a este fenómeno de ser utilizado como base de estos dispositivos amplificadores aprovechando las propiedades no lineales de la fibra óptica ya instalada, habida cuenta que no se requiere ningún tipo de inserción de otras sustancias dopantes que proporcionen mayor ganancia. Su aplicación por tanto en sistemas de comunicaciones ópticas supone inyectar en la fibra a través de un acoplador los haces de bombeo y de la señal de forma que la energía se vaya transfiriendo del primero a la segunda mediante *SRS* mientras los dos haces se propagan a la vez. Pueden utilizarse dos esquemas de bombeo: en copropagación, si señal y bombeo viajan en el mismo sentido, o en contrapropagación, si el bombeo se inyecta al final del tramo de fibra (ver Fig. 1.3). Tanto en un esquema como en otro son necesario fuentes de bombeo de alta potencia que proporcionarán ganancia sobre un rango relativamente amplio de longitudes de onda determinadas por las frecuencias propias de vibración molecular del núcleo de la fibra de sílice. Por ejemplo, a 1450 nm las fuentes de bombeo proporcionan ganancia en la banda habitual

de 1540 – 1560 nm donde se halla la longitud de onda con un mínimo de pérdidas en las fibras convencionales de transmisión.

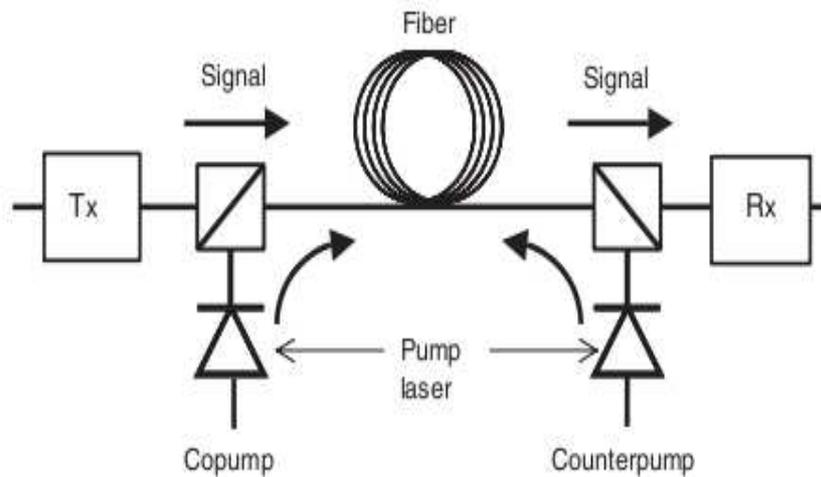


Figura 1.3: Esquema de un sistema de comunicaciones ópticas que emplea la amplificación *Raman*.

En la actualidad la amplificación *Raman* puede ser usada principalmente en fibras de transmisión monomodo, aunque también se usa con algunas fibras específicas como las que presentan desplazamiento (*Dispersion Shifted Fibers* o DSF) o compensación en la dispersión (*Dispersion Compensating Fibers* o DCF)[28]. Con ellas se plantean sistemas de comunicaciones de larga distancia (del orden de 1000 – 3000 Km) empleando altas tasas de transmisión de información de hasta 10 – 40 $Gbit/s$ con diferentes formatos de modulación[29], tecnologías híbridas que incorporan amplificación *Raman*

con sistemas EDFA[30] y sistemas multiplexados que pueden alcanzar tasas de hasta 100 Tbit/s [31]. A estos hay que añadir las iniciativas recientes en la investigación de tecnologías emergentes basadas en amplificadores de efecto *Raman* que usan fibras microestructuradas[32, 33], el diseño de láseres de fibra ultralargos que utilizan la misma como cavidad resonante donde tiene lugar la emisión estimulada por scattering *Raman* y pueden ser utilizados como sistemas de comunicaciones ópticas de bajas pérdidas a muy largas distancias[34],[35]. El estudio y optimización de todos estos sistemas resulta por tanto interesante y necesario.

En todo caso, el empleo más adecuado de una fibra óptica en sistemas de comunicaciones con tan altas tasas de transmisión lleva aparejado el transporte de pulsos muy cortos de luz con un rango de anchuras entre los 10 ns hasta los 10 fs para que puedan ser discriminados como bits de información. Precisamente la propagación de pulsos tan cortos con medianas y altas potencias revela la mayoría de los efectos dispersivos y no lineales de las fibras[36] a los que también en este trabajo pretendemos prestar atención y que pueden ser aprovechados para la propagación de pulsos ópticos tipo solitón para los que son necesarios ambos tipos de efectos. Los solitones ópticos son ondas electromagnéticas localizadas que se propagan de manera estable en los medios no lineales resultado de un adecuado balance entre el

ensanchamiento lineal debido a la dispersión y la no linealidad que tiende a su confinamiento[37].

En una fibra monomodo, la velocidad de grupo asociada con el modo fundamental es dependiente de la frecuencia. De ahí que las diferentes componentes espectrales de un pulso óptico viajen con diferentes velocidades, un fenómeno que es conocido como *dispersión en la velocidad de grupo* (*GVD*). Por lo tanto cuando el pulso óptico se transmite a lo largo de la fibra termina ensanchándose. La cuantía de este ensanchamiento está gobernada por el coeficiente de segundo orden β_2 del desarrollo en frecuencias de la constante de propagación $\beta(\omega)$, que se relaciona con el parámetro de dispersión de la fibra D mediante la expresión:

$$D = -\frac{2\pi c}{\lambda^2}\beta_2 \quad (1.2)$$

donde c es la velocidad de la luz y λ es la longitud de onda de la señal óptica. En un sistema de comunicaciones ópticas digital, el tiempo de retardo ΔT debido a la *GVD* debería ser menor que el tamaño del bit $T_B = 1/B$, donde B es la tasa de transmisión de información, lo cual significa que $B\Delta T < 1$ para un correcto funcionamiento del sistema. Para una fibra monomodo de longitud L , el tiempo de retardo viene dado por $\Delta T = LD\Delta\lambda$ [2], donde $\Delta\lambda$ es el rango de longitudes de onda emitidas por la fuente óptica. Como resultado $BL|D|\Delta\lambda < 1$ proporciona el límite a la tasa de transmisión de bits debido a la

GVD en la fibra. Si a ello unimos la necesidad de la amplificación de los pulsos para su propagación en largas distancias, la GVD puede causar también un aumento de las fluctuaciones de los tiempos de llegada de los pulsos al receptor, conduciendo a una degradación del sistema. En una situación ideal de transmisión, cada pulso debería llegar en el centro de su bit temporal de manera que no deberían existir errores de detección si la degradación debida a la GVD fuera mínima y la amplificación corrigiera perfectamente las pérdidas en la fibra. En realidad siempre existen algunas fluctuaciones en los tiempos de llegada de los pulsos. La diferencia temporal entre el pico del pulso y el centro del bit es lo que se conoce como *timing jitter* [38] para ese pulso.

Por otro lado, debido al alto grado de confinamiento de los modos de propagación en los núcleos de las fibras, la intensidad óptica puede llegar a ser bastante alta dentro de los mismos incluso para potencias moderadas de entrada. Estos campos ópticos tan intensos pueden provocar movimientos no armónicos de los electrones de enlace en el sílice y de esta manera inducir polarización que depende de la intensidad óptica como ya hemos comentado arriba. Este efecto *Kerr* es el tipo de no linealidad dominante en las fibras ópticas que se manifiesta mediante un desplazamiento no lineal de la fase dependiente de la potencia de entrada del pulso óptico. Este fenómeno es conocido como automodulación de fase (*SPM*) [14]. De forma similar tales

cambios en el índice de refracción no lineal pueden inducirse mutuamente por otras ondas ópticas que coexistan en la fibra, produciendo modificaciones en la fase entre cada una de ellas, efecto conocido como modulación de fase cruzada (*XPM*)[39]. Por otro lado, las interacciones no lineales pueden generar, en condiciones determinadas, alteraciones en los pulsos a través de una variedad de fenómenos tales como los mencionados scattering estimulados (*SRS* y *SBS*) o la mezcla de cuatro ondas (*four-wave mixing* o *FWM*)[40],[14].

Todos estos fenómenos no lineales, *SPM*, *XPM*, *FWM*, *SRS* y *SBS*, forman una familia de efectos de tercer orden en las fibras ópticas. No serían los únicos dado que la no linealidad de tercer orden provoca procesos de generación de terceros armónicos[26]. Sin embargo estos procesos tienen muy baja eficiencia en general debido a la dificultad de satisfacer las condiciones de acoplo de fase, a menos que se usen los modos de más alto orden de la fibra[41]. Todos ellos han sido estudiados intensamente y dispuestos en su aplicación práctica[36] desde la invención de las fibras ópticas de bajas pérdidas en los 70's. Su potencial para la realización de dispositivos que generen, transmitan y procesen información a alta velocidad en el dominio óptico ha sido explotado desde entonces. En particular, la llegada de las fuentes ópticas de láseres de fibra [42], el uso de nuevos tipos de fibra (por ejemplo las fibras de alta no linealidad[43] o las fibras de cristal fotónico[44, 45]) y los amplificadores

de fibra de alta potencia[46] han proporcionado en los años recientes la oportunidad de investigar nueva física y nuevas aplicaciones de las no linealidades de las fibras.

Otro aspecto importante relacionado con las no linealidades de las fibras es su dependencia con la polarización que tiene su origen en la naturaleza vectorial de las ondas ópticas. Estas evolucionan en el interior de las fibras ópticas cambiando su estado de polarización (*SOP*) debido a la birrefringencia de la fibra e influyendo en los efectos no lineales señalados. De hecho en medios isotrópicos como el vidrio de sílice, las condiciones de acoplo entre los estados de polarización de fotones y fonones condiciona el que los procesos no lineales dependan fuertemente de la polarización, como es el caso de la ganancia *Raman* en la que en este trabajo estamos interesados. No en vano, incluso una fibra monomodo soporta de hecho dos modos polarizados ortogonalmente con la misma distribución espacial. Los dos modos son degenerados en una fibra ideal, es decir, aquella que mantenga una simetría perfecta en toda su longitud. Esto significa que sus índices de refracción efectivos n_x y n_y serían idénticos e igualmente dependientes con la intensidad luminosa que transportan. Sin embargo, en la práctica todas las fibras muestran algún tipo de birrefringencia modal y por lo tanto esos índices de refracción efectivos no serán iguales a causa de variaciones no intencionadas durante el proceso de

fabricación en la forma del núcleo de la fibra o por esfuerzos anisótropos que pueden ejercerse en la manipulación durante el tendido de la misma, lo que conduce a que el grado de birrefringencia $B_m = |n_x - n_y|$ y la orientación de los ejes principales ortogonales de polarización x e y cambien aleatoriamente a lo largo de la propagación en una escala de longitud del orden de $10 m$ (longitud de batido l_B)[47]. Además, también puede cambiar aleatoriamente en el tiempo en una escala que estará asociada con las perturbaciones externas (tales como la temperatura o las variaciones de presión mecánica) que pueda sufrir. Debido a su dependencia con la frecuencia, la birrefringencia no sólo introduce variaciones aleatorias en las velocidades de grupo entre los dos modos de polarización de un pulso, sino que también induce cambios en el *SOP* entre ondas ópticas de diferentes frecuencias. Este fenómeno es conocido como *dispersión por el modo de polarización (PMD)*, ha sido estudiado de forma intensa en los últimos años[14, 48] en el contexto de los sistemas de comunicaciones ópticas y se ha demostrado como un último factor importante que limita el rendimiento de los sistemas de comunicaciones con alta tasa de transmisión.

1.2. Respuesta Raman en fibras: Coeficientes de ganancia

1.2.1. Polarización eléctrica lineal y no lineal en fibras ópticas

Las fibras ópticas usan el fenómeno de la reflexión total para el guiado de señales en el núcleo de las mismas. Para el estudio de la propagación de los campos electromagnéticos en una guía de ondas dieléctrica como esta, con los vectores de campo eléctrico y campo magnético dados por \mathbf{E} y \mathbf{H} , y sus correspondientes densidades de flujo expresadas por \mathbf{D} y \mathbf{B} , respectivamente, debemos tratar con el conjunto de las ecuaciones de *Maxwell*, que en unidades del sistema internacional SI son [49]:

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_f \quad (1.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1.4)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1.5)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_f + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (1.6)$$

donde la densidad de carga libre ρ_f y la densidad de corriente libre J_f representan las fuentes de campo electromagnético. Las densidades de flujo

están relacionadas con los vectores campo mediante:

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad (1.7)$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mathbf{M} \quad (1.8)$$

en las que ϵ_0 y μ_0 son respectivamente la permitividad eléctrica y la permeabilidad magnética del vacío. La polarización eléctrica inducida viene representada por \mathbf{P} y \mathbf{M} es el vector imanación. Una vez que la respuesta eléctrica y magnética del medio es conocida, todos los fenómenos electromagnéticos se pueden explicar a partir de las ecuaciones (1.3)-(1.6) junto con las relaciones constitutivas (1.7) y (1.8). En las fibras se tiene $\rho_f = 0$, $\mathbf{J}_f = 0$ y $\mathbf{M} = 0$. De esta forma las ecuaciones (1.3)-(1.8) se reducen a:

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0 \quad (1.9)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1.10)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1.11)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (1.12)$$

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad (1.13)$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} \quad (1.14)$$

Cuando la luz se propaga a través de una fibra óptica, esta interactúa con el material de la fibra. La mayor parte de los tendidos de fibra óptica instalados

están fabricados en sílice SiO_2 al que se ha añadido dióxido de germanio GeO_2 al núcleo para aumentar su índice de refracción y formar así la guía de onda. Estructuralmente tales vidrios forman una red amorfa en la que encontramos, además de estas moléculas, puentes de enlace entre ellas consistentes en $Si - O - Si$, $Si - O - Ge$ y los menos frecuentes $Ge - O - Ge$ [3]. De esta manera, los modos vibracionales de la red se pueden dividir en dos categorías. La primera contiene los modos en los que los diferentes tipos de átomos vibran en fase, mientras que a la segunda categoría pertenecen los modos de vibración en los que los diferentes átomos vibran con un desplazamiento de fase π , es decir, se mueven unos contra otros. La cuantización de estos modos de vibración da lugar a los fonones acústicos y ópticos, respectivamente[50]. En general la evaluación del vector \mathbf{P} requiere una aproximación mecano-cuántica, sobre todo cuando la frecuencia óptica está cerca de la frecuencia de resonancia del medio. Sin embargo en el caso de las fibras ópticas en el rango de $0,5 - 2 \mu m$ que resulta de interés para el estudio de la propagación en comunicaciones ópticas, estamos lejos de la misma[14]. En esta situación la polarización inducida de los dipolos eléctricos del material de sílice en las fibras puede ser tratada en principio a nivel fenomenológico mediante la

relación:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = & \epsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} \boldsymbol{\chi}^{(1)}(t - t') \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t') dt' + \\
 & + \epsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} \boldsymbol{\chi}^{(2)}(t - t_1, t - t_2) : \mathbf{E}(\mathbf{r}, t_1) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t_2) dt_1 dt_2 + \\
 & \epsilon_0 + \int_{-\infty}^{\infty} \boldsymbol{\chi}^{(3)}(t - t_1, t - t_2, t - t_3) : \mathbf{E}(\mathbf{r}, t_1) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t_2) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t_3) dt_1 dt_2 dt_3 + \\
 & + \dots
 \end{aligned} \tag{1.15}$$

que refleja el origen de la respuesta lineal y no lineal en el dieléctrico relacionada con el movimiento no armónico de los electrones de enlace bajo la influencia de un campo eléctrico intenso aplicado. Lógicamente $\boldsymbol{\chi}^{(j)}$ representa la susceptibilidad eléctrica de orden j -ésimo cuya forma matemática es la de un tensor de orden $j + 1$ [26]. El término dominante en la polarización es $\boldsymbol{\chi}^{(1)}$ cuyos efectos se introducen a través del índice de refracción n y del coeficiente de atenuación α . En una fibra óptica, debido al hecho de que el sílice es un material cuyas moléculas son centrosimétricas (simétricas frente a inversiones), el término de susceptibilidad $\boldsymbol{\chi}^{(2)}$ es prácticamente despreciable y en la estructura amorfa de vidrio que la conforma el orden más bajo de no linealidad procede de la susceptibilidad $\boldsymbol{\chi}^{(3)}$ [51], responsable de fenómenos tales como la generación de terceros armónicos, mezcla de cuatro ondas y, sobre todo, de la refracción no lineal.

Tomando el rotacional de la ecuación (1.11) y usando la ecuación (1.14) obtenemos:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \mathbf{H}) \quad (1.16)$$

Y si usamos (1.12) y la ecuación constitutiva para el vector desplazamiento (1.13), encontramos:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2} \quad (1.17)$$

donde c es la velocidad de la luz en el vacío y viene dada por $1/c^2 = \mu_0 \epsilon_0$. Si se desarrolla el lado izquierdo de la ecuación anterior usando la relación para operadores vectoriales adecuada tenemos:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E}$$

Admitimos ahora que nuestros campos son prácticamente transversales dado que las ondas se propagan exclusivamente a lo largo del eje axial z , por lo que estamos suponiendo que el vector de propagación \mathbf{k} es perpendicular al campo \mathbf{E} , y por tanto $\mathbf{k} \cdot \mathbf{E} = 0$. Esto implica que el tratamiento sea aproximadamente el de una onda plana, con lo cual $\nabla \cdot \mathbf{E} \sim 0$, y de ahí $\nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) = 0$. De esta forma podemos escribir la ecuación (1.17) como:

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2} \quad (1.18)$$

Según la ecuación (1.15) la polarización eléctrica inducida $\mathbf{P}(\mathbf{r}, t)$ se puede escribir como:

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{P}_L(\mathbf{r}, t) + \mathbf{P}_{NL}(\mathbf{r}, t) \quad (1.19)$$

y por lo tanto la ecuación (1.17) se convierte en:

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}_L}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}_{NL}}{\partial t^2} \quad (1.20)$$

donde \mathbf{P}_L es la parte lineal y está relacionada con el campo eléctrico:

$$\mathbf{P}_L(\mathbf{r}, t) = \epsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} \chi^{(1)}(t - t') \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t') dt' \quad (1.21)$$

Valiéndonos de esta descripción dipolar eléctrica en la que la respuesta del medio es local y sus propiedades invariantes temporales, en el orden más bajo para la polarización no lineal $\mathbf{P}_{NL}(\mathbf{r}, t)$ en fibras (que incluye sólo hasta tercer orden) relacionada con el campo eléctrico tenemos:

$$\mathbf{P}_{NL}(\mathbf{r}, t) = \epsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} \chi^{(3)}(t - t_1, t - t_2, t - t_3) : \mathbf{E}(\mathbf{r}, t_1) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t_2) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t_3) dt_1 dt_2 dt_3 \quad (1.22)$$

Esta última ecuación describe una amplia variedad de efectos no lineales de carácter resonante e incoherente, esto es, dependientes de la intensidad, que se pueden incluir suponiendo que el tensor de susceptibilidad no lineal de tercer orden para el sílice tiene la forma[51]:

$$\chi_{ijkl}^{(3)}(t - t_1, t - t_2, t - t_3) = R_{ijkl}^{(3)}(t - t_1) \delta(t - t_2) \delta(t - t_3) \quad (1.23)$$

donde $R_{ijkl}^{(3)}(t - t_1)$ representa el tensor de respuesta no lineal de tercer orden, que incluirá tanto las contribuciones electrónicas como vibracionales (*Raman*) del medio, en nuestro caso el sílice, y (i, j, k, l) representan coordenadas cartesianas x, y ó z .

Para la caracterización de esta respuesta no lineal en las fibras se han hecho numerosos esfuerzos, tanto teóricos[52, 53, 27, 54, 55], como experimentales[56, 57] que permiten modelarla. En general presenta la forma:

$$R_{ijkl}^{(3)}(\tau) = \frac{f_E \sigma}{6} \delta(\tau) (\delta_{ij} \delta_{kl} + \delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) + f_R h_{ijkl}^R(\tau) \quad (1.24)$$

en la que los dos términos del lado derecho de la ecuación tienen en cuenta las respuestas electrónica instantánea y la molecular retardada, respectivamente[14]. En ella δ_{ij} es la función delta de *Kronecker*, f_R representa la contribución de la fracción *Raman* al índice de refracción no lineal⁴, σ da cuenta de la respuesta electrónica instantánea del medio no lineal, $f_E = 1 - f_R$ representa la fracción de esa contribución electrónica y $h_{ijkl}^R(\tau)$ es el tensor que caracteriza la función de respuesta *Raman*, que debido a la naturaleza amorfa del material de sílice presenta una dinámica complicada. En cualquier caso, se puede aproximar mediante la suma de dos contribuciones independientes[51]:

$$h_{ijkl}^R(\tau) = R_a(\tau) \delta_{ij} \delta_{kl} + \frac{1}{2} R_b(\tau) (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad (1.25)$$

⁴Esta fracción molar alcanza un valor que está entre $f_R = 0,18 - 0,24$ según el ajuste hecho en las mediciones de la respuesta *Raman* dado por Stolen(1989)[27].

donde $R_a(\tau)$ y $R_b(\tau)$ son la parte isótropa y anisótropa *Raman*, respectivamente, que dan cuenta de la respuesta retardada del movimiento nuclear de los átomos en las moléculas de sílice[55]. A menudo se usa una forma de la respuesta no lineal que resulta útil en los modelos escalares de la misma[14] dada por:

$$R_{xxxx}^{(3)} = \frac{f_E \sigma}{2} \delta(\tau) + f_R h_R(\tau) \quad (1.26)$$

En ella aparece la respuesta *Raman* retardada $h_R(\tau) = h_{xxxx}^R(\tau) = R_a(\tau) + R_b(\tau)$ que se puede describir mediante un modelo teórico clásico de osciladores forzados amortiguados asociados a un sólo modo vibracional[53] y que presentaremos en las siguientes secciones.

Finalmente, la polarización no lineal se divide entonces en dos partes: por un lado la llamada no linealidad *Kerr*, de carácter electrónico, que da cuenta de la respuesta instantánea del medio[26], y por otra, la parte que tiene en cuenta la respuesta retardada o parte *Raman* de la polarización que incluye las contribuciones de las vibraciones moleculares a la susceptibilidad de tercer orden χ^3 , como es el caso de los efectos de scattering *Raman*. Esto se reflejaría en la siguiente expresión para las distintas componentes de la polarización no

lineal sin más que sustituir (1.23) y (1.24) en (1.22):

$$\begin{aligned}
 P_i^{nL}(\mathbf{r}, t) &= \epsilon_0 R_{ijkl}^K E_j(\mathbf{r}, t) E_k(\mathbf{r}, t) E_l(\mathbf{r}, t) + \\
 &+ \epsilon_0 \int_0^\infty R_{ijkl}^R(\tau) E_j(\mathbf{r}, t - \tau) E_l(\mathbf{r}, t - \tau) E_l(\mathbf{r}, t) d\tau, \quad (1.27)
 \end{aligned}$$

donde el orden de respuesta *Kerr* viene dado por

$$R_{ijkl}^K(\tau) = [(1 - f_R)\sigma/6] \delta(\tau) (\delta_{ij}\delta_{kl} + \delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) \quad (1.28)$$

y la respuesta retardada *Raman* mediante la expresión

$$R_{ijkl}^R(\tau) = f_R R_a(\tau) \delta_{ij}\delta_{kl} + \frac{f_R}{2} R_b(\tau) (\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) \quad (1.29)$$

Según esta ecuación tenemos que los elementos del tensor distintos de cero son sólo aquellos en los que los índices aparecen en parejas y que la función $R_{ijklm}^R(\tau)$ es invariante ante el intercambio de los dos primeros índices por los dos últimos. Finalmente esta reglas implican que:

$$R_{iii}^R = R_{iijj}^R + R_{ijji}^R + R_{ijij}^R \quad (1.30)$$

y que

$$R_{ijij}^R = R_{ijji}^R \quad (1.31)$$

En el dominio de la frecuencia la respuesta viene dada por la transformada de *Fourier* del tensor susceptibilidad $\tilde{\chi}^{(3)}(\Omega)$. Habida cuenta que la respuesta electrónica tiene una dependencia temporal en forma de delta de *Dirac*,

producirá una contribución constante para todas las frecuencias, mientras que la transformada de la parte *Raman* tendrá una forma:

$$\tilde{R}_{jklm}^R(\Omega) = H_{jklm}^R(\Omega) = f_R \tilde{R}_a(\Omega)(\delta_{ij} \delta_{kl}) + \frac{f_R}{2} \tilde{R}_b(\Omega)(\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad (1.32)$$

donde Ω representa la frecuencia. Este es un resultado importante [58]. Implica que en el caso de que el campo eléctrico esté formado por ondas monocromáticas, la polarización inducida se reduce a simples productos de la respuesta en frecuencia correspondientes a las distintas amplitudes del campo eléctrico, como veremos.

1.2.2. Efectos del scattering *Raman* en fibras ópticas

Los efectos no lineales en las fibras ópticas afectan a la propagación de las señales en las mismas en una amplia variedad de interesantes fenómenos ópticos[14]. El efecto *Raman* es uno de ellos que afecta sobremanera a los pulsos muy cortos (aquellos que están por debajo de una duración de 0,1 ps) pero que puede ser utilizado de forma beneficiosa en su forma estimulada para la amplificación de señales en los sistemas de amplificación distribuida en los que estamos interesados. De forma genérica, desde un punto de vista clásico, la no linealidad en los materiales dieléctricos viene originada por el comportamiento no armónico de los electrones activos de las moléculas

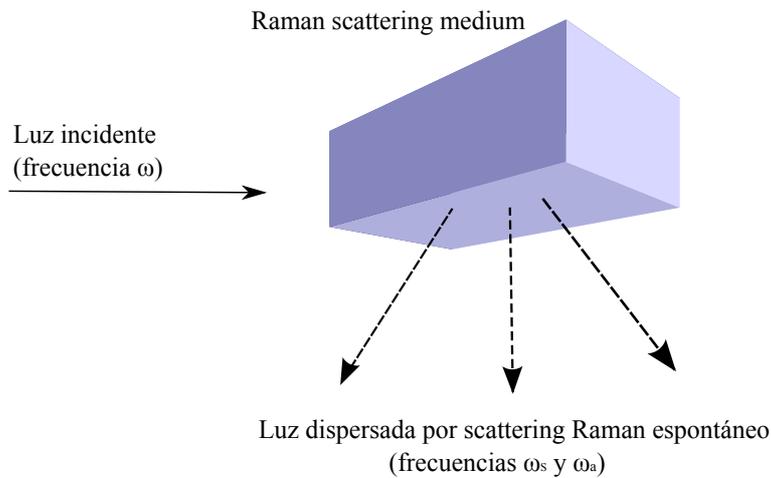


Figura 1.4: Scattering *Raman* espontáneo

cuando el campo incidente los somete a una fuerza eléctrica considerable. Sin embargo en estos materiales puede aparecer un fenómeno no lineal de naturaleza diferente. Las moléculas que los forman no se encuentran en reposo sino que, aunque cada molécula ocupe una posición fija en el espacio, están realmente en un estado de vibración alrededor de dicha posición por efecto de la agitación térmica. Por lo tanto, si una onda electromagnética de frecuencia ω incide sobre un electrón activo, este seguirá al campo moviéndose de forma oscilatoria a la misma frecuencia. Es bien sabido que una carga oscilante radia una onda electromagnética de la misma frecuencia de oscilación, por lo que el electrón volverá a emitir la energía recibida. Pero como también la molécula está vibrando alrededor de su posición de equilibrio con una determinada frecuencia ω_R , la oscilación del electrón aparecerá modulada por

dicha frecuencia. El resultado es que la onda radiada tendrá componentes a las frecuencias $\omega_S = \omega - \omega_R$ y $\omega_a = \omega + \omega_R$. Existe por tanto una conversión de frecuencia, característica inequívoca de un proceso no lineal[26].

Tal y como hemos descrito en el párrafo anterior, este proceso de scattering se conoce como efecto *Raman* espontáneo que fue descubierto por *C.V. Raman* en 1928[59]. Para la observación del mismo necesitamos un haz de luz monocromática de bombeo que incida sobre una muestra de material y se analiza la luz dispersada espectroscópicamente. Se trata de un proceso no lineal en cuanto que hay conversión de frecuencia; parte de la energía propagada por la fibra se dispersa en forma de radiación que contendrá frecuencias diferentes de las que se encontraba en la incidente (ver Fig.1.4). Las nuevas componentes desplazadas a frecuencias más bajas ω_s se denominan líneas *Stokes*, mientras que las que aparecen a frecuencias más altas ω_a reciben el nombre de líneas anti-*Stokes*[60]. Las líneas *Stokes* son varios órdenes de magnitud más intensas que las líneas anti-*Stokes*. Sin embargo, no es un proceso no lineal en el sentido habitual del término, puesto que no depende de la intensidad del campo eléctrico; la cantidad de energía dispersada es fija y depende sólo del material dieléctrico.

Estas características del scattering *Raman* se pueden comprender mejor mediante el uso de un diagrama de niveles de energía como se muestra en la Fig.1.5

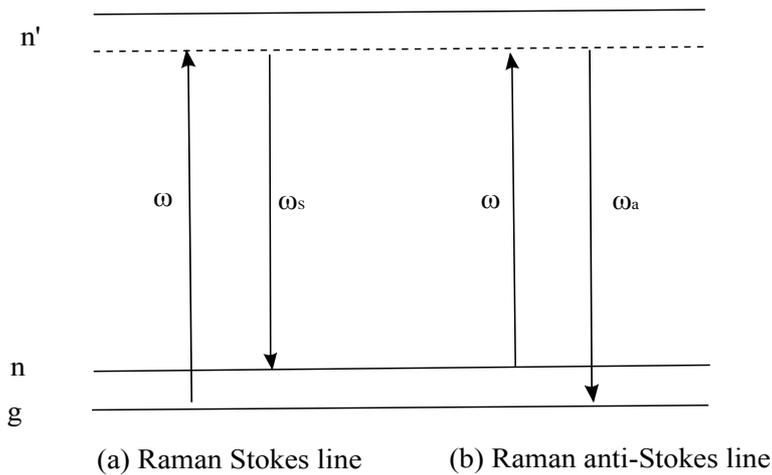


Figura 1.5: Diagrama de niveles de energía que describe (a) la línea *Stokes* y (b) la línea anti-*Stokes* del scattering *Raman* espontáneo

La línea *Stokes* consiste en una transición desde el nivel fundamental g a un nivel virtual asociado con el estado excitado n' seguido de una transición al estado final vibracional n . En cambio la línea anti-*Stokes* supone una transición desde el estado n al nivel fundamental usando el estado excitado n' como nivel intermedio. Las líneas anti-*Stokes* son generalmente mucho más débiles que las *Stokes* dado que, en el equilibrio térmico, la población del nivel n es mucho más pequeña que la población del fundamental⁵.

⁵La diferencia de poblaciones vendrá dada en función del factor de *Boltzmann* $\exp(-\hbar\omega_{ng}/KT)$.

En materiales como el sílice la cuantización de parte de los modos de vibración de la red amorfa o fonones se asocian a niveles de energía cuyas frecuencias naturales están en el rango óptico.

Precisamente el scattering *Raman* es un fenómeno inelástico que se produce cuando un fotón interacciona con un fonón que procede del tiempo de respuesta finito de la polarización no lineal de tercer orden del material de sílice en este caso[61]. Se trata de un proceso muy rápido que toma tiempos del orden de pocos femtosegundos y por tanto, de acuerdo al principio de incertidumbre, el rango de energías para el fonón es bastante amplio, lo que corresponde también a un amplio margen de longitudes de onda para el fotón incidente. Esto implica que el scattering *Raman* sea un proceso bastante impredecible, al menos para potencias bajas de luz de bombeo.

Además se trata de un proceso bastante débil, sobre todo comparado con el scattering elástico tipo *Rayleigh*. Incluso para la materia condensada, la sección eficaz para el proceso que da lugar a la línea *Stokes* es sólo de 10^{-6} cm^{-1} , es decir, que al propagarse un haz de bombeo una distancia de 1 *cm* en el medio donde se produce el scattering, aproximadamente sólo una parte de cada millón de esta luz incidente experimenta el desplazamiento a la frecuencia de *Stokes*[26].

Para bajos niveles de iluminación, este scattering *Raman* espontáneo tiene lugar porque las moléculas que contribuyen al proceso están vibrando independientemente de manera que la luz dispersada es no direccional. En cambio, bajo la excitación de un haz laser potente, las moléculas pueden llegar a comportarse como una red de osciladores que vibran alineados en fase. Esta vendría a ser la versión estimulada del fenómeno y dependería lógicamente de la propia intensidad del campo. Este scattering *Raman* estimulado (*SRS*) es un proceso mucho más intenso que el espontáneo dado que se puede ceder más del diez por ciento de la energía laser incidente a la radiación de la línea *Stokes*. Por otro lado, otra diferencia entre el efecto de scattering *Raman* espontáneo y el estimulado es que mientras el primero produce una emisión casi isotrópica, el SRS lleva a una emisión más estrecha en la dirección de propagación[62].

En esta imagen mecanocuántica, el efecto *Raman* involucra una doble transición cuántica molecular. Para la producción de la línea *Stokes*, la energía del fotón incidente $\hbar\omega_P$ se reduce a un nivel más bajo $\hbar\omega_S$ y la diferencia de energía se transfiere a la molécula de sílice en forma de energía cinética que produce estiramiento, estrechamiento o vibración de los enlaces moleculares [63]. El desplazamiento *Raman* en frecuencias $\omega_R = \omega_P - \omega_S$ (*Raman shift*)

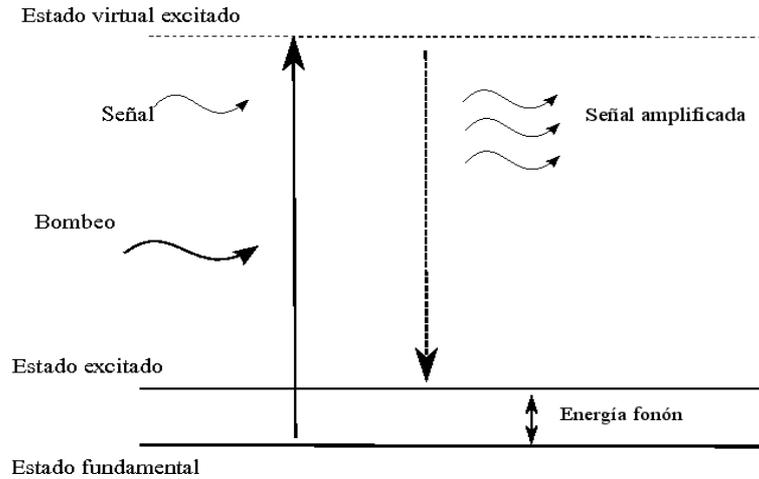


Figura 1.6: Esquema de niveles del scattering *Raman* estimulado para la amplificación de una señal a partir del bombeo. Para que el proceso sea eficiente la diferencia de frecuencia entre bombeo ω_p y señal ω_S debe coincidir con la de los niveles de energía vibracional del material.

viene dado lógicamente por los niveles de energía vibracional del material, en nuestro caso el sílice.

La absorción del fotón incidente, la emisión del fotón dispersado y la transición de la molécula al estado excitado tiene lugar de forma inmediata, lo que permite que el efecto de scattering *Raman* estimulado sea posible cuando un número suficiente de fotones de *Stokes* se hayan creado. La Fig.1.6 explica el diagrama de niveles del SRS. Esta interacción conduce a la generación de vibraciones de fase coherente de frecuencia ω_R porque los efectos de interacción inter o intramolecular que pueden destruir esa coherencia son

mucho más débiles que la fuerte interacción de la red amorfa con los campos eléctricos incidentes a las frecuencias ω_P y ω_S .

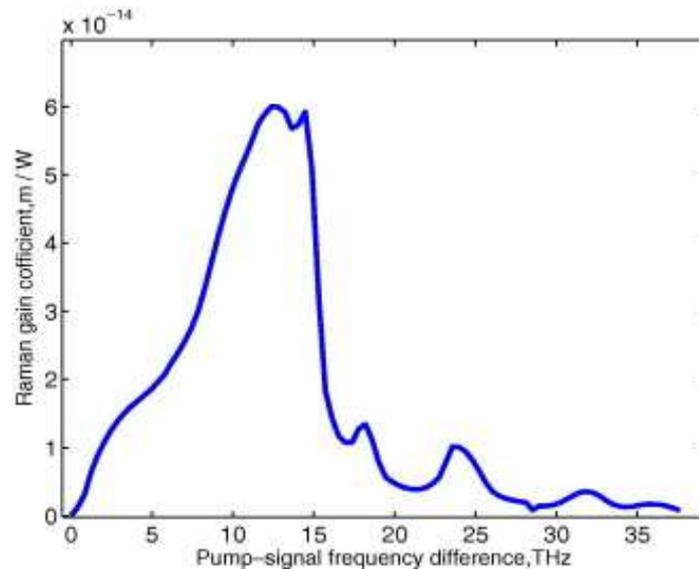


Figura 1.7: Curva de ganancia *Raman* en fibras de sílice para haces de bombeo y señal copolarizados. La longitud de onda de bombeo es de $\lambda_P = 1550 \text{ nm}$ (según Stolen et. (1989)).

La característica esencial de SRS es la de producir, entre otros efectos, ganancia óptica. Si en un medio de guiado de señales como es la fibra óptica, en el que puede ocurrir el scattering *Raman* estimulado, se propagan dos haces, uno de bombeo a la frecuencia ω_P y otro que hará de señal a una frecuencia más baja ω_S que coincida con la componente de *Stokes*, este último será significativamente amplificado si se dan las condiciones adecuadas. El SRS en las fibras puede amplificar débiles señales que se propaguen por ella

cuando el haz de bombeo intenso les cede energía de manera que la diferencia entre sus frecuencias esté dentro del espectro *Raman* de amplificación $\Delta\omega_R$. El máximo de esa amplificación ocurre si la diferencia $\omega_P - \omega_S$ coincide con la frecuencia a la que aparece el máximo de ese espectro. Para las fibras ópticas de sílice el espectro de ganancia fue medido por primera vez por Stolen e Ippen[18] al comienzo de la década de los 70's. Debido a la naturaleza amorfa y no cristalina del material, los niveles vibracionales del silice dan lugar a un ancho de banda amplio (de hasta 40 THz aproximadamente) e inhomogéneo (Fig.1.7). La banda de ganancia se desplaza dependiendo del bombeo de forma que el máximo del coeficiente de ganancia es inversamente proporcional a la longitud de onda de este $1/\lambda_P$ [64]. Su ancho de banda $\Delta\nu_g$ se puede cuantificar en torno a los 6 THz, si se define como anchura a mitad de altura (FWHM) del pico dominante. Este gran ancho de banda hace de los amplificadores de efecto *Raman* una tecnología muy interesante en el campo de las comunicaciones ópticas y los diferencia notablemente de los EDFA's⁶. Precisamente para una longitud de onda de la señal $\lambda_S = 1550\text{ nm}$ aparece el pico dominante para un desplazamiento de frecuencia *Raman* de 13,2 THz, que corresponde a 100 nm aproximadamente[27]. Desde un punto

⁶Los amplificadores de fibra dopados con Erblio sólo pueden amplificar señales cuya longitud de onda esté próxima a la de la transición atómica que ocurre a 1,53 μm .

de vista práctico, el fenómeno SRS no es fácil de observar en las fibras ópticas usando bombeos de onda continua CW por sí solos a causa del relativamente alto umbral de potencia requerida (entre 0,5 a 1 W)[15]. Sin embargo, si conjuntamente al bombeo se lanza un haz de *Stokes* que haga de señal inicial a la frecuencia adecuada, podrá amplificarse significativamente usando un bombeo CW con niveles de potencia $\sim 100 \text{ mW}$. El bombeo y la señal pueden incluso ser lanzados en sentidos opuestos debido a la naturaleza prácticamente isotrópica del SRS. De hecho el esquema de bombeo en contrapropagación es a menudo preferido en la práctica debido a que mejora el rendimiento de este tipo de sistemas, como veremos más tarde.

La ganancia *Raman* es máxima si el haz de bombeo y la señal tienen el mismo estado de polarización. Los coeficientes de ganancia de los distintos materiales suelen medirse para bombeos y señales de *Stokes* polarizadas linealmente en la misma dirección, aunque el fenómeno de máxima ganancia se había observado ya experimentalmente siempre que entre los haces que se propagan por el medio en cuestión estuvieran igualmente polarizados[65]. Para estados de polarización perpendiculares entre la señal y el bombeo en las fibras ópticas, la sección eficaz de scattering, y por tanto la ganancia, es mucho más pequeña, más de un orden de magnitud, aunque no cero, que la que se tiene cuando los haces se encuentran en el mismo estado de polarización con

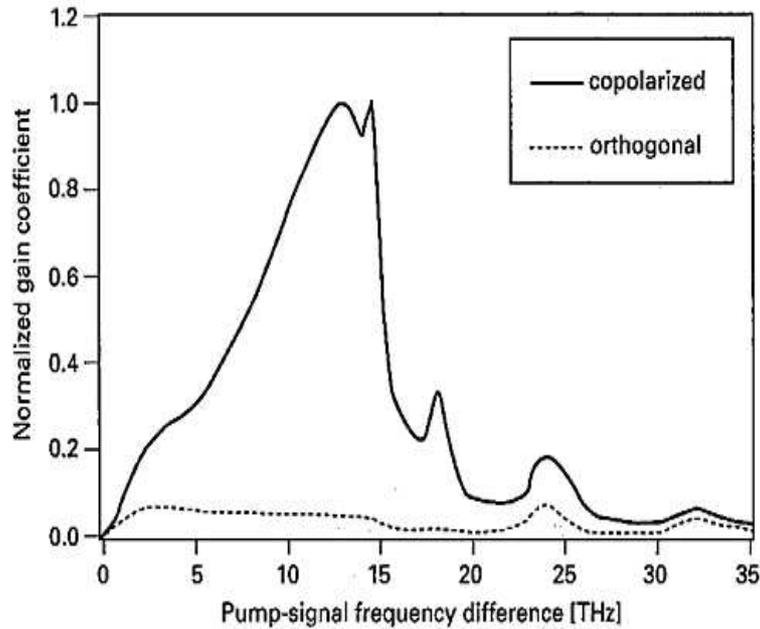


Figura 1.8: Espectro de ganancia *Raman* normalizado en fibras de sílice para haces de bombeo y señal copolarizados(línea continua) y ortogonalmente polarizados(línea discontinua). La longitud de onda de bombeo es de $\lambda_P = 1550 \text{ nm}$ (según Stolen(2000)).

las longitudes de onda de interés para la amplificación *Raman*[66]. Usando fibras que mantienen el estado de polarización es posible realizar la medida de la ganancia *Raman* en ambos casos[67],[68]. De hecho, en el rango de 3 a 15 THz para la diferencia entre las frecuencias de bombeo y señal, la ganancia es casi nula si los estados de polarización son ortogonales(ver Fig.1.8). Esto se aplica para cualquier tipo de estado de polarización, ya sea lineal, circular o , como caso más general, elíptica.

En las fibras reales los estados de polarización (*SOPs*) de las ondas ópticas que viajan por ellas no se mantienen alineados con los ejes principales de polarización. Debido a la rotura de la simetría cilíndrica que se produce en la guía de onda a consecuencia de la presencia de esfuerzos y deformaciones estocásticas, la degeneración de los modos de propagación por la polarización se pierde y, por ende, la orientación relativa entre polarizaciones de ondas con distinta frecuencia que se propagan a la vez. De hecho, en las fibras de largo recorrido que se usan en comunicaciones el estado de polarización varía a lo largo de la propagación. Para distancias iniciales cortas, tanto bombeo como señal sufren las mismas variaciones mecánicas y térmicas por lo que sus estados de polarización variarán de igual manera. Pero finalmente, a causa de las diferentes longitudes de onda, sus estados de polarización relativa se volverán completamente aleatorios y desacoplados entre sí. Así, para longitudes de fibra cortas, la ganancia *Raman* es máxima y prácticamente la misma que la que se consigue con polarizaciones relativas lineales y paralelas, mientras que para fibras de largas longitudes deberemos hablar de una ganancia promedio que cae hasta la mitad del máximo [68],[69], como podremos ver en el Capítulo 4. La distancia sobre la que la ganancia decrece no es dónde se pierde la polarización lineal (o elíptica si era el caso) sino la longitud en la que las polarizaciones de bombeo y señal se desacoplan. Esta

longitud de polarización efectiva l_p dependerá del grado de birrefringencia aleatoria que presente la fibra y de la diferencia de frecuencias entre las ondas que se propagan en la misma[70]. Esta distancia puede ser importante, sobre todo para fibras de baja birrefringencia. Por ejemplo, la longitud de polarización en fibras con una birrefringencia efectiva de 10^{-8} será de 2 Km para una diferencia de longitudes de onda entre bombeo y señal de 100 nm en el rango de los 1550 nm donde interesa propagar al situarse el mínimo de pérdidas en las fibras[16].

1.2.3. La respuesta *Raman* en las fibras de sílice

La respuesta *Raman* procede del movimiento de las moléculas ante la presencia de un campo electromagnético variable. Esto está en contraste con la respuesta que involucra a las oscilaciones relativas al núcleo y que producen radiación dipolar. Una molécula de cualquier medio puede tener grados de libertad vibracionales y rotacionales en su movimiento, pero como estamos interesados en las fibras de sílice, que es un medio no lineal en estado sólido, se supone que dominan los movimientos asociados a las vibraciones moleculares.

Para obtener una expresión teórica de la función de respuesta *Raman*, desarrollaremos un modelo clásico que describe el scattering estimulado en términos de esas vibraciones moleculares que apuntamos. Para ello

supondremos que disponemos de N osciladores armónicos interactuantes por unidad de volumen, donde cada oscilador representa una molécula[71] y que la radiación óptica interactúa con los modos de vibración como indica la Fig.1.9

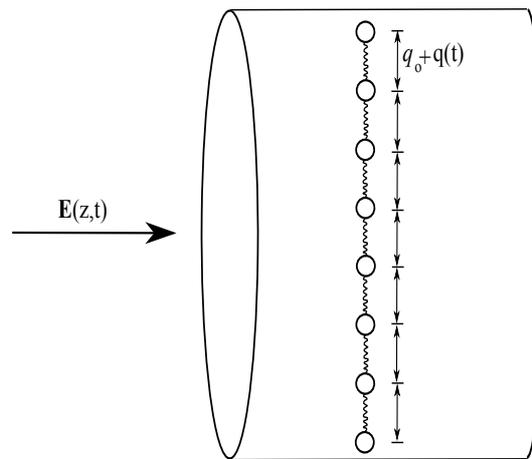


Figura 1.9: Modelo de osciladores moleculares acoplados para la descripción del scattering *Raman* estimulado

Por simplicidad suponemos así mismo sólo el caso monodimensional de manera que cada oscilador tiene como grado de libertad el desplazamiento q que representa la desviación de la distancia internuclear desde su posición de equilibrio q_0 . La ecuación de movimiento de cada oscilador será la establecida por tanto a través de:

$$m \frac{d^2q}{dt^2} = F_e(z, t) \quad (1.33)$$

donde m será la masa nuclear reducida y $F_e(z, t)$ representa la fuerza total que actúa sobre el grado de libertad vibracional en la coordenada z y que incluirá la fuerza directriz provocada por el campo $\mathbf{E}(z, t)$ en la dirección del movimiento así como la fuerza recuperadora elástica y la de amortiguamiento. De esta forma cada modo vibracional aparecería descrito mediante una frecuencia propia de resonancia $\omega_v = \sqrt{K/m}$, siendo K la constante elástica del oscilador, y por una constante fenomenológica de amortiguamiento γ . La ecuación de movimiento de la vibración molecular sería la propia de un oscilador forzado-amortiguado:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\gamma\frac{dq}{dt} + \omega_v^2q = \frac{1}{m}F_e(z, t) \quad (1.34)$$

En presencia de un campo óptico $\mathbf{E}(z, t)$, cada molécula se polarizará y la fuerza de deriva oscilante $F_e(t)$ sobre ella se podrá deducir a partir de la densidad de energía electrostática[72]:

$$W = \frac{1}{2}\epsilon\langle\mathbf{E}(z, t) \cdot \mathbf{E}(z, t)\rangle \quad (1.35)$$

calculada en promedio[73] sobre unos pocos períodos ópticos⁷ y donde ϵ representa la constante dieléctrica total del material. Si mantenemos sólo las contribuciones de las vibraciones moleculares, la constante dieléctrica se

⁷Este promedio es necesario dado que los grados de libertad de las moléculas del sílice no responden de forma instantánea a las frecuencias ópticas y se entiende de forma implícita en el resto de esta sección.

puede escribir en términos de la polarizabilidad molecular α de esta manera:

$$\epsilon = \epsilon_0 [1 + N \alpha(q(t))] \quad (1.36)$$

Como aquí estamos interesados en el estudio del fenómeno no lineal del scattering *Raman* estimulado, nos concentramos en los cambios que estas vibraciones producen en esta polarizabilidad inducida de las moléculas, que suponemos que no es constante, pero que depende de la distancia internuclear entre las mismas de acuerdo a la ecuación:

$$\alpha(q(t)) = \alpha_0 + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial q} \right)_0 q(t) \quad (1.37)$$

donde α_0 es la polarizabilidad de la molécula cuando la distancia internuclear es fija en la posición de equilibrio. De acuerdo con ello, cuando una molécula comienza a oscilar bajo la acción del campo óptico, su polarizabilidad se modulará en el tiempo y así el índice de refracción de esta colección de moléculas oscilantes coherentemente se modulará de acuerdo a la relación[26]:

$$\mathbf{n}(t) = \sqrt{\epsilon(t)} = [1 + 4\pi N \alpha(t)] \quad (1.38)$$

La modulación temporal del índice de refracción modificará el haz de luz que atraviesa la fibra provocando la aparición de otras frecuencias distintas a la de la luz laser que se ha inyectado. Ahora la energía electrostática almacenada se escribe:

$$W = \frac{\epsilon_0}{2} \left\{ 1 + N \left[\alpha_0 + q \left(\frac{\partial \alpha}{\partial q} \right)_0 \right] \right\} \langle \mathbf{E}(z, t) \cdot \mathbf{E}(z, t) \rangle \quad (1.39)$$

La fuerza ejercida sobre cada molécula de material polarizable es entonces:

$$F_e(z, t) = \frac{1}{N} \frac{\partial W}{\partial q} = \frac{\epsilon_0}{2} \left(\frac{\partial \alpha}{\partial q} \right)_0 \langle \mathbf{E}(z, t) \cdot \mathbf{E}(z, t) \rangle \quad (1.40)$$

El origen del scattering *Raman* estimulado SRS puede ser comprendido esquemáticamente a partir de la Fig.1.10.

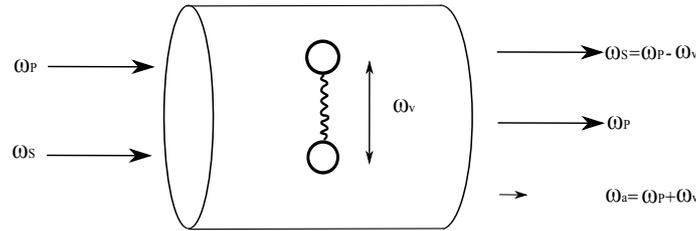


Figura 1.10: Dibujo esquemático que representa la aparición de las nuevas frecuencias asociadas al scattering *Raman* estimulado

En ella se representa cómo las vibraciones moleculares modulan el índice de refracción del sílice en la fibra a la frecuencia ω_v produciendo la aparición de nuevas bandas de frecuencia ω_s y ω_a (líneas *Stokes* y anti-*Stokes* respectivamente) que se superponen a la frecuencia de bombeo ω_p . Pero como precisamente se escoge la frecuencia ω_s para la señal de tal manera que se cumpla $\omega_v = \omega_p - \omega_s$ el campo de *Stokes* oscilará con el haz de bombeo para producir una modulación de la intensidad total principalmente a esa frecuencia. Esta intensidad modulada coherentemente refuerza las oscilaciones moleculares, que a su vez refuerzan el campo de *Stokes* de forma estimulada. El campo anti-*Stokes* aparece de manera mucho más residual dependiendo de

las condiciones de acoplo de fase que se den entre el haz de bombeo y el de la señal[26].

La ecuación de movimiento del oscilador (1.34) es entonces:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\gamma\frac{dq}{dt} + \omega_v^2q = \frac{\epsilon_0 \left(\frac{\partial\alpha}{\partial q}\right)_0 \langle \mathbf{E}(z, t) \cdot \mathbf{E}(z, t) \rangle}{2m} \quad (1.41)$$

A continuación haremos uso de la transformada de *Fourier* definida para una función del tiempo de la forma:

$$\tilde{f}(\Omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau)e^{-i\Omega\tau} d\tau$$

en la que utilizamos la notación $\mathbb{T}_F \{f(t)\} = \tilde{f}(\Omega)$.

Si con ayuda de ella transformamos al dominio de la frecuencia, se obtiene como solución para (1.41):

$$\begin{aligned} [-\Omega^2 - 2i\Omega\gamma + \omega_v^2] \tilde{q}(\Omega) &= \frac{\epsilon_0}{2m} \left(\frac{\partial\alpha}{\partial q}\right)_0 \mathbb{T}_F \{ \langle \mathbf{E} \cdot \mathbf{E} \rangle \} (\Omega) \\ \Rightarrow \tilde{q}(\Omega) &= \frac{\epsilon_0}{2m} \left(\frac{\partial\alpha}{\partial q}\right)_{q=0} \left\{ \frac{\mathbb{T}_F \{ \langle \mathbf{E} \cdot \mathbf{E} \rangle \} (\Omega)}{\Omega_f^2 - \Omega^2 - 2i\Omega\gamma} \right\} \end{aligned} \quad (1.42)$$

expresión que nos proporciona el espectro de las vibraciones moleculares en función del campo aplicado.

Ahora la polarización total del material de sílice en la fibra vendrá dada por:

$$\mathbf{P}(z, t) = N \boldsymbol{\mu}(z, t) \quad (1.43)$$

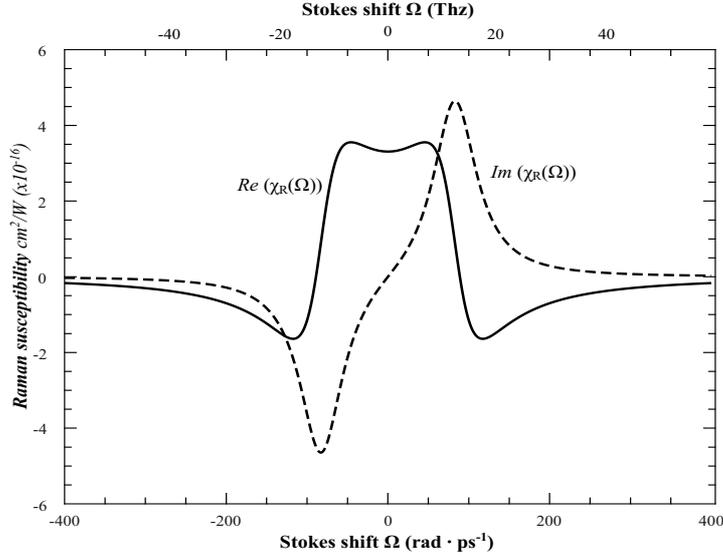


Figura 1.11: Parte real $\chi'_R(\Omega) = Re(\chi_R(\Omega))$ y parte imaginaria

$\chi''_R(\Omega) = Im(\chi_R(\Omega))$ de la susceptibilidad *Raman* para las fibras de sílice. Aquí $\gamma = 10,4 THz$, $\omega_v = 14,2 THz$ y a la longitud de onda $\lambda_S = 1550 nm$ el valor $R_0 = 2,62 \times 10^{-12} cm^2/W \cdot ps^2$ (según Stolen et al.(1984)).

donde aparece explícitamente el momento dipolar de una molécula localizada en la coordenada z cuyo valor se relaciona con el campo eléctrico:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\mu}(z, t) &= \epsilon_0 \boldsymbol{\alpha}(q) \mathbf{E}(z, t) \approx \epsilon_0 \left[\boldsymbol{\alpha}_0 + q(z, t) \left(\frac{\partial \boldsymbol{\alpha}}{\partial q} \right)_0 \right] \mathbf{E}(z, t) \\ &= \epsilon_0 \left[\boldsymbol{\alpha}_0 + \mathbb{T}_F^{-1} \{ \tilde{q}(\Omega) \} \left(\frac{\partial \boldsymbol{\alpha}}{\partial q} \right)_0 \right] \mathbf{E}(z, t) \end{aligned} \quad (1.44)$$

La parte no lineal de la polarización debido al scattering *Raman* tendrá en cuenta el segundo término de la ecuación anterior y podrá escribirse como:

$$\mathbf{P}_R^{nL}(z, t) = \epsilon_0 \mathbb{T}_F^{-1} \{ \chi^R(\Omega) \mathbb{T}_F [\mathbf{E}(z, t) \cdot \mathbf{E}(z, t)](\Omega) \} \mathbf{E}(z, t) \quad (1.45)$$

en la que aparece la **susceptibilidad Raman** que toma la forma:

$$\chi_R(\Omega) = \frac{N\epsilon_0}{2m} \left[\left(\frac{\partial \alpha}{\partial q} \right)_0 \right]^2 \left\{ \frac{1}{\omega_v^2 - \Omega^2 - 2i\Omega\gamma} \right\} = \frac{R_0}{\omega_v^2 - \Omega^2 - 2i\Omega\gamma} \quad (1.46)$$

La parte real e imaginaria de esta susceptibilidad Raman $\chi^R(\Omega) \equiv \chi'_R(\Omega) + i\chi''_R(\Omega)$ apropiadas para el material de sílice aparecen en la Fig. 1.11. Observemos que para valores positivos del desplazamiento de Stokes Ω (**Stokes shift**), la parte imaginaria de la susceptibilidad Raman producirá ganancia, mientras que para valores negativos de Ω se producen pérdidas. De la misma forma hay que notar que para $\Omega \gg \omega_v$ y $\Omega \gg \gamma$, la susceptibilidad $\chi_R(\Omega) \rightarrow 0$ dado que la escala temporal del campo óptico es demasiado corta en comparación con el tiempo de respuesta propio de la molécula. Si volvemos a transformar al dominio del tiempo obtendríamos la función de respuesta Raman como la transformada de Fourier inversa de (1.46), válida sólo para $t > 0$ para asegurar la relación de causalidad. En cualquier otro caso será nula. Según este modelo tendría la forma[53]:

$$h_R(t) = \mathbb{T}_F^{-1} \left\{ \frac{R_0}{\omega_v^2 - \Omega^2 - 2i\Omega\gamma} \right\} = \frac{R_0 e^{-\gamma t} \text{sen}(\Omega_R t)}{\Omega_R} \quad (1.47)$$

expresión en la que se ha utilizado $\Omega_R = \sqrt{\omega_v^2 - \gamma^2}$.

Si escribimos para este modelo escalar en notación integral haciendo uso de la ecuación (1.27) tendremos que el término de la polarización no lineal que

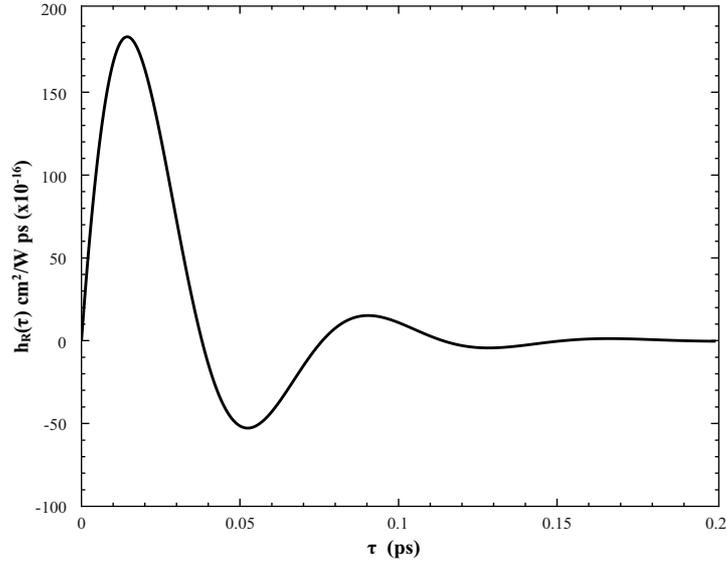


Figura 1.12: Función de respuesta *Raman* para las fibras de sílice: $\Omega_R = 13,2 THz$,

$\gamma = 10,4 THz$, y a la longitud de onda $\lambda_S = 1550 nm$ el valor

$R_0 = 2,62 \times 10^{-12} cm^2/W \cdot ps^2$ (según Stolen et al.(1989)).

incluye la parte correspondiente a la respuesta retardada *Raman* es:

$$P_{nL}^R = \epsilon \int_0^\infty h_R(\tau) E(t - \tau) \cdot E(t - \tau) \cdot E(t) d\tau \quad (1.48)$$

La forma de la función de respuesta *Raman* que proporciona este modelo aparece en la Fig.1.12.

1.2.4. Coeficiente de ganancia *Raman*

En la sección anterior se ha obtenido la forma de las funciones de susceptibilidad y respuesta *Raman* según un modelo que estudia las oscilaciones forzadas-amortiguadas asociadas a un único modo vibracional

y nos proporciona de manera sencilla un espectro de ganancia de forma Lorentziana. Sin embargo el núcleo de la fibra óptica no es sólo una colección de moléculas independientes en el que todas se comportan de la misma forma; antes bien se trata de una distribución aleatoria de átomos de *O* y *Si* con sus enlaces moleculares correspondientes, con diferentes subestructuras internas consistentes con la naturaleza vítrea del material. Esto hace que en situaciones experimentales típicas, esas funciones respuesta se consiguen determinar midiendo la ganancia *Raman* frente a la diferencia de frecuencias entre dos haces monocromáticos[74]: un haz de bombeo y otro que realiza el papel de señal (línea *Stokes*). Este último experimenta ganancia o pérdidas a expensas del bombeo. Es la estructura amorfa del material de sílice junto con las potencias aplicadas y la diferencia entre las frecuencias de señal y bombeo las que determinan en qué cuantía se produce dicho balance de pérdidas y ganancia.

Para generalizar el modelo clásico dibujado anteriormente al caso de la amplificación, que es el que nos interesa, en esta sección procederemos a describir el campo eléctrico como la suma de dos ondas planas monocromáticas, una a la frecuencia del bombeo y otra a la frecuencia de la onda dispersada, que para la aplicación en un amplificador de efecto *Raman*, coincide con la frecuencia de la señal. En lo que sigue utilizaremos la notación *p* y *s* para distinguirlos.

Si restringimos nuestra descripción al tipo de fibras más común, es decir, a las fibras de salto de índice con guiado débil, consistente en que la diferencia entre los índices de refracción del núcleo y del recubrimiento es muy pequeña, podemos separar el campo eléctrico en una parte transversal $\Phi_{i,\perp}(r)$ (donde $i = p, s$ y $r = \sqrt{x^2 + y^2}$) y una parte longitudinal dependiente de la coordenada axial de la fibra z : $A_p(z)$ y $A_s(z)$. El campo eléctrico total es entonces:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} \left[A_p(z) \Phi_{p,\perp}(r) e^{i(k_p z - \omega_p t)} \hat{\mathbf{e}}^p + A_s(z) \Phi_{s,\perp}(r) e^{i(k_s z - \omega_s t)} \hat{\mathbf{e}}^s + c.c. \right] \quad (1.49)$$

donde $\hat{\mathbf{e}}^i$ es el vector unitario de polarización y k_i es la constante de propagación que se determina a partir del problema de autovalores para la guía de onda de la función transversal del campo eléctrico[49]:

$$\left[\nabla_{\perp}^2 + \frac{\omega_i^2 n_i^2}{c^2} \right] \Phi_{\perp}^i(r) = k_i^2 \Phi_{\perp}^i(r) \quad (1.50)$$

donde n_i es el índice de refracción a la longitud de onda del bombeo o de la señal.

Como hemos discutido en la sección anterior, nos concentramos en los cambios que experimenta la polarización inducida debido a los movimientos de las moléculas del sílice ante la presencia del campo eléctrico compuesto (ver Ec.1.43). Aquí, para generalizar el modelo, suponemos que el impacto de tales movimientos moleculares se manifiesta mediante la polarización inducida

por el campo eléctrico, cuya contribución no lineal de tercer orden podemos escribir haciendo uso de la Ec. (1.27):

$$\begin{aligned}
 P_i^{(3)}(\mathbf{r}, t) = & \epsilon_0 \frac{\sigma f_E}{2} E_i(\mathbf{r}, t) [\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)] + \\
 & + \epsilon_0 f_R E_i(\mathbf{r}, t) \int_0^\infty R_a(\tau) |E(\mathbf{r}, t - \tau)|^2 d\tau + \\
 & + \frac{\epsilon_0}{2} f_R E_i(\mathbf{r}, t) \int_0^\infty R_b(\tau) [\mathbf{E}(\mathbf{r}, t - \tau) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t - \tau)] d\tau
 \end{aligned} \tag{1.51}$$

Para continuar con nuestro tratamiento teórico, consideremos que nos fijamos en un modo de propagación para el que queda identificada la constante de propagación de bombeo y de señal y las distribuciones transversales de campo, de manera que por simplicidad nos centramos en la evolución del mismo dada por la coordenada z . Así mismo en esta situación suponemos que tanto la onda de bombeo como la de señal están igualmente polarizadas y que a lo largo de la propagación no van a ver alterados sus estados de polarización. En este caso podríamos escribir el campo eléctrico de la forma[26]:

$$E(z, t) = \frac{1}{2} [A_p(z) e^{i(k_p z - \omega_p t)} + A_s(z) e^{i(k_s z - \omega_s t)} + c.c.] \tag{1.52}$$

de esta manera sólo el efecto del scattering *Raman* estimulado que proporciona ganancia de la señal a costa del bombeo va a ser tratado.

Dado que el análisis lo hacemos con dos haces monocromáticos, el espacio natural en el que obtener el coeficiente de ganancia *Raman* es el dominio de

la frecuencia. Si transformamos la expresión del campo eléctrico:

$$\begin{aligned}\tilde{E}(z, \omega) = & \frac{1}{2}A_p(z)e^{ik_p z}\delta(\omega - \omega_p) + \frac{1}{2}A_p^*(z)e^{ik_p z}\delta(\omega + \omega_p) \\ & + \frac{1}{2}A_s(z)e^{ik_s z}\delta(\omega - \omega_s) + \frac{1}{2}A_s^*(z)e^{ik_s z}\delta(\omega + \omega_s)\end{aligned}\quad (1.53)$$

y si ignoramos los fenómenos de absorción lineal y difracción, a partir de

(1.18) obtenemos que el campo debe satisfacer la ecuación de onda no lineal

escalar de *Helmholtz* en el dominio de la frecuencia:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 \tilde{E}(z, \omega)}{\partial z^2} + k^2(\omega)\chi^K(\omega; \omega, \omega, \omega)\tilde{E}(z, \omega)\tilde{E}(z, \omega)\tilde{E}(z, \omega) \\ + \frac{\omega^2}{\epsilon_0 c^2} \int \int \chi^R(\omega; \Omega)\tilde{E}(z, \omega_1)\tilde{E}(z, \omega_2)\tilde{E}(z, \omega - \Omega) d\omega_1 d\omega_2 = 0\end{aligned}\quad (1.54)$$

donde $\Omega = \omega_1 + \omega_2$ e inicialmente tanto la susceptibilidad de origen electrónico

Kerr χ^K como la susceptibilidad *Raman* χ^R se tienen en cuenta a partir de

las expresiones (1.28),(1.29):

$$\chi^K(\omega; \omega, \omega, \omega) = \tilde{R}_{xxxx}^K(\omega) \quad (1.55)$$

y

$$\chi^R(\omega; \Omega) = \tilde{R}_{xxxx}^R(\Omega) = f_R(\tilde{R}_a(\Omega) + \tilde{R}_b(\Omega)) \quad (1.56)$$

Las polarizaciones no lineales que nos son de interés son aquellas que implican

a las frecuencias portadoras de bombeo ω_p y de la señal ω_s . Sin más que

introducir (1.53) en (1.54) podemos identificar estas polarizaciones:

$$\begin{aligned}\tilde{P}_K(\omega_j) = & \frac{3\epsilon_0}{8}[\chi^K(\omega_j; -\omega_j, \omega_j, \omega_j)|A_j|^2 \\ & + 2\chi^K(\omega_j; -\omega_m, \omega_m, \omega_m)|A_m|^2] A_j e^{ik_j z}\end{aligned}\quad (1.57)$$

$$\begin{aligned}
 \tilde{P}_R(\omega_j) = & \frac{\epsilon_0}{8} \int \int \chi^R(\omega; \Omega) [|A_j|^2 \delta(\omega_1 + \omega_j) \delta(\omega_2 - \omega_j) \\
 & + |A_j|^2 \delta(\omega_1 - \omega_j) \delta(\omega_2 + \omega_j)] A_j \delta(\omega - \Omega - \omega_j) e^{ik_j z} d\omega_1 d\omega_2 \\
 & + \frac{\epsilon_0}{8} \int \int \chi^R(\omega; \Omega) [|A_m|^2 \delta(\omega_1 + \omega_m) \delta(\omega_2 - \omega_m) \\
 & + |A_m|^2 \delta(\omega_1 - \omega_m) \delta(\omega_2 + \omega_m)] A_j \delta(\omega - \Omega - \omega_j) e^{ik_j z} d\omega_1 d\omega_2 \\
 & + \frac{\epsilon_0}{8} \int \int \chi^R(\omega; \Omega) [A_j A_m^* \delta(\omega_1 - \omega_j) \delta(\omega_2 + \omega_m) \\
 & + A_m^* A_j \delta(\omega_1 + \omega_m) \delta(\omega_2 - \omega_j)] A_m \delta(\omega - \Omega - \omega_m) e^{ik_j z} d\omega_1 d\omega_2
 \end{aligned} \tag{1.58}$$

donde $j, m = p$ o s ($j \neq m$). En la obtención de la ecuación (1.58) hemos tenido en cuenta las propiedades de la simetría intrínseca de la polarización instantánea y hemos despreciado aquellos términos que contuvieran frecuencias asociadas a procesos de mezcla de cuatro ondas, tales como $(2\omega_p - \omega_s)$, $(2\omega_p)$, $(2\omega_s)$, etc, debido a la pequeña magnitud relativa que los hace carecer de importancia en nuestra discusión [26].

La evaluación de las integrales de susceptibilidad *Raman* nos proporciona:

$$\tilde{P}_R(\omega_j) = \frac{\epsilon_0}{4} \{ \chi^R(\omega_j; 0) |A_j|^2 + [\chi^R(\omega_j; 0) + \chi^R(\omega_j; \omega_j - \omega_m)] |A_m|^2 \} A_j e^{ik_j z} \tag{1.59}$$

Definimos los índices no lineales de refracción asociados a la parte real de las susceptibilidades [51]:

$$n_K = \frac{3}{8 n(\omega)} \mathcal{R}e \left[\chi^K(\omega; -\omega, \omega, \omega) \right] \tag{1.60}$$

$$n_R(\omega, \Omega) = \frac{1}{4n(\omega)} \mathcal{R}e \left[\chi^R(\omega; \Omega) \right] \quad (1.61)$$

donde $\Omega = \omega_p - \omega_s$. En la aproximación de amplitudes de variación lenta (SVEA) que estamos siguiendo [14], suponemos que A_j son funciones que varían de manera que se cumple:

$$\frac{\partial^2 A_{p,s}}{\partial z^2} \ll 2ik_{p,s} \frac{\partial A_{p,s}}{\partial z} \quad (1.62)$$

Las ecuaciones no lineales acopladas entre bombeo y señal quedan entonces:

$$\begin{aligned} 2ik_p \frac{\partial A_p}{\partial z} + 2k_p^2 \frac{n_K(\omega_p)}{n(\omega_p)} \left\{ \left[1 + \frac{n_R(\omega_p, 0)}{n_K(\omega_p)} \right] |A_p|^2 + \left[2 + \frac{n_R(\omega_p, 0) + n_R(\omega_p, \Omega)}{n_K(\omega_p)} \right] |A_s|^2 \right\} A_p \\ + \frac{3\omega_p^2}{4c^2} \mathcal{I}m \left[\chi^K(\omega_p; -\omega_p, \omega_p, \omega_p) \right] |A_p|^2 A_p \\ + i \frac{3\omega_p^2}{4c^2} \left[2\mathcal{I}m \left[\chi^K(\omega_p; -\omega_s, \omega_s, \omega_p) \right] + \frac{2}{3} \mathcal{I}m \left\{ \chi^R(\omega_p, \Omega) \right\} \right] |A_s|^2 A_p = 0 \end{aligned} \quad (1.63)$$

$$\begin{aligned} 2ik_s \frac{\partial A_s}{\partial z} + 2k_s^2 \frac{n_K(\omega_s)}{n(\omega_s)} \left\{ \left[1 + \frac{n_R(\omega_s, 0)}{n_K(\omega_s)} \right] |A_s|^2 + \left[2 + \frac{n_R(\omega_s, 0) + n_R(\omega_s, -\Omega)}{n_K(\omega_s)} \right] |A_p|^2 \right\} A_s \\ + \frac{3\omega_s^2}{4c^2} \mathcal{I}m \left[\chi^K(\omega_s; -\omega_s, \omega_s, \omega_s) \right] |A_s|^2 A_s \\ + i \frac{3\omega_s^2}{4c^2} \left\{ 2\mathcal{I}m \left[\chi^K(\omega_s; -\omega_p, \omega_p, \omega_s) \right] + \frac{2}{3} \mathcal{I}m \left[\chi^R(\omega_s, -\Omega) \right] \right\} |A_p|^2 A_s = 0 \end{aligned} \quad (1.64)$$

donde $\mathcal{I}m \left[\chi^K \right]$ corresponde a los procesos de autoabsorción y absorción cruzada de fotones y es siempre negativa [26], mientras que la susceptibilidad *Raman* de ganancia-pérdidas reside en la componente dada por $\mathcal{I}m \left[\chi^R(\omega; \Omega) \right]$, sobre la que sabemos, según hemos analizado en la sección

anterior, que es una función impar de manera que $\mathcal{I}m[\chi^R(\omega; 0)] = 0$ y $\mathcal{I}m[\chi^R(\omega; \Omega)] = -\mathcal{I}m[\chi^R(\omega; -\Omega)]$.

Considerando precisamente sólo la parte imaginaria de la susceptibilidad *Raman* responsable de la ganancia, por simplicidad las ecuaciones acopladas pueden ser reescritas:

$$\frac{\partial A_p}{\partial z} = -\frac{n_K \omega_p}{4n_p^2} \mathcal{I}m[\chi^R(\omega_p; \Omega)] |A_s|^2 A_p \quad (1.65)$$

$$\frac{\partial A_s}{\partial z} = \frac{n_K \omega_s}{4n_s^2} \mathcal{I}m[\chi^R(\omega_s; \Omega)] |A_p|^2 A_s \quad (1.66)$$

donde $n_j = n(\omega_j)$ con $j = p, s$ representan los índices de refracción a las distintas frecuencias de bombeo y señal. Si multiplicamos por los respectivos conjugados y definimos la intensidad óptica como [75]:

$$I(z; \omega) = \frac{\epsilon_0 c n(\omega)}{2} |A(z)|^2 \quad (1.67)$$

las ecuaciones (1.65)(1.66) resultan:

$$\frac{\partial I_p}{\partial z} = -\frac{2n_2 \omega_p}{c} \mathcal{I}m[\chi^R(\omega_p; \Omega)] I_s I_p \quad (1.68)$$

$$\frac{\partial I_s}{\partial z} = \frac{2n_2 \omega_s}{c} \mathcal{I}m[\chi^R(\omega_s; \Omega)] I_p I_s \quad (1.69)$$

donde según [14] tomamos la definición del índice de refracción no lineal $n_2 \equiv 2n_K/\epsilon_0 c n$, en la que n representa la parte lineal del índice de refracción⁸.

⁸Para las fibras de sílice $n \approx 1,45$.

Ahora se define la cantidad que en la literatura científica se conoce como **coeficiente de ganancia *Raman* del material**[60]:

$$\varrho_R(\Omega) \equiv \frac{2n_2\omega_s}{c} \mathcal{I}m\left[\chi^R(\Omega)\right], \quad (1.70)$$

y que posee unidades de *Longitud/Potencia*. Lógicamente al depender de la susceptibilidad de tercer orden, la composición del núcleo de la fibra determina en gran medida su valor. Como se puede apreciar depende de la diferencia de frecuencias entre la onda de bombeo y la onda señal de *Stokes* y escala de forma inversamente proporcional a la longitud de onda de bombeo λ_p [14],[64], como ya apuntamos.

Conviene plantear la evolución de las potencias ópticas asociadas al bombeo y a la señal, para lo cual debemos conocer el área efectiva de solapamiento [74] en el núcleo de la fibra entre ambos haces. Ese área vendrá definida en términos de las componentes transversales del campo que aparecen en la Ec.(1.50) y que proporcionan los modos de propagación[5], de manera que:

$$A_{eff}^{ps} = \frac{\int_A |\Phi_{\perp}^p|^2 dA \int_A |\Phi_{\perp}^s|^2 dA}{\int_A |\Phi_{\perp}^p|^2 |\Phi_{\perp}^s|^2 dA} \quad (1.71)$$

en la que la integración está extendida al área A del núcleo de la fibra donde se produce el guiado de los haces de luz. Como la intensidad óptica es la potencia óptica por unidad de área efectiva, las ecuaciones (1.68) y (1.69)

quedarán:

$$\frac{\partial P_p}{\partial z} = -\frac{\omega_p}{\omega_s} g_R P_s P_p \quad (1.72)$$

$$\frac{\partial P_s}{\partial z} = g_R P_p P_s \quad (1.73)$$

en la que aparece el **coeficiente de ganancia *Raman* de la fibra** dado por:

$$g_R = \frac{\rho_R}{A_{eff}^{ps}} = 2\gamma_s \mathcal{I}m \left[\chi^R(\Omega) \right] \quad (1.74)$$

en la que según [14] introducimos el coeficiente no lineal $\gamma_s = \omega_s n_2 / c A_{eff}^{ps}$ que caracteriza la magnitud de los efectos no lineales en la propagación de señales en las fibras ópticas. El coeficiente de ganancia *Raman* de las fibras tiene unidades de $1/(Potencia \cdot Longitud)$. Ya que las frecuencias ópticas son del orden de $10^{14} Hz$, en fibras ópticas g_R es típicamente del orden de $1(W \cdot Km)^{-1}$ y el área efectiva de interacción está entre $A_{eff}^{ps} \approx 50 - 75 \times 10^{-12} m^2$ [58].

1.2.5. Coeficiente efectivo de ganancia *Raman* en amplificación distribuida

Aunque la respuesta *Raman* puede reproducirse con gran exactitud mediante la convolución de hasta 13 funciones lorentzianas con gaussianas[54], dicho modelo resulta en gran manera impracticable debido a su complejidad. En el otro extremo, como hemos visto, la respuesta *Raman* se aproxima

por un conjunto de oscilaciones amortiguadas asociadas a un único modo vibracional (ver sección **1.2.3**) que proporciona un espectro de ganancia de forma lorentziano (Fig: 1.13). A causa de su simplicidad, este modelo sencillo ha sido ampliamente utilizado para investigar fenómenos no lineales ultrarrápidos en fibras ópticas[36]. Aunque explica razonablemente bien el comportamiento cualitativo de la función respuesta cuando los dos haces están copolarizados, sin embargo este modelo estima por debajo el valor de la ganancia *Raman* de forma importante en el rango de frecuencias menores a los $10 THz$ mientras que la sobreestima para valores de frecuencia por encima de los $15 THz$. Por lo tanto, este modelo no proporciona una descripción cuantitativa correcta de los fenómenos asociados al scattering *Raman* en las fibras[55]. La deducción del coeficiente de ganancia de la fibra en la sección anterior se ha realizado suponiendo la copolarización de los haces de bombeo y señal a lo largo de la propagación. Pero debido a la naturaleza tensorial de la respuesta *Raman* puesta de manifiesto a partir de (1.24), también habrá que tener en cuenta la contribución a la ganancia que existe cuando los estados de polarización respectivos son ortogonales. La ecuación (1.25) indica que la ganancia *Raman* en fibras de sílice contiene las contribuciones procedentes de la respuesta molecular isótropa y anisótropa de manera que para bombeos

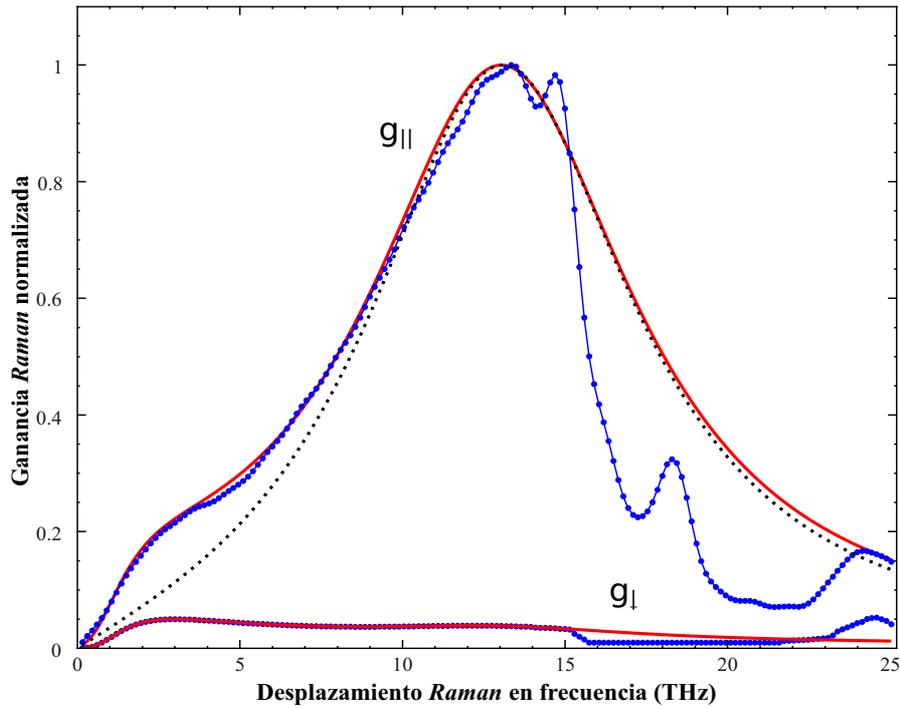


Figura 1.13: Espectro de ganancia *Raman* para las dos configuraciones de polarización (curvas lisas azules con puntos) basado en datos experimentales según Stolen (2000). La curva de puntos muestra el resultado del modelo clásico lorentziano según Blow and Wood (1989) mientras que las curvas lisas rojas presentan el modelo que tiene en cuenta las contribuciones isotrópica y anisótropa de la respuesta *Raman* en el sílice (Lin and Agrawal 2006).

copolarizados con la señal se tiene[51]:

$$g_{R\parallel}(\Omega) = g_a(\Omega) + g_b(\Omega) \quad (1.75)$$

donde teniendo en cuenta (1.32) y (1.74) definimos $g_a(\Omega) \equiv 2\gamma f_R \text{Im} \left\{ \tilde{R}_a(\Omega) \right\}$ y $g_b(\Omega) \equiv 2\gamma f_R \text{Im} \left\{ \tilde{R}_b(\Omega) \right\}$. De la misma forma para bombeo y señal ortogonalmente polarizados se tiene:

$$g_{R\perp}(\Omega) = \frac{g_b(\Omega)}{2} \quad (1.76)$$

La Fig.1.13 muestra sus características en comparación con los datos experimentales. Aunque la parte anisótropa proporciona una ganancia relativamente pequeña para señales polarizadas con el bombeo ortogonalmente, su contribución sin embargo es muy importante en la región de bajas frecuencias, alrededor de los $3THz$ en la ganancia *Raman* copolarizada.

Físicamente la respuesta *Raman* isótropa tiene su origen principalmente en el movimiento elástico simétrico del puente entre los átomos de oxígeno en el enlace Si-O-Si[76]. De este tipo de movimiento la contribución a la respuesta *Raman* correspondiente $h_a(\tau)$ correspondiente puede ser descrita mediante un modelo lorentziano simple. De ahí que se adopte de forma habitual para esta respuesta isótropa $R_a = f_a h_a(\tau)$, donde según el ajuste proporcionado por [53] $h_a(\tau)$ está dado por:

$$h_a(\tau) = \frac{\tau_1^2 + \tau_2^2}{\tau_1 \tau_2^2} \text{sen}(\tau/\tau_1) e^{-\tau/\tau_2}, \quad (1.77)$$

en la que f_a representa la fracción con la que esta parte isótropa R_a contribuye a la respuesta *Raman* total copolarizada. Los parámetros $\tau_1 = 12,2 fs$ y $\tau_2 = 32 fs$ son los que mejor ajustan al espectro de ganancia y se escoge $f_a = 0,75$ [55] de manera que se consigue adaptar mejor al perfil experimental, sobre todo en la región por debajo de los $14 THz$.

Tanto $g_{R\parallel}(\Omega)$ como $g_{R\perp}(\Omega)$ presentan un máximo local más acusado en la región de frecuencias alrededor de los $3 THz$ para el sílice. Dicho máximo es conocido en la literatura científica con el término “*Boson peak*” [77] o pico bosónico, que es una característica de las sustancias vítreas con estructura amorfa [78]; aparece en los espectros asociados a los fenómenos de dispersión inelástica *Raman* y también mediante neutrones. Desde hace años el nombre de pico bosónico se adoptó en vista a que la dependencia con la temperatura de este máximo local a bajas frecuencias sigue bastante bien la estadística de *Bose-Einstein* en lo que respecta a la ocupación de los niveles de energía vibracional mediante el factor de distribución térmica $n(\omega, T) = [\exp(\hbar\omega/k_B T) - 1]^{-1}$ [79]. La naturaleza física del mismo ha sido objeto de algunos debates [80] y al parecer refleja una densidad excesiva de estados vibracionales a esas frecuencias que pueden tener su origen en múltiples fenómenos tales como movimientos localizados de subestructuras vítreas conformes en el estado vítreo [50],[81]. El “*Boson peak*” en $g_{R\perp}(\Omega)$

puede describirse mediante una función lorentziana con una dependencia cúbica en el entorno de las frecuencias bajas[82]. La respuesta temporal anisótropa se puede ajustar numéricamente a una función sencilla del tipo[55]:

$$h_b(\tau) = \frac{1}{\tau_b} \left(2 - \frac{\tau}{\tau_b} \right) e^{-\tau/\tau_b} \quad (1.78)$$

donde se introduce una constante de tiempo τ_b que gobierna el comportamiento de la respuesta a causa de la presencia a bajas frecuencias del "Boson peak".

Además para ajustar bien $g_b(\Omega)$ habrá que tener en cuenta el perfil muy pequeño y casi plano que presenta el espectro de $g_{R\perp}(\Omega)$ en la zona entre $8 - 15 THz$ y que no puede ser explicado por completo por la función (1.78). También habrá que tener en cuenta el descenso pronunciado que las respuestas presentan precisamente a partir de los $15 THz$, lo que sugiere que $g_b(\Omega)$ comparte un origen físico común con el pico dominante en $g_a(\Omega)$ y que proporciona el máximo de ganancia del espectro copolarizado, probablemente debido a la existencia de fuertes correlaciones entre los movimientos de los átomos que intervienen en los enlaces situados a distancias intermedias[76]. Estos argumentos son los que llevan a utilizar la siguiente forma para la parte anisótropa de la respuesta *Raman* en las fibras[55]:

$$R_b(\tau) = f_b h_b(\tau) + f_c h_a(\tau) \quad (1.79)$$

en la que f_b y f_c representan la fracción a la contribución de cada una. Según este modelo (Lin y Agrawal 06) la respuesta no lineal copolarizada estaría dada (ver ecuación 1.26):

$$R_{xxxx}^{(3)} = \frac{(1 - f_R)\sigma}{2}\delta(\tau) + f_R [(f_a + f_c)h_a(\tau) + f_b h_b(\tau)] \quad (1.80)$$

con $f_a + f_b + f_c = 1$. El ajuste proporciona $\tau_b = 96 \text{ fs}$ para tener en cuenta la anchura espectral del "Boson peak" junto a $f_b = 0,21$ y $f_c = 0,04$ [55]. Por su parte la respuesta en el caso de polarización ortogonal según el mismo modelo:

$$R_{xyyx}(\tau) = \frac{f_R}{2} [f_b h_b + f_a h_a] \quad (1.81)$$

La Fig.1.13 sólo proporciona el espectro de ganancia normalizado. Con el fin de obtener un valor real del pico de ganancia *Raman* en las fibras, necesitamos conocer el parámetro f_R que situamos en torno a 0,2 [27] y el valor del índice no lineal para el sílice, $n_2 = 2,6 \times 10^{-20} \text{ m}^2/\text{W}$ [14]. A partir de ellos se reproduce para el caso de copolarización un valor máximo de $\rho_R = 1,2 \times 10^{-11} \text{ cm}/\text{W}$ para $\lambda_s = 795,5 \text{ nm}$ que concuerda muy bien con el valor experimental[68].

Este modelo también es de aplicación en el caso de variaciones relativas entre los estados de polarización de la señal y el bombeo, como ocurre en largos tendidos de fibra en el campo de las comunicaciones ópticas. Como

apuntamos en la sección **1.2.2**, a causa de las diferentes longitudes de onda de ambos, el estado de polarización relativa se volverá aleatorio si los recorridos son grandes, superiores a las longitudes de batido de las fibras ópticas convencionales. Precisamente esta es la situación que nos interesará para el estudio de la amplificación distribuida. En este caso conviene definir un nuevo coeficiente de ganancia para la fibra que tenga en cuenta este hecho. Su valor debe poner de manifiesto que durante la propagación de los haces de bombeo y señal la mezcla en los estados de polarización será completamente aleatoria, de manera que la ganancia efectiva resulte de un promedio de las contribuciones copolarizadas y ortogonalmente polarizadas. Así pues introducimos el **coeficiente efectivo de ganancia *Raman*** para las fibras que no mantengan el estado de polarización:

$$g_R^{eff} \equiv \frac{g_{R\parallel} + g_{R\perp}}{2} \quad (1.82)$$

En la zona del máximo de ganancia, en torno a los $13,2 THz$ ⁹ de diferencia entre las frecuencias de señal y bombeo (*Raman shift*), este coeficiente de ganancia prácticamente coincide con la mitad del que se tiene en el caso de la copolarización de señales.

⁹Este máximo corresponde a una diferencia de $400 cm^{-1}$ o en términos de longitud de onda a $100 nm$.

1.2.6. Longitud efectiva de ganancia Raman y umbral de potencia para el SRS

Si sólo el haz de bombeo fuera el incidente en la entrada de la fibra, el scattering *Raman* espontáneo provocaría una señal desplazada en frecuencia que se vería amplificada durante la propagación. Dado que este scattering generaría fotones dentro del ancho de banda del espectro de ganancia que hemos descrito en la sección anterior, todas las componentes espectrales se verían amplificadas. Sin embargo, la componente para la cual se alcanza el máximo de g_R^{eff} crecería más rápidamente. Sucede que cuando la potencia de bombeo alcanza excede de un valor umbral, esta componente crece casi exponencialmente [83]. Así pues si además del bombeo se añade una señal con la frecuencia adecuada al pico de ganancia *Raman*, el fenómeno SRS generará amplificación de la onda de *Stokes* como hemos descrito.

Consideremos la situación más simple en la que el haz de bombeo es una onda continua CW y se lanza para amplificar una señal también CW. Para encontrar el umbral de potencia *Raman*, deberemos considerar la interacción no lineal entre ambos haces centrados en el efecto de la ganancia, para lo cual podemos utilizar las ecuaciones (1.72) y (1.73) que deben ser modificadas para introducir las pérdidas de la fibra y la mezcla de los estados de

polarización relativa. Además, la potencia de bombeo no permanece constante a lo largo de la propagación, pudiendo inyectarse en la fibra en configuración de copropagación con la señal o en contrapropagación (ver Fig. 1.3). Cuando estos efectos se incluyen, el proceso de amplificación *Raman* se regirá por el siguiente par de ecuaciones acopladas:

$$\frac{dP_s}{dz} = g_R^{eff} P_p P_s - \alpha_s P_s \quad (1.83)$$

$$\xi \frac{dP_p}{dz} = -\frac{\omega_p}{\omega_s} g_R^{eff} P_p P_s - \alpha_p P_p \quad (1.84)$$

donde α_s y α_p dan cuenta de las pérdidas en la fibra a las longitudes de onda correspondientes. El parámetro ξ puede tomar el valor ± 1 dependiendo de la configuración de bombeo; el signo menos es el que debe usarse en un esquema de contrapropagación. Estas ecuaciones también pueden deducirse fenomenológicamente sin más que considerar los procesos a partir de los cuales los fotones aparecen o desaparecen de cada haz[84],[85]. La relación entre las frecuencias ω_p/ω_s aparece en (1.84) porque los fotones del bombeo y de la señal tienen diferente energía. En ausencia de pérdidas se puede verificar rápidamente:

$$\frac{d}{dz} \left(\frac{P_s}{\omega_s} + \xi \frac{P_p}{\omega_p} \right) = 0 \quad (1.85)$$

Dándonos cuenta de que el cociente P_j/ω_j está relacionado con el flujo de fotones a la frecuencia ω_j [49], esta ecuación nos indica simplemente la conservación del número total de fotones durante el proceso SRS.

A causa de su naturaleza no lineal, no es fácil resolver analíticamente el sistema de ecuaciones acopladas (1.83) y (1.84). Sin embargo en muchas situaciones prácticas la potencia de bombeo es muy grande comparada con la de la señal y en ese caso se puede despreciar la reducción del bombeo debido a la cesión de energía a la señal. De forma genérica si suponemos que en principio disponemos de fuentes de bombeo para un caso bidireccional la potencia tendría dos componentes $P_p = P_f + P_b$, donde P_f y P_b representarían las potencias en co- y contrapropagación respectivamente. Para ellas se cumpliría:

$$\frac{dP_f}{dz} = -\alpha_p P_f, \quad \frac{dP_b}{dz} = \alpha_p P_b \quad (1.86)$$

Resolviendo estas ecuaciones, obtendríamos que la potencia total de bombeo a la distancia z evolucionaría según:

$$P_p(z) = P_0 \{ \eta_f \exp(-\alpha_p z) + (1 - \eta_f) \exp[-\alpha_p(L - z)] \}, \quad (1.87)$$

donde P_0 es la potencia de bombeo total de inicio y η_f la fracción de dicha potencia lanzada en copropagación $\eta_f = P_f(z = 0)/P_0$.

La integración de la ecuación (1.83) conduce a la **ganancia neta** de la señal[2]:

$$G(z) \equiv \frac{P_s(z)}{P_s(0)} = \exp \left(g_R^{eff} \int_0^z P_p(\zeta) d\zeta - \alpha_s z \right) \quad (1.88)$$

que de forma explícita quedaría:

$$G(z) = \exp \left[\zeta_f g_R^{eff} P_0 \frac{1 - e^{-\alpha_p z}}{\alpha_p} + (1 - \zeta_f) g_R^{eff} P_0 \frac{e^{-\alpha_p(L-z)} - e^{-\alpha_p L}}{\alpha_p} \right] \quad (1.89)$$

Como ejemplo, en el caso particular de un esquema sólo en copropagación ($\xi = +1$ y $\zeta_f = +1$) la evolución de la potencia de bombeo sería:

$$P_p = P_0 \exp(-\alpha_p z), \quad (1.90)$$

donde P_0 es la potencia de entrada del bombeo en $z = 0$. Si sustituimos en la ecuación de la señal (1.83) obtendríamos al final de la longitud de la fibra L :

$$P_s(L) = P_s(0) \exp(g_R^{eff} P_0 L_{eff} - \alpha_s L) \equiv G(L) P_s(0) \quad (1.91)$$

Aquí introducimos el concepto de ganancia neta $G(L) = P_s(L)/P_s(0)$ y la **longitud efectiva** L_{eff} definida como:

$$L_{eff} \equiv \frac{1 - \exp(-\alpha_p L)}{\alpha_p} \quad (1.92)$$

La solución (1.91) muestra que, debido a las pérdidas que experimenta el bombeo, la longitud de amplificación efectiva se reduce de L a L_{eff} .

En el caso de que tengamos un esquema en contrapropagación, la ecuación (1.84) se resolvería despreciando así mismo la reducción por ganancia del bombeo y haciendo $\xi = -1$ y $\zeta_f = 0$, con la condición de contorno $P_p(L) = P_0$.

Como resultado la evolución del bombeo sería:

$$P_p(z) = P_0 \exp[-\alpha_p(L - z)], \quad (1.93)$$

y el valor de la ganancia sería el mismo que el que aparece en la ecuación (1.91), indicando que la potencia de la señal amplificada para un nivel de bombeo dado es la misma en ambas configuraciones de bombeo.

En sistemas con amplificación *Raman* distribuida bombeados en los dos sentidos, incluso con idéntica ganancia neta, la potencia de la señal depende fuertemente de la razón que exista entre los bombeos de co- y contrapropagación. En la Fig.1.14 se ilustra este hecho. En ella podemos ver la evolución de la potencia de señal medida en dBm¹⁰ para diferentes razones de la potencia de bombeo en copropagación respecto a la potencia total empleada en un sistema de amplificación distribuida *Raman*. En todos los casos se ha escogido la potencia de bombeo adecuada para que la ganancia compense exactamente a las pérdidas, es decir, $G(L) = 1$. Su obtención se basa en la solución numérica de las ecuaciones (1.83) y (1.84) teniendo en cuenta un bombeo bidireccional para 100 km de tramo de fibra. Los coeficientes de pérdidas a las longitudes de onda de la señal ($\lambda_s = 1550 \text{ nm}$) y del bombeo ($\lambda_p = 1450 \text{ nm}$) han sido $\alpha_s = 0,21 \text{ dB/Km}$ y $\alpha_p = 0,26 \text{ dB/Km}$, respectivamente[86].

¹⁰Los decibelios por miliwatio se definen como medida de potencias según $P(\text{dBm}) = 10 \log \frac{P_s}{1 \text{ mW}}$ y son ampliamente utilizados en comunicaciones ópticas.

Se podría preguntar cuál es la mejor configuración para el rendimiento de un sistema de comunicación con amplificación óptica. Desde un punto de vista físico, la respuesta no es simple y depende de varios factores que tecnológicamente pueden corregirse en parte. Así tenemos la influencia del scattering *Raman* espontáneo que contribuye al aumento de la emisión espontánea y al nivel de ruido, la transferencia de este ruido entre señal-bombeo, y los fenómenos de múltiple scattering elástico *Rayleigh* que degradan la señal.

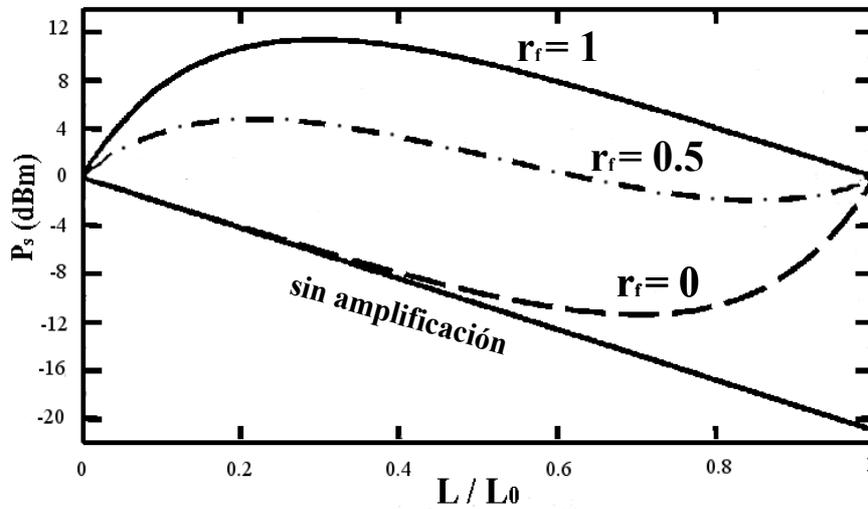


Figura 1.14: Forma en la que evoluciona la potencia de la señal para diferentes razones de la potencia de bombeo en copropagación respecto a la potencia total con $L_0 = 100 \text{ Km}$. Se ha dibujado también el perfil en caso de ausencia de bombeo.

Sin embargo, para sistemas de larga extensión de propagación, en los que las no linealidades y la dispersión adquieren una notable importancia, el bombeo en contrapropagación ofrece un mejor rendimiento debido a que la potencia de la señal es más pequeña a lo largo de la longitud del enlace de fibra[15].

Podemos realizar una estimación de la influencia que cada esquema de bombeo tiene sobre los efectos introducidos por la no linealidad en las señales durante la propagación. La mayoría de los sistemas de comunicaciones por fibra óptica están limitados en la potencia de la señal por la no linealidad tipo *Kerr*, especialmente aquellos sistemas de largo recorrido o con alto nivel de pérdidas por tramo, para los cuales es necesario la amplificación óptica. Estos sistemas se diseñan generalmente para operar con un nivel de potencia de señal máximo siempre que la distorsión en las formas de la onda sea tolerable y no suponga una pérdida significativa de información. El desplazamiento total de fase no lineal acumulado inducido en la propagación de la señal amplificada se puede obtener a partir de:

$$\Phi_{NL} = \gamma_s \int_0^L P_s dz = \gamma_s P_s(0) \int_0^L G(z) dz \quad (1.94)$$

donde $\gamma_s = 2\pi n_2/\lambda_s A_{eff}$ es el conocido parámetro no lineal responsable de la automodulación de fase (*SPM*). El incremento del desplazamiento no lineal

debido a la amplificación *Raman* se puede cuantificar mediante el cociente[87]:

$$\mathcal{R}_{NL} = \frac{\Phi_{NL}(\text{con bombeo})}{\Phi_{NL}(\text{sin bombeo})} = \frac{1}{L_{eff}} \int_0^L G(z) dz \quad (1.95)$$

La Fig.1.15 muestra cómo la razón no lineal \mathcal{R}_{NL} depende de la ganancia

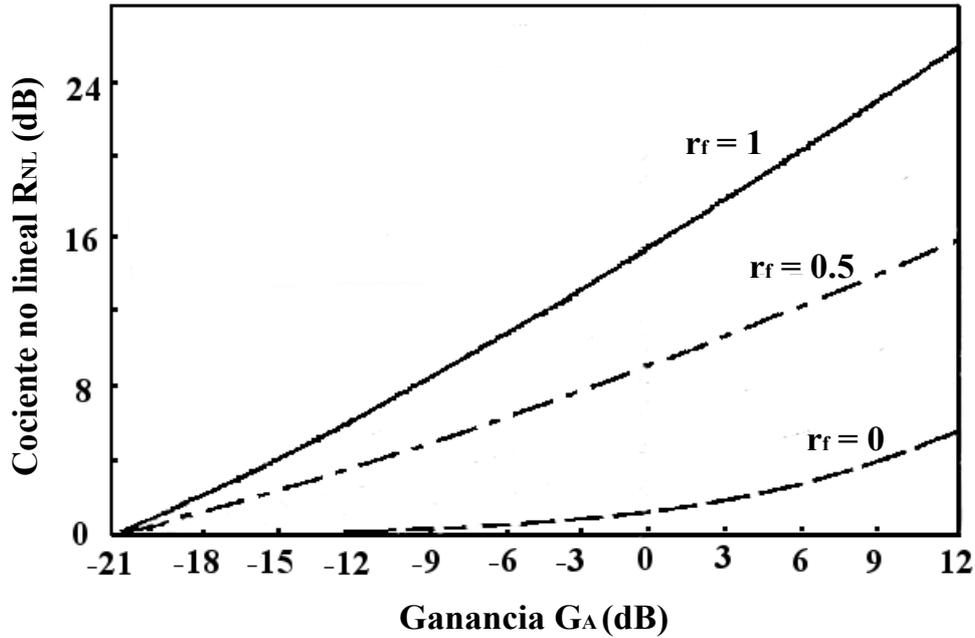


Figura 1.15: Importancia de los efectos no lineales como función de la ganancia neta en un tramo de fibra de 100 Km para un sistema de amplificación *Raman* bidireccionalmente bombeado con distintas proporciones de potencia en copropagación, como en la Fig.1.14.

neta y de la fracción de potencia de bombeo en copropagación para un DRA de 100 Km de tramo de fibra. Se puede observar que para un bombeo sólo en contrapropagación cuando la ganancia neta es $G_A = 0$ y la señal se recupera completamente al final del tramo, es cuando los efectos no lineales empiezan

a crecer de forma significativa. Pero siempre muy por debajo del efecto que provoca sobre la señal en copropagación, de hasta 15 dB para ese nivel de ganancia. Tan pronto como el bombeo en copropagación se usa, la potencia de la señal crece y el aumento de ganancia provoca de hecho un aumento considerable del cociente de no linealidad para este esquema de propagación. De ahí que para asegurar una no linealidad constante en un tramo de fibra, la potencia con la que se lanza la señal debe ajustarse para las diferentes configuraciones de bombeo.

Como hemos argumentado, el fenómeno de SRS crece a partir del scattering *Raman* espontáneo que ocurre a lo largo de la longitud de la fibra. Según [83], suponiendo que la fibra propaga un sólo modo, se puede calcular la potencia de *Stokes* de la señal considerando que se amplifica cada componente de frecuencia en su energía $h\nu$ de acuerdo a (1.91), de manera que integrando sobre la totalidad del espectro de ganancia *Raman*:

$$P_s(L) = \int_{-\infty}^{\infty} \hbar \cdot (\omega_p - \Omega) \cdot \exp[g_R^{eff}(\Omega)P_0L_{eff} - \alpha_s L] d\Omega \quad (1.96)$$

Si usamos la aproximación al espectro de ganancia $g_R^{eff}(\Omega)$ de la sección 1.2.5, obtenemos:

$$P_s(L) = \hbar\omega_s\Delta_{eff} \exp[g_R^{eff}(\Omega_R)P_0L_{eff} - \alpha_s L] \quad (1.97)$$

Físicamente Δ_{eff} representa el ancho de banda efectivo de la radiación de *Stokes* centrada en el pico de ganancia en $\Omega_R = \omega_p - \omega_s$ y vale:

$$\Delta_{eff} = \sqrt{\frac{4\pi}{P_0 L_{eff}}} \left\{ \left| \frac{\partial^2 g_{R\parallel}}{\partial \omega^2} + \frac{\partial^2 g_{R\perp}}{\partial \omega^2} \right|_{\omega=\omega_s}^{-1/2} \right\} \quad (1.98)$$

Para que el proceso no lineal no sea de importancia, exigiríamos que la potencia calculada en (1.97) sea menor que la potencia de bombeo en $z = L$. Definimos el **umbral *Raman*** como la potencia de bombeo a la que la potencia de *Stokes* llega a ser igual a aquella al final de la fibra. Suponiendo que $\alpha_p \approx \alpha_s$ la condición de potencia umbral sería en copropagación:

$$P_{s0}^{eff} \exp(g_R^{eff} P_0 L_{eff}) = P_0 \quad (1.99)$$

en la que $P_{s0}^{eff} = \hbar \omega_s \Delta_{eff}$. La solución de (1.99) nos proporcionaría la potencia de bombeo crítica necesaria para alcanzar el umbral *Raman* en copolarización. Con el modelo de ganancia que estamos manejando esta potencia satisface con buena aproximación:

$$P_0^{cr} \approx \frac{16}{g_R^{eff} L_{eff}} \quad (1.100)$$

Para el esquema de contrapropagación, un análisis similar [83] nos lleva a un resultado análogo, salvo por el cambio del factor 16 por 20. Para fibras largas, las aproximaciones hechas en la obtención de (1.100) permiten estimar con bastante exactitud el umbral *Raman*. En este caso $\alpha_p L \gg 1$, y entonces

$L_{eff} \simeq 1/\alpha_p$. Con una potencia de señal guiada en la fibra máxima de 1 mW , si usamos como coeficiente de ganancia del material el valor de pico para el sílice de $\varrho_R = 6 \times 10^{-14}\text{ m/W}$ [27] a la longitud de onda $\lambda_s = 1550\text{ nm}$ con un área efectiva típica de $50\ \mu\text{m}^2$ y el bombeo a $\lambda_p = 1450\text{ nm}$, entonces estamos hablando de $L_{eff} \simeq 20\text{ Km}$ y el umbral de potencia *Raman* para un bombeo CW se cuantifica en torno a los 150 mW si queremos obtener el mismo valor de potencia de la señal al final de la propagación. Estas potencias están hoy en día disponibles sin ningún problema[21].

1.2.7. Saturación en ganancia

La cantidad $G(L)$ representa la ganancia neta de la señal, que puede ser incluso menor que uno si la ganancia *Raman* no es suficiente para contrarrestar las pérdidas de en la fibra. Ya que $P_s(L) = P_s(0) \exp(-\alpha_s L)$ en ausencia de amplificación, resulta útil definir el **factor de amplificación** del dispositivo como:

$$G_A = \frac{P_{s,con\ bombeo}}{P_{L,sin\ bombeo}} = \frac{P_s(L)}{P_s(0) \exp(-\alpha_s L)} = \exp(g_R^{eff} P_0 L_{eff}) \quad (1.101)$$

Evidentemente, G_A representa la ganancia total del amplificador distribuida sobre una distancia L_{eff} y es lógicamente función de P_0 . La Fig.1.16 presenta la variación de P_0 observada en un experimento en la amplificación de una

señal de 1064 nm usando un bombeo a 1017 nm en copropagación usando un tramo de fibra de $1,3\text{ Km}$ [88]. El factor de amplificación G_A se incrementa exponencialmente con la potencia P_0 de bombeo inicialmente, para desviarse de ese comportamiento para $P_0 > 1\text{ W}$. Esto es debido a que la ganancia comienza a saturarse a partir de que cobra importancia la reducción del bombeo por cesión de potencia a la señal. Las líneas continuas en esta figura se han obtenido resolviendo numéricamente las ecuaciones (1.84) y (1.83) con $\xi = +1$ y teniendo en cuenta la reducción del bombeo. Estos resultados indican la validez del uso de este modelo de ganancia-pérdidas para el modelado de la amplificación *Raman* con señales CW en fibras ópticas. Para obtener una expresión aproximada de la *ganancia saturada* en los amplificadores *Raman*, deberemos resolver analíticamente las ecuaciones (1.84) y (1.83)[84]. En el entorno de la región de mínimas pérdidas 1550 nm , se puede usar la aproximación $\alpha_p \approx \alpha_s = \alpha$ que situamos en $0,2\text{ dB/Km}$ ¹¹. Suponiendo un bombeo en copropagación ($\xi = +1$) por simplicidad, hacemos la transformación:

$$P_i(z) = \omega_i e^{-\alpha z} \mathcal{F}_i(z), \quad (1.102)$$

con $i = p$ o s ; obtenemos dos ecuaciones sencillas:

$$\frac{\mathcal{F}_s}{dz} = \omega_p g_R^{eff} \mathcal{F}_p \mathcal{F}_s e^{-\alpha z} \quad (1.103)$$

¹¹Ver gráfica 1.2.

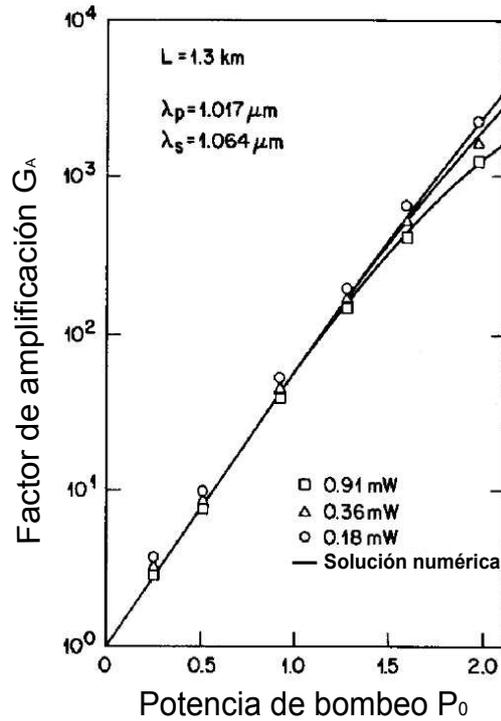


Figura 1.16: Variación de la ganancia G_A con la potencia de bombeo según Ikeda (1981). Se representan los resultados experimentales para tres valores distintos de potencia de la señal. Las líneas continuas muestran los resultados numéricos. ©1981 Elsevier.

$$\frac{\mathcal{F}_p}{dz} = -\omega_p g_R^{eff} \mathcal{F}_s \mathcal{F}_p e^{-\alpha z} \quad (1.104)$$

Se deduce directamente que:

$$\mathcal{F}_s + \mathcal{F}_p = C \quad (1.105)$$

donde C es una constante que depende de las condiciones iniciales. Si resolvemos la ecuación para \mathcal{F}_s integrando para la longitud de amplificación se obtiene para la saturación en la ganancia, que es cuando se comienza a

tener en cuenta la reducción del bombeo:

$$G_s = \frac{\mathcal{F}_s(L)}{\mathcal{F}_s(0)} = \left[\frac{\mathcal{F}_s(L) - C}{\mathcal{F}_s(0) - C} \right] \exp(\omega_p g_R^{eff} C L_{eff}) \quad (1.106)$$

Podemos definir el cociente de potencias entre la señal y el bombeo a la entrada de la fibra:

$$r_0 = \frac{\omega_p P_s(0)}{\omega_s P_p(0)} \quad (1.107)$$

y como la constante de inicio $C = \mathcal{F}_s(0) + \mathcal{F}_p(0)$, podemos encontrar que la ganancia saturada de amplificación vendrá dada por:

$$G_s = \frac{1 + r_0}{r_0 + G_A^{-(1+r_0)}} \quad (1.108)$$

en la que $G_A = \exp(g_R^{eff} P_0 L_{eff})$ es la ganancia no saturada que introducimos en (1.101). Como normalmente $P_s(0) \ll P_p(0)$, P_s suele ser menor de 10 mW y las potencias de bombeo pueden alcanzar hasta 1 W . En tales condiciones la ganancia saturada se puede aproximar:

$$G_s = \frac{G_A}{1 + r_0 G_A} \quad (1.109)$$

Esta ganancia se reduce hasta en un factor de 3 dB [15] si el bombeo alcanza valores bastante más altos que los dados por $r_0 G_A = 1$. Por ejemplo si $r_0 = 0,001$ con una potencia de bombeo de 1 W cuando la ganancia G_A se aproxima a los 30 dB, como ocurre en la Fig.1.16. La Fig.1.17 muestra las características de la saturación de la ganancia en función de la potencia

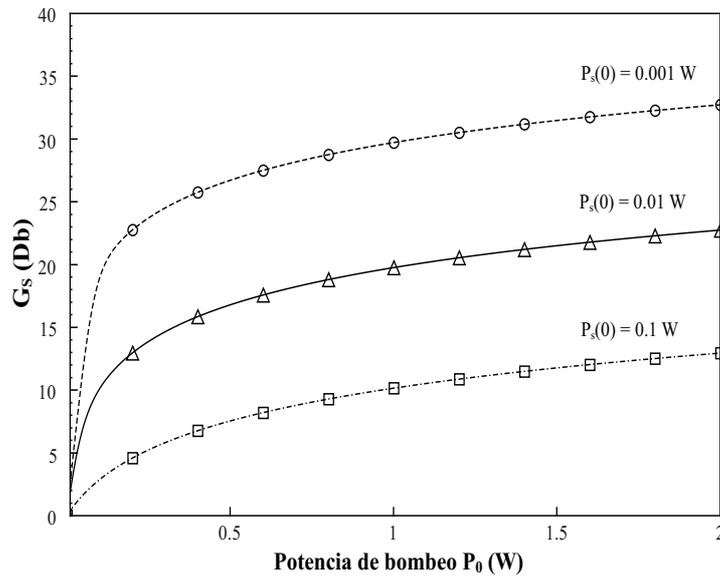


Figura 1.17: Características de la saturación en ganancia en el proceso de amplificación *Raman* para varios valores de potencia de entrada de la señal.

de bombeo P_0 para varios valores de la potencia de entrada de la señal. Precisamente la potencia de bombeo es una buena medida de la saturación de estos dispositivos. Como resulta lógico, esta ganancia de saturación se hace más grande para una misma potencia de bombeo cuanto menor sea $P_s(0)$. En el entorno de $P_0 \approx 1$ W, existe un salto de hasta 10 dB en la saturación para potencias de señales con un orden de magnitud de diferencia.

1.3. Ecuaciones acopladas de propagación para las amplitudes de señal y bombeo

Ya hemos visto cómo el scattering *Raman* es un proceso por el cual una fracción de la energía de una luz incidente en un medio es desplazada en frecuencia por medio de las vibraciones moleculares. Este fenómeno puede verse estimulado cuando un haz de bombeo intenso se propaga en una fibra óptica y manifestarse de diferentes formas:

- El primer efecto a considerar del *SRS* es la generación *Raman* que describe cómo una señal de *Stokes* puede crecer a partir del scattering espontáneo producido en la fibra.
- La amplificación *Raman*, objeto fundamental de nuestro estudio, es la segunda manifestación importante y ocurre como sabemos cuando la energía del intenso bombeo se transfiere a una débil señal (en co- o contrapropagación) mediante el *SRS*.
- Finalmente, si el haz de bombeo es pulsante y contiene diversas componentes en frecuencia, podrá aparecer el conocido como **SRS intrapulso** que consiste en una cesión de energía desde las componentes de frecuen-

cia más alta a las componentes de frecuencia más baja del mismo pulso, produciendo un efecto no lineal denominado **autodesplazamiento en frecuencia**.

La teoría de la amplificación en fibras ópticas mediante *SRS* considerada hasta ahora supone que tanto los campos ópticos de bombeo como de las distintas señales que puedan propagarse conjuntamente están en la forma de ondas continuas CW. Pero esta situación no es lo habitual en la práctica. Aunque los bombeos sí son generalmente continuos, o se les puede considerar así, en los sistemas de comunicaciones ópticas, la señal interesa que aparezca como un tren de pulsos consistente en una secuencia aleatoria de bits de información en forma de 0 y 1. Afortunadamente, la teoría de CW es aplicable en estos sistemas si la potencia P_s de la señal se considera como potencia promedio por canal, dado que la respuesta *Raman* es lo suficientemente rápida para que la cadena completa de pulsos pueda amplificarse sin distorsión. De hecho, la descripción dinámica del proceso SRS en las fibras ópticas se simplifica considerablemente si la respuesta se considera instantánea. Esta suposición se justifica a causa del ancho espectro de ganancia que aparece en la Fig.1.13 y que implica una respuesta en tiempo que se amortigua casi totalmente antes de los $500 fs$. Sin embargo, para pulsos de señal más cortos

que 10 ps [89], ya se deberán incluir los efectos dispersivos y no lineales que empezarán a afectar a pulsos tan cortos en un amplificador *Raman*.

La situación se complica cuando el amplificador es bombeado con pulsos ópticos. A causa de la naturaleza dispersiva de las fibras de sílice, los pulsos de bombeo y señal viajarán con diferentes velocidades de grupo, v_{gp} y v_{gs} , respectivamente, debido a sus diferentes longitudes de onda. Así, si poseen una anchura inicial en tiempo de T_0 y aunque inicialmente se superpongan, se separarán después de una distancia típica de desacoplo L_W definida[14]:

$$L_W = \frac{T_0}{|v_{gp}^{-1} - v_{gs}^{-1}|} \quad (1.110)$$

La teoría CW puede seguir aún aplicándose en este caso para pulsos de bombeo relativamente anchos ($T_0 > 1\text{ ns}$) si la longitud de desacoplo L_W es superior a la longitud del tendido de fibra L_0 . Sin embargo, para pulsos de bombeo con los que se cumpla $L_W < L_0$, la amplificación *Raman* queda limitada por la condición de desacoplo inducido por las diferentes velocidades de grupo a distancias $z \approx L_W$. De la misma forma, las interacciones mutuas entre los pulsos de bombeo y de la señal deberán ser gobernadas por ecuaciones acopladas que incluyan los efectos de dispersión (*GVD*) y los efectos no lineales de automodulación de fase (*SPM*), modulación de fase cruzada(*XPM*) y los asociados con el *SRS* a través de la ganancia *Raman* (ganancia de señal y reducción de bombeo)[90].

En las líneas que siguen planteamos la deducción del sistema de ecuaciones acopladas con las que se describen los efectos dispersivos y no lineales que gobiernan la interacción bombeo-señal en el proceso de amplificación *Raman* en fibras ópticas monomodo al incluir el fenómeno *SRS* de forma unificada.

Para ello partimos de la ecuación (1.18) sobre la que analizaremos más aspectos que la mera producción de ganancia (ver sección 1.2.4). Ya hemos visto que la polarizabilidad de las moléculas de sílice en las fibras ópticas viene marcada en dos escalas temporales distintas. La primera es una escala de tiempo necesariamente instantánea que está asociada con la respuesta electrónica y lleva a una dependencia del índice de refracción con la intensidad. Este es el fenómeno conocido como no linealidad *Kerr*. La segunda escala de tiempo es la asociada a las vibraciones moleculares, que no puede considerarse instantánea debido al período de tiempo con el que las moléculas responden a la excitación del campo electromagnético. Además, las vibraciones moleculares pueden ocurrir espontáneamente a través, por ejemplo, de ruido térmico[91]. Es por ello por lo que generalizamos la expresión de la polarización total eléctrica inducida introducida en (1.19) de forma que:

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{P}^L(\mathbf{r}, t) + \underbrace{\mathbf{P}^K(\mathbf{r}, t) + \mathbf{P}^R(\mathbf{r}, t)}_{P^{NL}(\mathbf{r}, t)} + \mathbf{P}^N(\mathbf{r}, t) \quad (1.111)$$

en la que $\mathbf{P}(\mathbf{r}, t)$ tiene en cuenta la polarización lineal $\mathbf{P}^L(\mathbf{r}, t)$ dada en (1.21), las polarizaciones no lineales de tercer orden debidas al efecto *Kerr*, $\mathbf{P}^K(\mathbf{r}, t)$, y al efecto *Raman*, $\mathbf{P}^R(\mathbf{r}, t)$, y la polarización inducida por el ruido $\mathbf{P}^N(\mathbf{r}, t)$. Haciendo uso de las ecuaciones (1.15) y (1.27), cada componente del vector de la polarización total inducida será:

$$\begin{aligned}
 P_i(\mathbf{r}, t) = & \underbrace{\epsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} (\boldsymbol{\chi}^{(1)}(t-t') \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t'))_i dt'}_{P_i^L(\mathbf{r}, t)} + \\
 & + \underbrace{\epsilon_0 \frac{(1-f_R)\sigma}{6} (\delta_{ij}\delta_{kl} + \delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) E_j(\mathbf{r}, t) E_k(\mathbf{r}, t) E_l(\mathbf{r}, t)}_{P_i^K(\mathbf{r}, t)} + \\
 & + \underbrace{\epsilon_0 f_R \int_0^{\infty} \left[R_a(t') \delta_{ij}\delta_{kl} + \frac{f_R}{2} R_b(t') (\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) \right] E_j(\mathbf{r}, t-t') E_k(\mathbf{r}, t-t') E_l(\mathbf{r}, t) dt'}_{P_i^R(\mathbf{r}, t)}
 \end{aligned} \tag{1.112}$$

donde $E_i(\mathbf{r}, t)$ es la componente i del campo eléctrico. Explícitamente también en (1.112) hemos introducido la parte isótropa y anisótropa de la respuesta *Raman* que permiten modelizar mejor el perfil de la polarización no lineal en la interacción bombeo-señal. Por eso, como en la sección **1.2.4**, despreciando la birrefringencia de la fibra con este modelo escalar, suponemos un campo eléctrico polarizado linealmente a lo largo del eje x formado por dos haces pulsantes de variación temporal rápida, uno para el bombeo y otra para la señal. En esta aproximación cuasi-monocromática, suponiendo que el campo anti-*Stokes* no crece significativamente y con este estado de polarización

resulta útil escribir el campo como (1.52):

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} \hat{e}_x [E_p(\mathbf{r}, t) \exp(-i\omega_p t) + E_s(\mathbf{r}, t) \exp(-i\omega_s t) + c.c.] \quad (1.113)$$

Aquí \hat{e}_x representa el vector unitario de polarización y ω_j (con $j = p$ ó s) son las frecuencias portadoras de los pulsos. Por su parte $E_j(\mathbf{r}, t)$ son cada una de las respectivas envolventes complejas que se supone serán funciones que varían lentamente en el tiempo (aproximación *SVEA*) sobre la escala de $1/\omega_j$. Esta hipótesis es equivalente a asumir que $\Delta\omega_j \ll \omega_j$, donde $\Delta\omega_j$ es la anchura espectral de cada pulso, y resulta válida para pulsos con anchuras superiores a $0,1 ps$ [14].

La expresión para la componente lineal de la polarización se puede escribir de igual forma bajo los criterios de la misma aproximación:

$$\mathbf{P}^L(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} \hat{e}_x \left[\sum_{j=p,s} P_j^L(\mathbf{r}, t) \exp(-i\omega_j t) + c.c. \right] \quad (1.114)$$

y a partir de (1.21) sin más que sustituir:

$$P_j^L(\mathbf{r}, t) = \epsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} \chi_{xx}^{(1)}(t-t') E_j(\mathbf{r}, t') e^{-i\omega_j(t-t')} dt' \quad (1.115)$$

Para la polarización no lineal de tercer orden de forma completa en el dominio del tiempo necesitamos introducir la forma del campo (1.113) en el segundo y tercer sumando del término de la derecha de (1.112). En esta suposición de que el estado de polarización se mantiene, seleccionamos la

respuesta *Raman* según (1.26) y como resultado obtenemos¹²:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{P}^{NL}(\mathbf{r}, t) \simeq & \frac{1}{2} \hat{e}_x \left\{ \sum_{j \neq m} \frac{3\epsilon_0}{4} (1 - f_R) \chi_{xxxx}^{(3)} (|E_j(\mathbf{r}, t)|^2 + 2|E_m(\mathbf{r}, t)|^2) E_j(\mathbf{r}, t) e^{-i\omega_j t} + \right. \\
 & + \frac{3\epsilon_0}{4} f_R \chi_{xxxx}^{(3)} \left(E_j(\mathbf{r}, t) e^{-i\omega_j t} \int_{-\infty}^t h^R(t-t') [|E_j(\mathbf{r}, t')|^2 + |E_m(\mathbf{r}, t')|^2] dt' + \right. \\
 & \left. \left. 2E_m(\mathbf{r}, t) e^{-i\omega_m t} \int_{-\infty}^t h^R(t-t') E_j(\mathbf{r}, t') E_m^*(\mathbf{r}, t') e^{(\omega_j - \omega_m)(t-t')} dt' \right) + c.c. \right\}
 \end{aligned}
 \tag{1.116}$$

con $j, m = p, s$ y en la que de forma compacta introducimos $\chi_{xxxx}^{(3)}$ como susceptibilidad de tercer orden que incluye los términos *Kerr* y *Raman*. Aquí hemos despreciado también los términos armónicos de frecuencias dobles a las expresadas por su escasa relevancia dado que requieren condiciones de acoplamiento de fase que suponemos no se cumplen. De hecho en la práctica estas condiciones no se satisfacen generalmente a menos que se tomen valores determinados de inicio en las fases para su acoplo[26]. También aparece explícitamente la función de respuesta *Raman* $h^R(t-t')$ que ya caracterizamos.

La expresión anterior nos ha permitido descomponer la polarización no lineal en términos de las frecuencias de cada pulso incluyendo los efectos de automodulación de fase y modulación de fase cruzada además de los

¹²Las expresiones de la polarización *Kerr* y la polarización *Raman* en el dominio de la frecuencia para ondas continuas (CW) se han utilizado en la sección 1.2.4; algunos de los argumentos empleados allí son válidos en la deducción de esta polarización no lineal en el régimen pulsante.

correspondientes a la respuesta no lineal retardada *Raman*. La ventaja que presenta es que se puede simplificar bastante si admitimos pulsos que excedan en su anchura temporal el valor de 1 ps . En este caso, las amplitudes de las envolventes que componen el campo eléctrico total que se propaga por la fibra varían lentamente sobre la escala temporal típica de la función respuesta *Raman*. Esto hace que podamos extraer de las integrales en (1.116) las expresiones de $E_j(\mathbf{r}, t)$ y la polarización no lineal se podría poner entonces como:

$$\mathbf{P}^{NL}(\mathbf{r}, t) \simeq \frac{1}{2} \hat{e}_x \{ P_p^{NL}(\mathbf{r}, t) e^{-\omega_p t} + P_s^{NL}(\mathbf{r}, t) e^{-\omega_s t} + c.c. \} \quad (1.117)$$

en la que cada parte que compone la polarización no lineal tiene la forma:

$$\begin{aligned} P_j^{NL}(\mathbf{r}, t) = & \frac{3\epsilon_0}{4} \chi_{xxxx}^{(3)} \left[|E_j(\mathbf{r}, t)|^2 + (2 - f_R) |E_m(\mathbf{r}, t)|^2 + \right. \\ & \left. + f_R |E_m(\mathbf{r}, t)|^2 \widetilde{h}^R(\pm\Omega_R) e^{-i(\omega_m - \omega_j)t} \right] \cdot E_j(\mathbf{r}, t) \end{aligned} \quad (1.118)$$

La transformada de *Fourier* de la función respuesta $\widetilde{h}^R(\pm\Omega_R)$ aparece en términos de la diferencia de frecuencias entre los pulsos de señal y bombeo (*Raman shift*), con el signo positivo para la ecuación de la señal y el negativo para la ecuación correspondiente al bombeo. Podemos definir un **parámetro dieléctrico no lineal** que será luego de utilidad a partir de:

$$P_j^{NL}(\mathbf{r}, t) = \epsilon_0 \epsilon_j^{NL} E_j(\mathbf{r}, t), \quad (1.119)$$

sin más que identificar:

$$\epsilon_j^{NL} = \frac{3}{4}\chi_{xxxx}^{(3)} \left(|E_j(\mathbf{r}, t)|^2 + (2-f_R)|E_m(\mathbf{r}, t)|^2 + f_R|E_m(\mathbf{r}, t)|^2 \widetilde{h}^R(\pm\Omega_R) e^{-i(\omega_m - \omega_j)t} \right) \quad (1.120)$$

Con el fin de obtener las ecuaciones de onda para las amplitudes que varían lentamente $E_j(\mathbf{r}, t)$, es conveniente trabajar en el dominio de la frecuencia como hicimos en (1.54). Esto en general tiene la dificultad del tipo de dependencia que presenta con el tiempo, aun con las hipótesis establecidas, el parámetro dieléctrico no lineal ϵ_j^{NL} . En una aproximación bien sencilla podríamos considerarlo una auténtica constante, justificada por dos motivos:

- En primer lugar por la aproximación de envolventes de pulso de variación lenta que estamos siguiendo.
- Y en segundo término por la naturaleza perturbativa que podemos suponer a los efectos no lineales sobre la polarización lineal, justificado porque los cambios introducidos por estos en el índice de refracción son menores a 10^{-6} en la práctica[14].

Esto nos lleva a considerar para ϵ_j^{NL} la siguiente expresión reducida:

$$\epsilon_j^{NL} = \frac{3}{4}\chi_{xxxx}^{(3)} \left(|E_j(\mathbf{r}, t)|^2 + (2 - f_R)|E_m(\mathbf{r}, t)|^2 + f_R|E_m(\mathbf{r}, t)|^2 \widetilde{h}^R(\pm\Omega_R) \right) \quad (1.121)$$

Por supuesto, aplicando la técnica de la transformada de *Fourier* nuevamente sobre la ecuación (1.20) en la que introducimos las expresiones anteriores del campo eléctrico y de las distintas contribuciones a la polarización, se satisface la conocida ecuación de *Helmholtz*:

$$\nabla^2 \widetilde{\mathbf{E}}_j(\omega, t) + \epsilon_j(\omega) k_{0j}^2 \widetilde{\mathbf{E}}_j(\omega, t) = 0, \quad (1.122)$$

$k_{0j} = \frac{\omega_j}{c}$ y la permitividad eléctrica parcial para cada pulso dependiente de la frecuencia:

$$\epsilon_j(\omega) = 1 + \widetilde{\chi}_{xx}^{(1)}(\omega) + \epsilon_j^{NL}(\omega) \quad (1.123)$$

que incluye tanto la contribución lineal como la no lineal.

Para la solución de la ecuación (1.122) admitimos que en esta aproximación perturbativa los efectos no lineales no afectan a los modos de propagación en la fibra, con lo que podemos factorizar la expresión de las componentes de bombeo y señal del campo eléctrico en el dominio de la frecuencia, utilizando coordenadas cilíndricas por la geometría obvia del problema (ver ecuación (1.49) para el caso de ondas CW):

$$\widetilde{E}_j(\mathbf{r}, \omega - \omega_j) = \mathcal{H}_j(r, \theta) \widetilde{A}_j(z, \omega - \omega_j) e^{i\beta_{0j}z} \quad (1.124)$$

en la que $\widetilde{A}_j(z, \omega - \omega_j)$ es la transformada de *Fourier* de la función de variación lenta para la amplitud de cada campo $j = p, s$, y β_{0j} es la constante de propagación. Al introducir (1.124) en (1.122), separamos la

dependencia transversal de la longitudinal y llegamos en esta aproximación¹³

a las ecuaciones:

$$\nabla_{(r,\theta)}^2 \mathcal{H}_j(r, \theta) + \left(\epsilon_j(\omega) k_{0j}^2 - \tilde{\beta}_j^2 \right) \mathcal{H}_j(r, \theta) = 0 \quad (1.125)$$

$$2i\beta_{0j} \frac{\partial \tilde{A}_j(z, \omega)}{\partial z} + \left(\tilde{\beta}_j^2 - \beta_{0j}^2 \right) \tilde{A}_j(z, \omega) = 0 \quad (1.126)$$

Cada número de onda $\tilde{\beta}_j$ se determina resolviendo la ecuación de autovalores (1.125) que proporciona los modos transversales de propagación.

De la relación entre la constante dieléctrica y el índice de refracción, incluyendo su parte imaginaria, tendríamos[72]:

$$\epsilon_j(\omega) = \epsilon_j^L(\omega) + \epsilon_j^{NL}(\omega) = \left(n_j + i \frac{\alpha_j(\omega)c}{2\omega_j} \right)^2 \quad (1.127)$$

en la que aparece la constante de pérdidas $\alpha_j(\omega)$. Al hacer uso de las partes lineal y no lineal que identificamos en la permitividad eléctrica a través de (1.123) quedaría:

$$\epsilon_j(\omega) = 1 + \tilde{\chi}_{xx}^{(1)}(\omega) + \frac{3}{4} \tilde{\chi}_{xxxx}^{(3)} \left(|E_j(\mathbf{r}, t)|^2 + (2 - f_R) |E_m(\mathbf{r}, t)|^2 + f_R |E_m(\mathbf{r}, t)|^2 \tilde{h}^R(\pm\Omega_R) \right) \quad (1.128)$$

Por la contribución no lineal admitimos una variación en la constante dieléctrica del medio en la fibra que se asocia a un cambio en el índice de

¹³Dado que suponemos que la amplitud longitudinal del pulso $\tilde{A}_j(z, t)$ es una envolvente de variación lenta (aproximación *SVEA*), despreciamos la segunda derivada $\frac{\partial^2 \tilde{A}_j}{\partial z^2} \ll 2i\beta_{0j} \frac{\partial \tilde{A}_j}{\partial z}$.

refracción para cada pulso, que en un tratamiento perturbativo de primer orden podemos poner como:

$$\epsilon_j = (n_{0j} + \Delta n_j)^2 \simeq 2n_{0j}\Delta n_j \quad (1.129)$$

n_{0j} representa la parte real del índice de refracción para el pulso j en la que sólo se tiene en cuenta la parte lineal de la susceptibilidad eléctrica[26]; el término Δn_j recoge tanto la parte imaginaria del propio índice de refracción como la variación en forma perturbativa del mismo a causa de la contribución no lineal. Precisamente, separando las partes real e imaginaria podemos poner en esta aproximación:

$$\begin{aligned} \Delta n_j = & \frac{3}{8n_{0j}} \chi_{xxxx}^{(3)} \left(|E_j(\mathbf{r}, t)|^2 + (2 - f_R) |E_m(\mathbf{r}, t)|^2 + \right. \\ & \left. + f_R |E_m(\mathbf{r}, t)|^2 \widetilde{h^R}(\pm\Omega_R) \right) + \frac{i}{2n_{0j}} \mathcal{I}m \left[\widetilde{\chi_{xx}^{(1)}}(\omega) \right] \end{aligned} \quad (1.130)$$

Para una fibra monomodo, la función de los modos transversales corresponde al modo fundamental HE_{11} [5]. Si introducimos ahora los efectos de Δn_j , en primer orden de teoría de perturbaciones no se verá afectada la distribución modal transversal $\mathcal{H}_j(r, \theta)$. De esta forma, las constantes de propagación que actúan como autovalores de la ecuación (1.126), al tener en cuenta la variación en primer orden del índice de refracción, satisfarán:

$$\widetilde{\beta}_j(\omega) = \beta_j(\omega) + \Delta\beta_j \quad (1.131)$$

en la que $\Delta\beta_j$ se obtiene al promediar por las funciones de modo transversal los efectos del incremento del índice de refracción[14]:

$$\Delta\beta_j = \frac{\omega_j \int_0^{2\pi} \int_0^{+\infty} r \Delta n_j |\mathcal{H}_j(r, \theta)|^2 dr d\theta}{c \int_0^{2\pi} \int_0^{+\infty} r |\mathcal{H}_j(r, \theta)|^2 dr d\theta \int_0^{2\pi} \int_0^{+\infty} r |\mathcal{H}_j(r, \theta)|^2 dr d\theta} \quad (1.132)$$

Si en esta ecuación sustituimos (1.130) se tiene en términos de las amplitudes de los pulsos:

$$\begin{aligned} \Delta\beta_j = & \frac{3\omega_j}{8n_j c} \chi_{xxxx}^{(3)} \left(|\Psi_{j,j}| |A_j|^2 + (2 - f_R) |\Psi_{j,m}| |A_m|^2 \right) + \\ & + \frac{3\omega_j}{8n_j c} \chi_{xxxx}^{(3)} f_R \mathcal{I}m \left[\widetilde{h}^R(\pm\Omega_R) \right] |\Psi_{j,m}| |A_m|^2 + i \frac{\alpha_j(\omega)}{2} \end{aligned} \quad (1.133)$$

En esta deducción se ha tenido en cuenta que utilizaremos valores de frecuencias de ω_j tales que el pico de ganancia máximo localizado que se consigue por SRS con una diferencia entre ellas dada por $\pm\Omega_R$ (*Raman shift*) hace nula la parte real de $\widetilde{h}^R(\Omega_R)$ (ver Fig.1.11), mientras que es la parte imaginaria la que aparece y la que finalmente proporciona la ganancia *Raman*. De hecho $\mathcal{I}m[\omega]$ es una función impar, como ya vimos en la sección **1.2.3**, de manera que $\mathcal{I}m[\Omega_R] = -\mathcal{I}m[-\Omega_R]$.

De la misma forma en (1.133) se han vuelto a identificar como en (1.71) las integrales de solapamiento que se relacionan con el área efectiva donde se produce la interacción entre los pulsos de la señal y el bombeo:

$$\Psi_{j,m} = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{+\infty} r |\mathcal{H}_j(r, \theta)|^2 |\mathcal{H}_m(r, \theta)|^2 dr d\theta}{\int_0^{2\pi} \int_0^{+\infty} r |\mathcal{H}_j(r, \theta)|^2 dr d\theta \int_0^{2\pi} \int_0^{+\infty} r |\mathcal{H}_m(r, \theta)|^2 dr d\theta} \quad (1.134)$$

y que proporcionan información sobre el grado de acoplo entre los modos que se pueden propagar en la fibra. La diferencia entre ellas puede ser significativa si las ondas se propagan en modos distintos. Pero en el caso de fibras monomodo, la diferencia entre las integrales de solapamiento $\Psi_{p,p}$, $\Psi_{p,s}$ y $\Psi_{s,s}$ apenas si es importante, habida cuenta del tipo de dependencia que con la frecuencia tienen las funciones de distribución modal transversal $\mathcal{H}_j(r, \theta)$, y en la práctica podemos despreciarla[5].

Así pues la variación del número de onda quedaría:

$$\Delta\beta_j = \gamma_j \left(|A_j|^2 + (2 - f_R) |A_m|^2 \right) + \gamma_j f_R \mathcal{I}m \left[\widetilde{h}_R(\pm\Omega_R) \right] |A_m|^2 + i \frac{\alpha_j(\omega)}{2} \quad (1.135)$$

donde recordamos la definición del coeficiente de no linealidad real introducido en la sección **1.2.4** cuyo valor es:

$$\gamma_j = \frac{\omega_j \eta_j}{c A_{eff}} \quad (1.136)$$

en la que aparece $\eta_j = \frac{3}{8n_j} \mathcal{R}e \left[\chi_{xxxx}^{(3)} \right]$ relacionado con el índice de refracción no lineal de la fibra n_2 y el área efectiva del núcleo de la fibra $A_{eff} = 1/\Psi_{11}$ que suponemos la misma para los dos pulsos ópticos.

Si volvemos a la ecuación (1.126) para la amplitud de los pulsos podemos también aproximar bajo la misma suposición perturbativa la cantidad $\widetilde{\beta}_j^2 - \beta_{0j}^2$

por $2\beta_{0j}(\tilde{\beta}_j - \beta_{0j})$ de manera que la ecuación se presentaría como:

$$\frac{\partial \tilde{A}_j(z, \omega)}{\partial z} - i(\beta_j(\omega) - \beta_{0j} + \Delta\beta_j)\tilde{A}_j(z, \omega) = 0 \quad (1.137)$$

Para su solución es adecuado realizar un desarrollo en serie de potencias de la constante de propagación $\beta_j(\omega)$ en torno a la frecuencia propia de cada pulso ω_j :

$$\beta_j(\omega) = \beta_{0j} + \sum_{k=1}^n \frac{1}{k!} \beta_{kj} (\omega - \omega_j)^k + \Theta(\omega_j^{n+1}) \quad (1.138)$$

donde identificamos:

$$\beta_{kj} = \left(\frac{d^k \beta_j}{d\omega} \right)_{\omega=\omega_j} \quad (k = 1, 2, \dots) \quad (1.139)$$

En el caso que nos ocupa despreciaremos los términos de orden cúbico y superiores, habida cuenta de la restricción de pequeña anchura espectral $\Delta\omega_j \ll \omega_j$ que tendremos en esta situación y que la justifica plenamente. Por supuesto esta suposición está en acuerdo con la aproximación cuasi-monocromática que estamos siguiendo. Luego si en (1.137) sustituimos el desarrollo anterior hasta segundo orden:

$$\beta_j(\omega) \simeq \beta_{0j} + \beta_{1j}(\omega - \omega_j) + \beta_{2j}(\omega - \omega_j)^2 \quad (1.140)$$

y utilizamos la transformada inversa de *Fourier* para volver al dominio del tiempo, nos quedará la ecuación en derivadas parciales:

$$\frac{\partial A_j(z, t)}{\partial z} + \beta_{1j} \frac{\partial A_j(z, t)}{\partial t} + \frac{i}{2} \beta_{2j} \frac{\partial^2 A_j(z, t)}{\partial t^2} = i\Delta\beta_j A_j(z, t) \quad (1.141)$$

Finalmente sustituimos la expresión para la variación perturbativa de la constante de propagación que incluye los efectos de las pérdidas y la no linealidad según (1.135). Por tanto, podemos obtener el siguiente par de ecuaciones no lineales acopladas para las amplitudes de lenta variación en el tiempo de los dos haces pulsantes de bombeo y señal en la fibra monomodo:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial A_s(z, t)}{\partial z} + \beta_{1s} \frac{\partial A_s(z, t)}{\partial t} + \frac{i}{2} \beta_{2s} \frac{\partial^2 A_s(z, t)}{\partial t^2} + \frac{\alpha_s(\omega)}{2} A_s(z, t) = \\ & = i\gamma_s \left(|A_s(z, t)|^2 + (2 - f_R) |A_p(z, t)|^2 \right) A_s(z, t) + \frac{g_s(\Omega_R)}{2} |A_p(z, t)|^2 A_s(z, t) \end{aligned} \quad (1.142)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial A_p(z, t)}{\partial z} + \beta_{1p} \frac{\partial A_p(z, t)}{\partial t} + \frac{i}{2} \beta_{2p} \frac{\partial^2 A_p(z, t)}{\partial t^2} + \frac{\alpha_p(\omega)}{2} A_p(z, t) = \\ & = i\gamma_p \left(|A_p(z, t)|^2 + (2 - f_R) |A_s(z, t)|^2 \right) A_p(z, t) - \frac{g_p(\Omega_R)}{2} |A_s(z, t)|^2 A_p(z, t) \end{aligned} \quad (1.143)$$

y que describen de forma unificada el proceso de SRS con el que se suministra ganancia en este régimen del primero a la segunda. Hemos identificado el coeficiente de ganancia según (1.74) y teniendo en cuenta las propiedades del espectro *Raman* en las fibras:

$$g_j(\Omega_R) = 2\gamma_j f_R |\widetilde{h}_R(\Omega_R)| \quad (1.144)$$

con $j = p, s$ para bombeo y señal, respectivamente. La relación entre ambos coeficientes está dada en función de sus frecuencias o sus longitudes de onda

según interese, de forma que:

$$g_s = \frac{\omega_s}{\omega_p} g_p = \frac{\lambda_p}{\lambda_s} g_p \quad (1.145)$$

Los distintos términos en las ecuaciones (1.142) y (1.143) tienen el siguiente sentido físico:

- El primer sumando del término de la izquierda describe cómo la envolvente cambia con la distancia.
- Los dos siguientes sumandos representan los efectos de la velocidad de grupo y de su **dispersión**, (GVD), gobernados por los parámetros β_{1j} y β_{2j} , respectivamente.
- El último sumando, precedido por el parámetro α_j , da cuenta de las **pérdidas** en la fibra a la frecuencia del pulso correspondiente.
- Los dos primeros términos del lado derecho de cada ecuación incluyen la contribución *Kerr*, de carácter electrónico, dan cuenta de la **automodulación de fase** (SPM) y de la **modulación cruzada de fase** (XPM), respectivamente, gobernados por el parámetro no lineal γ_j .
- El último término de la derecha es el responsable del efecto de la **amplificación** de la señal y la reducción del bombeo, en su caso, a

partir del efecto de scattering *Raman* estimulado (**SRS**). Como hemos visto, también viene regido por el parámetro no lineal y depende de la respuesta *Raman* del material de sílice del núcleo de la fibra.

Definimos a continuación el **parámetro de desacoplo en la velocidad de grupo**:

$$d = \beta_{1p} - \beta_{1s} = \frac{1}{v_{gp}} - \frac{1}{v_{gs}}, \quad (1.146)$$

cuyo valor en las fibras monomodo está en el rango $2 - 6 \text{ ps/m}$ [92], con pulsos con longitudes de onda típicas de $\lambda_p = 1450 \text{ nm}$ y $\lambda_s = 1550 \text{ nm}$. Si introducimos un cambio de variable que nos permita seguir la evolución de las envolventes de cada pulso en un sistema de referencia comóvil con el pulso señal, como el que sigue:

$$T = t - \frac{z}{v_{gs}}, \quad (1.147)$$

las ecuaciones (1.142) y (1.143) se reescribirán:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_s}{\partial z} + \frac{i}{2}\beta_{2s} \frac{\partial^2 A_s}{\partial T^2} + \frac{\alpha_s}{2}A_s = \\ = i\gamma_s \left(|A_s|^2 + (2 - f_R)|A_p|^2 \right) A_s + \frac{g_s}{2}|A_p|^2 A_s \end{aligned} \quad (1.148)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_p}{\partial z} + d \frac{\partial A_p}{\partial T} + \frac{i}{2}\beta_{2p} \frac{\partial^2 A_p}{\partial T^2} + \frac{\alpha_p}{2}A_p = \\ = i\gamma_p \left(|A_p|^2 + (2 - f_R)|A_s|^2 \right) A_p - \frac{g_p}{2}|A_s|^2 A_p \end{aligned} \quad (1.149)$$

Al igual que ocurre con los coeficientes de ganancia *Raman* en la ecuación (1.145), los parámetros de dispersión en la velocidad de grupo β_{2j} y los de no

linealidad son ligeramente diferentes para los pulsos de bombeo y de señal a causa de sus diferentes longitudes de onda. De esta manera:

$$\beta_{2s} = \frac{\lambda_p}{\lambda_s} \beta_{2p} \quad \gamma_s = \frac{\lambda_p}{\lambda_s} \gamma_p \quad (1.150)$$

Como podemos comprobar, las ecuaciones (1.148) y (1.149) se reducen a las conocidas ecuaciones (1.83) y (1.84), que describen el proceso de amplificación *Raman* de haces ópticos en régimen de CW, cuando los efectos dispersivos y no lineales se desprecian y las potencias de bombeo y señal se identifican con el módulo de la envolvente al cuadrado $P_j = |A_j|^2$ ($j = p, s$).

Para su tratamiento también conviene introducir cinco escalas de longitud cuyo distinto valor determina la importancia física relativa de los términos que en ellas aparecen. Para pulsos de bombeo de anchura temporal T_{0p} y un pico de potencia P_0 se definen:

- La **longitud de dispersión** $L_D = \frac{T_{0p}}{\beta_{2p}}$, nos proporciona la escala de longitud en la que los efectos de la dispersión en la velocidad de grupo tienen relevancia.
- La **longitud de desacoplo bombeo-señal** $L_W = \frac{T_{0p}}{|d|}$, de la que ya hablamos en (4.9), que presta información sobre la distancia a la que el acoplo entre los pulsos de bombeo y señal y, por tanto, la transferencia de energía vía *SRS*, deja de ser efectiva.

- La **longitud no lineal** $L_{NL} = \frac{1}{\gamma_p P_0}$, nos indica la escala de distancia a partir de la cual los efectos de no linealidad, tanto automodulación de fase *SPM* como modulación de fase cruzada *XPM* empiezan a cobrar importancia.
- La **longitud de ganancia Raman** $L_G = \frac{1}{g_p P_0}$, que establece la escala en la que los efectos de ganancia *Raman* por scattering estimulado comienzan a ser importantes.
- Las **longitudes de atenuación** $L_{at(p)} = \frac{1}{\alpha_p}$; $L_{at(s)} = \frac{1}{\alpha_s}$, que como resulta obvio nos proporcionan las escalas de distancia a partir de las cuales comienzan a dejarse sentir de manera importante los efectos de atenuación en la fibra para los pulsos bombeo y señal de *Stokes*, amplificado por la ganancia *Raman*.

El análisis del problema completo descrito por (1.148) y (1.149) es, por lo tanto, multiparamétrico y su solución exige la determinación de las condiciones de propagación más idóneas para la consecución del objetivo final en el campo de las comunicaciones ópticas. Este no es otro que el de la transmisión con la mayor calidad posible de la información codificada en señales ópticas que circulan por la fibra a grandes distancias. De las distancias típicas identificadas en nuestro problema, será la más corta la que

tenga el papel dominante y el efecto asociado será el que se muestre con más intensidad. En el cuadro **1.1** podemos ver algunos valores interesantes de estas longitudes para pulsos de bombeo tan grandes como $T_{0p} > 1 ns$ y con potencias del orden de $0,1 W$. En ese caso los efectos dispersivos son generalmente despreciables y, con la potencia adecuada, el efecto de la ganancia se deja sentir en longitudes cercanas a los $5 Km$, compensándose perfectamente el efecto que puedan ocasionar las pérdidas a esa distancia.

1.4. Amplificación *Raman* con bombeo CW

Si consideramos tanto para bombeo como para la señal pulsos suficientemente anchos, los términos asociados a la segunda derivada en el tiempo y que controlan el efecto de *GVD* se pueden despreciar haciendo $\beta_{2p} = \beta_{2s} = 0$. En ese caso la ecuación (1.149) contendrían sólo el término no lineal de *SPM* admitiendo que la reducción por bombeo es inexistente $g_p = 0$ y que por tanto $|A_s|^2 \ll |A_p|^2$. La solución para el bombeo sería[93]:

$$A_p(z, T) = A_p(0, T + zd) \exp \left[(i\gamma_p |A_p(0, T)|^2 - \alpha_p/2) z \right] \quad (1.151)$$

Escalas de longitud en el proceso de amplificación <i>Raman</i>				
GVD De dispersión $L_D = \frac{T_{0p}}{\beta_{2p}}$	$v_{gs} \neq v_{gp}$ De desacoplo $L_W = \frac{T_{0p}}{ d }$	SPM y XPM No lineal $L_{NL} = \frac{1}{\gamma_p P_0}$	SRS Ganancia <i>Raman</i> $L_G = \frac{1}{g_p P_0}$	α_s y α_p Atenuación $L_{at(p)} = \frac{1}{\alpha_p}; L_{at(s)} = \frac{1}{\alpha_s}$
Para pulsos de bombeo con $T_{0p} > 1 ns$ y $P_0 \sim 0,1 W$				
$L_D \sim 5000 Km$	$L_W \sim 1 Km$	$L_{NL} \sim 5 Km$	$L_G \sim 5 Km$	$L_{at} > 200 Km$

Cuadro 1.1: Diferentes escalas de longitud en el proceso de amplificación *Raman* útiles en comunicaciones ópticas.

Se suprime por la misma razón la automodulación de fase en la señal y su solución estará dada por:

$$A_s(z, T) = A_s(0, T) \exp \left[((2 - f_R) i \gamma_s + g_s/2 - \alpha_s/2) \int_0^z |A_p(0, T - z'd)|^2 dz' \right] \quad (1.152)$$

Esta solución nos indicaría que el pulso bombeo no experimentaría variación en su forma inicial salvo la debida lógicamente a la disminución producida por las pérdidas en la fibra. Ahora bien, la automodulación de fase impondría sobre el pulso bombeo un cambio en su fase que haría ensancharse su espectro de frecuencias. El pulso señal, sin embargo, cambia tanto en forma como en su espectro siempre que tengamos en cuenta el acoplo entre los pulsos dado por la distancia L_W . A causa de ello se observa que ambos tipos de cambios dependerán de la forma temporal inicial del pulso bombeo, de manera que el pulso señal se comprime inicialmente, alcanza un mínimo de anchura para luego volverse a ensanchar y amplificarse mediante el mecanismo de *SRS*, comportamiento que se repite aunque se tenga en cuenta la reducción del bombeo en su cesión de energía a la señal[14].

Con la solución analítica (1.152) se puede obtener tanto la forma como el espectro del pulso señal en las etapas iniciales de la amplificación *Raman*. La evolución espectral viene controlada por la modulación de fase cruzada que produce la variación correspondiente en la fase. Si la propagación se

produce en fibras para las que la longitud de onda de la señal esté el régimen de dispersión normal ($\beta_2 > 0$), su velocidad será más alta que la del pulso bombeo. Como resultado, la variación de la fase del pulso señal se produce principalmente cerca de la cola temporal del pulso, mientras que ocurre lo contrario en el régimen de dispersión anómalo ($\beta_2 < 0$).

El incremento de la tasa de información B en el canal de la señal¹⁴ exige la reducción de la anchura de los pulsos de la señal. En ese caso los efectos de dispersión (GVD) sobre ellos no pueden ser ignorados. De la misma manera, el deseo de conseguir transmisiones a larga distancia hace que introduzcamos mayores potencias de pico a los pulsos de la señal para conseguir que la atenuación tarde más en absorber la potencia de los mismos, y así podamos espaciar más la situación de los fotodetectores, que son los que registran la información en un sistema de comunicaciones ópticas. Lógicamente, a mayor potencia, mayores serán los efectos no lineales que sufrirán los pulsos de señal en su propagación.

Para adaptar esta situación general al caso que nos interesa, tomamos como aproximación la de considerar una anchura suficientemente grande a los pulsos

¹⁴La tasa de información en un canal óptico pulsado se define como la cantidad pulsos (bits) que son ocupados en la unidad de tiempo y es inversamente proporcional a la anchura temporal de los mismos $B \sim \frac{1}{T_{0s}}$.

de bombeo ($T_{0p} > 10ns$) de manera que pueda ser tratado como una onda CW pura [14]. En ese caso, plantearíamos un sistema de amplificación en el que:

- Los efectos de desacoplo asociados a L_W son despreciables habida cuenta que en promedio, en el haz de bombeo, tendremos pulsos de luz superpuestos a los de la señal a lo largo de la propagación de esta última.
- También los efectos de modulación de fase cruzada *XPM* que introducirá el bombeo sobre la señal pueden promediarse y se entenderían como un desplazamiento de fase constante a todos los pulsos de la señal[29].
- La reducción en la potencia de bombeo durante la transferencia energética a la señal por *SRS* es causado por la potencia señal promedio en cada punto de la fibra.

Así pues las ecuaciones (1.148) y (1.149) se transformarían para proporcionar una descripción de la evolución de un pulso señal, en un sistema de referencia comóvil con la velocidad de grupo del mismo, en una fibra óptica que se amplifica por efecto del scattering *Raman* estimulado *SRS* bajo el esquema

apuntado de un bombeo CW en copropagación:

$$\frac{dP_p}{dz} + \left(\alpha_p + \frac{\lambda_s}{\lambda_p} g_R^{eff}(\Omega_R) |A_s(z)|_{prom}^2 \right) P_p = 0 \quad (1.153)$$

$$\frac{\partial A_s}{\partial z} + \frac{i}{2} \beta_{2s} \frac{\partial^2 A_s}{\partial T^2} + \frac{\alpha_s}{2} A_s = i\gamma_s \left(|A_s|^2 + (2 - f_R) P_p(z) \right) A_s + \frac{g_R^{eff}(\Omega_R)}{2} P_p(z) A_s, \quad (1.154)$$

donde explícitamente se ha utilizado $P_p = |A_p|^2$ para la potencia de bombeo.

Si el esquema fuera de contrapropagación, bastaría modificar (1.153) con los cambios de signo oportunos (ver sección **1.2.6**).

La solución de (1.153) en esta aproximación se podría poner:

$$P_p = P_p(0) \exp \left[-\alpha_p z - \frac{\lambda_s}{\lambda_p} g_R^{eff}(\Omega_R) \int_0^z |A_s(\xi)|_{prom}^2 d\xi \right] \quad (1.155)$$

considerando el uso de una potencia para la señal promediada en la forma:

$$|A_s(z)|_{prom}^2 = \frac{1}{T_0} \int_{-\infty}^{\infty} |A_s(z, \tau)|^2 d\tau \quad (1.156)$$

siendo T_0 la anchura temporal de cada pulso señal a la entrada de la fibra en $z = 0$.

Así pues nos proponemos analizar un sistema de comunicación óptica con amplificación distribuida basada en el SRS , cuya descripción escalar viene dada por una ecuación de propagación no lineal que incluye el correspondiente término de ganancia. Sobre la envolvente de un campo eléctrico de variación lenta (en el régimen de los picosegundos de duración $T_0 \sim 1 - 10 ps$) presenta

la siguiente expresión en copropagación:

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial A_s}{\partial z} + \frac{i}{2}\beta_{2s}\frac{\partial^2 A_s}{\partial T^2} + \frac{\alpha_s}{2}A_s = \\
 & = i\gamma_s\left(|A_s|^2 + (2 - f_R)P_p(0)\exp\left[-\alpha_p z - \frac{\lambda_s}{\lambda_p}g_R^{eff}(\Omega_R)\int_0^z |A_s(\xi)|_{prom}^2 d\xi\right]\right)A_s + \\
 & + \frac{g_R^{eff}(\Omega_R)}{2}P_p(0)\exp\left[-\alpha_p z - \frac{\lambda_s}{\lambda_p}g_R^{eff}(\Omega_R)\int_0^z |A_s(\xi)|_{prom}^2 d\xi\right]A_s
 \end{aligned}
 \tag{1.157}$$

Cuando la longitud de la fibra es comparable a la longitud de dispersión L_D , y además se utilizan potencias de pico para la señal P_{0s} que hagan importantes los efectos no lineales, todos ellos han de ser tenidos en cuenta en (1.157) y no pueden ser descritos analíticamente. Es por tanto necesario recurrir a soluciones de tipo numérico para comprender el proceso de amplificación *Raman*. En el caso del dominio de dispersión anómalo ($\beta_{2s} < 0$), se puede conseguir para el canal de la señal, con la adecuada elección de los parámetros de propagación, la permanencia de los pulsos de tipo solitón[37] conjugando los efectos dispersivos y no lineales. De esta forma este tipo de pulsos se convierten en excelentes soportes con los que codificar la información y así poder enviarla a distancias importantes sin excesiva degradación en su calidad. En el capítulo próximo desarrollaremos un nuevo modelo escalar para determinar los parámetros óptimos de propagación de los pulsos en el canal señal. Emplearemos el *Método de los Momentos*, basado en el análisis de la evolución de los parámetros principales del pulso. Sus resultados serán

cotejados con los obtenidos aplicando la técnica habitual para la descripción de la propagación de pulsos en fibras que utiliza el método contrastado del Split-Step *Fourier SSFM*[14]. De su comparación podremos concluir la validez del modelo propuesto.

Capítulo 2

Modelo escalar de amplificación

Raman distribuida en fibras

ópticas

En este capítulo vamos a tratar de la aproximación escalar que se utiliza para representar cómo la información codificada en formato de trenes de pulsos ópticos se propaga a través de las fibras y las pérdidas serán compensadas mediante el efecto del Scattering Raman Estimulado. Nuestro estudio se centra en la forma en la que los pulsos evolucionan durante su transmisión por los tendidos de fibra sometidos a la dispersión de la misma, los efectos no lineales y las pérdidas, que se compensarán de forma distribuida a lo largo de todo el recorrido. Es precisamente la compensación entre la dispersión y no linealidad la característica que hace de los solitones candidatos más que serios y contrastados para sistemas de información óptica de alta capacidad. Para ello es necesario contrarrestar las pérdidas de energía que los pulsos experimentan durante la propagación a largas distancias. Nosotros proponemos un nuevo modelo de amplificación en esta aproximación escalar basado en la descripción de la propagación de solitones en régimen de ganancia Raman mediante el Método de los Momentos, con el que encontramos qué condiciones iniciales son las adecuadas para inyectar este tipo de pulsos al comienzo de la fibra. Se asegura así la propagación correcta de los mismos y, por consiguiente, la calidad de la transmisión de la información.

Comparada con las ondas de radio o las microondas, las altas frecuencias de la luz hacen que esta pueda transportar cientos de miles de veces más información por unidad de tiempo con el uso de la adecuada modulación. Sin embargo, dado que las ondas luminosas tienen longitudes de onda del orden de $1 \mu m$, significativamente más corta que la de las microondas por ejemplo, pueden provocar varios problemas cuando se propaga en un medio sobre distancias que sean de interés tecnológico en el campo de las telecomunicaciones. Afortunadamente, las fibras ópticas, que pueden guiar las ondas de luz por reflexión interna, son en la actualidad fabricadas con bajos niveles de pérdidas producidas principalmente por el scattering *Rayleigh* y las absorciones resonantes moleculares en el rango de $1300 - 1700 nm$. Como vimos en el capítulo anterior, las fibras presentan un mínimo de pérdidas en

la zona de 1550 nm (alrededor de $0,2\text{ dB/km}$). De hecho la mayoría de los sistemas de comunicaciones ópticas por fibra operan cerca de esta longitud de onda para minimizar el impacto de esas pérdidas. De esta forma, la luz puede propagarse decenas de kilómetros en este rango de longitudes de onda antes de que se muestren los claros signos de una pérdida de energía[2]. Aún así, es inevitable que la señal óptica llega a atenuarse en un factor 100 en un enlace de sólo 100 km . Dado que los sistemas de comunicaciones de larga distancia se extienden a longitudes del orden de miles de kilómetros, resulta evidente que las pérdidas de la fibra deben ser compensadas periódicamente para devolver la potencia de la señal óptica a sus valores de origen.

2.1. Amplificación óptica segmentada y distribuida. Formatos de comunicación óptica

Durante la década de los 80's y parte de los 90's la regeneración de la señal óptica con interés en comunicaciones corría a cargo de repetidores electroópticos. En ellos una señal óptica que transportaba la información era en primer lugar convertida al dominio eléctrico (usando un receptor óptico),

para después amplificarse y finalmente inyectarse de nuevo al tendido de fibra mediante un transmisor óptico. Esta técnica llegó a convertirse en engorrosa y cara, sobre todo en sistemas multiplexados *WDM* en los que se propagan en la misma línea de fibra distintos canales a distintas longitudes de onda, ya que se requería desmultiplexar todos esos canales en cada repetidor para conseguir una correcta amplificación. Sin embargo la aparición de los amplificadores de fibra cambió el panorama puesto que se podían amplificar múltiples canales *WDM* simultáneamente[94]. Por esta razón, casi todos los sistemas ópticos *WDM* en la actualidad usan amplificadores ópticos para compensar las pérdidas de la fibra[2]. Los dispositivos amplificadores se pueden disponer de

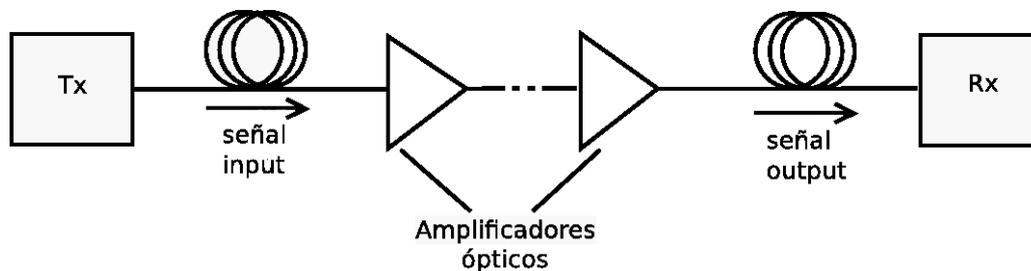


Figura 2.1: Ilustración esquemática de un sistema de comunicaciones ópticas de fibra con amplificación segmentada y concentrada. Los amplificadores ópticos actúan como dispositivos autónomos con su propia estación de bombeo incorporada.

forma periódica en los tendidos de fibra formando una cadena. De esta manera se consiguen extender las líneas de transmisión a distancias de hasta varios

miles de kilómetros, mientras la señal óptica se regenera a cada paso por el amplificador y llega al receptor del sistema de comunicaciones dentro de unos márgenes tolerables que aseguran la calidad de la información transmitida. Existen dos esquemas básicos a la hora de utilizar estos dispositivos en los enlaces de fibra (*fiber links*):

- La mayoría de los sistemas de comunicaciones que en la actualidad emplean dispositivos de amplificación óptica lo hacen con amplificadores segmentados y concentrados (*lumped amplifiers*) en los cuales las pérdidas acumuladas en distancias de 50 km a 100 km son compensadas usando fundamentalmente *EDFA*'s con fibras dopadas de Erblio de corta longitud ($\sim 10\text{ m}$), con sus propias etapas de bombeo incorporadas. La Fig.2.1 ilustra de forma esquemática un sistema de estas características.
- El esquema de amplificación distribuida (ver Fig. 2.2) utiliza la propia fibra de transmisión para compensar las pérdidas mediante la ganancia proporcionada por el dopado de tierras raras o mediante el proceso de scattering inelástico *SRS*, que es el caso que nos interesa en este trabajo, mientras la señal se va propagando. Para ello se requieren inyecciones periódicas de bombeo óptico que se conectan al tendido mediante el uso de los acopladores de fibra adecuados[95].

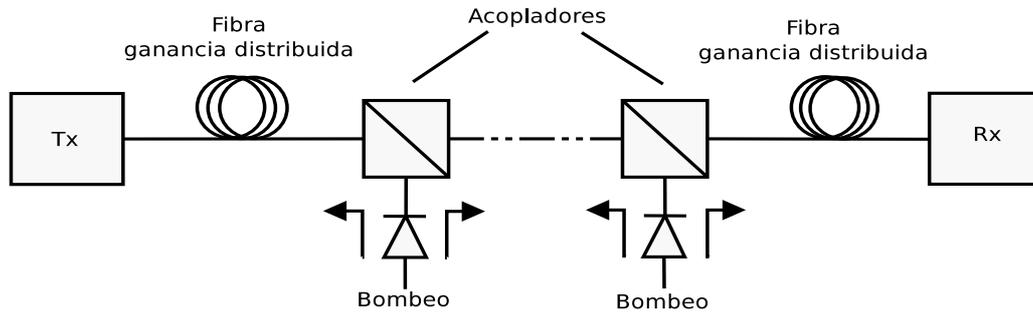


Figura 2.2: Esquema de un sistema de comunicaciones ópticas con amplificación

distribuida. En estos sistemas las etapas de bombeo se alojan paralelas a las líneas de fibra conectándose a ellas mediante los adecuados acopladores ópticos.

Para que una señal luminosa transporte información útil que pueda ser amplificada en los enlaces de fibra, debe estar convenientemente modulada ya que una onda de una sola frecuencia no transporta información. La información es transportada debido a la modulación. Una onda de luz que sirva para este propósito se puede expresar por la modulación de la amplitud $A(z, t)$ del campo eléctrico óptico asociado $\mathbf{E}(z, t)$:

$$\mathbf{E}(z, t) = \frac{1}{2} \left[A(z, t) e^{i(k_0 z - \omega_0 t)} + c.c. \right] \hat{\mathbf{e}} \quad (2.1)$$

donde ω_0 y k_0 son la frecuencia y el número de onda del haz de luz no modulado y $A(z, t)$ representa la modulación, que en general se tratará de una función compleja de la distancia de propagación z y del tiempo t . Dependiendo de la elección de la modulación a la entrada de la fibra en $z = 0$, $A(0, t)$,

se pueden distinguir dos formatos básicos de codificación de la información, que pueden clasificarse en analógicos y digitales. El formato analógico se aprovecha de la naturaleza coherente de la luz láser que se inyecta, y la información se codifica por modulación en amplitud, en frecuencia o en la fase, igual que en las ondas de radio. Un formato digital en cambio utiliza la intensidad de pulsos de luz para representar un 1 y la ausencia de la misma representará un 0. Existen así mismo dos elecciones en el formato de modulación de una cadena de bits ópticos[96]:

- De forma genérica, si cada pulso individual se utiliza para designar un 1, de manera que su amplitud caiga a cero antes de que finalice la duración de ese bit (*bit slot*), el formato se denomina RZ (*Return to Zero*).
- En el otro formato, denominado NRZ (*NonReturn-to-Zero*), el pulso óptico permanece durante el tiempo que dura el bit y su amplitud no cae a cero entre dos o más bits consecutivos que representen un 1.

En el formato tipo RZ la anchura será la misma para todos los pulsos, mientras que en el formato NRZ, dependerá del patrón de bits que forme la cadena de información(ver Fig.2.3). Una ventaja del formato NRZ es que el ancho de banda asociado a la cadena de bits es más pequeño que la del formato RZ en un factor 2 como mínimo, simplemente porque las transiciones de inicio

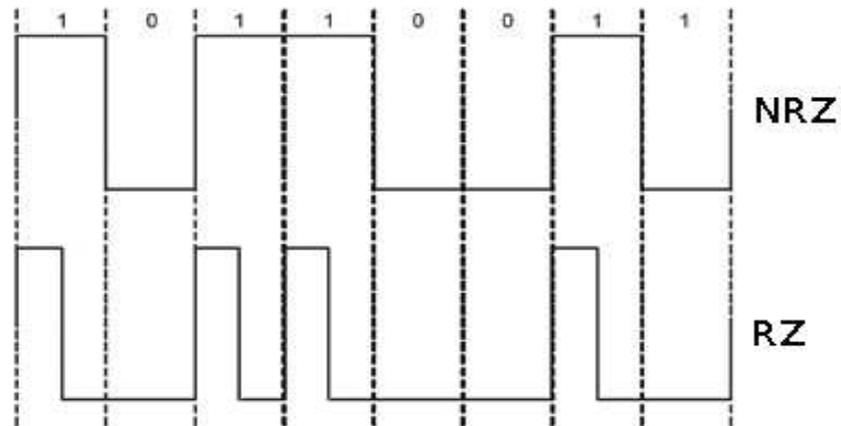


Figura 2.3: Esquema de los dos formatos digitales básicos: cadena de bits 10110011 codificada usando un formato de no retorno a cero NRZ y de retorno a cero RZ.

y fin de pulso ocurren menos veces. Sin embargo, su uso requiere un control más estricto de la anchura de los pulsos usados y puede conducir a efectos de degradación de la señal asociados al patrón de bits si no se controla bien las anchuras variables en dicha cadena. En el caso de que la fuente generadora de pulsos sea estable con anchura constante, como permiten en la actualidad generar los láseres de fibra[36], se tiene la posibilidad de usar el formato RZ. Este es el caso de los sistemas de comunicación que usan solitones ópticos, en los que estamos interesados.

Para estudiar cómo se transmite la información, resulta esencial comprender cómo se propaga en la fibra el tipo de modulación usada. La información se

puede degradar no sólo por las pérdidas sino también por la deformación que aparece durante la propagación debido a las propiedades de la fibra. Sabemos que la información se propaga a la velocidad de grupo $\partial\omega/\partial k$. Así $A(z, t)$ se propaga a la velocidad de grupo. Las pérdidas de información tienen su origen en la deformación de la modulación $A(z, t)$, de manera que si esta no cambia en z , no habrá pérdidas de información.

La cantidad de información depende de la elección que se haga de $A(0, t)$ en $z = 0$ y de lo rápidamente que esta función varíe en el tiempo, lo que se puede determinar por la anchura de su espectro de *Fourier* en el espacio de frecuencias $\tilde{A}(0, \omega)$:

$$\tilde{A}(0, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} A(0, \tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (2.2)$$

La tasa de bits B (bits/s) determina la duración de cada bit de manera que $T_B = 1/B$. Este tiempo debe entenderse como una cota máxima para la duración de la anchura del pulso en el formato RZ, que está relacionada de forma directa con la anchura espectral $\Delta\omega$ del mismo. Por tanto, a mayor cantidad de información, mayor anchura espectral de los pulsos. Esto significa que para conseguir una tasa de transmisión de alta velocidad (por encima de los Gbits/s) se debe estudiar el comportamiento en la evolución de la amplitud modulada $A(z, t)$ que tenga una anchura espectral amplia, y por consiguiente, duración temporal de pulsos corta (por debajo de los 100 ps).

2.2. Efectos de la dispersión y la no linealidad sobre la transmisión de información en las fibras

Muchos de los sistemas de transmisión óptica por fibra en la actualidad usan esquemas de propagación en los que las pérdidas se compensan periódicamente mediante amplificación óptica sin necesidad de recurrir a conversiones electroópticas. Cuando las pérdidas en la fibra son compensadas de forma efectiva mediante amplificadores ópticos, los efectos que mayores limitaciones introducen a la transmisión de la información son la dispersión en la velocidad de grupo (GVD) y la no linealidad en la fibra.

Ya sabemos que la dispersión es el efecto provocado por la dependencia de la velocidad de grupo con la frecuencia de la luz. Su origen está en la combinación de la forma de la guía de onda y de las propiedades del material que forma la fibra. En presencia de la GVD , la información transportada por diferentes componentes de frecuencia del campo eléctrico se propaga a diferentes velocidades, de manera que llega en instantes distintos, con lo que la información se degrada y puede llegar a perderse. Al obtener la ecuación de evolución de la envolvente de variación lenta para una señal pulsada que se

propaga en la fibra, las características de la dispersión hasta segundo orden se pueden apreciar en la ecuación (1.141). Si en ella consideramos nulos los efectos de las pérdidas y de la no linealidad, el ensanchamiento de los pulsos procede de la dependencia con la frecuencia de la constante de propagación β . Para pulsos cuasimonocromáticos con una anchura espectral $\Delta\omega \ll \omega_0$ se debe cumplir:

$$\frac{\partial A(z, t)}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial A(z, t)}{\partial t} + \frac{i}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A(z, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (2.3)$$

Esta vendría a ser la ecuación básica de propagación que gobierna la evolución de un pulso en una fibra monomodo en presencia sólo de la dispersión. El coeficiente $\beta_1 = 1/v_g$, donde v_g es la velocidad de grupo y el coeficiente β_2 está relacionado con el parámetro de dispersión D mediante la ecuación (1.2). En ausencia de dispersión ($\beta_2 = 0$), el pulso óptico se propagaría sin cambios en su forma de manera que $A(z, t) = A(0, t - \beta_1 z) = A(0, T)$, con el cambio de variable $T = t - \beta_1 z$ a un sistema de referencia comóvil con el pulso. Si $\beta_2 \neq 0$, el retraso relativo en la llegada de la información a la distancia L sería:

$$\Delta T = \beta_2 L \Delta\omega \quad (2.4)$$

lo que indica que este retraso en los tiempos de llegada de las diferentes partes de los pulsos inducido por la *GVD* aumenta con la distancia. También se comprueba que es proporcional al coeficiente de dispersión y a la anchura

espectral en las componentes de las frecuencias $\Delta\omega$ de los pulsos que se propagan. Si $\beta_2 < 0$ (denominado régimen de *dispersión anómala*), las componentes de frecuencias más altas se adelantan y llegarán antes, mientras que si $\beta_2 > 0$, la dispersión es normal y ocurre justo lo contrario.

Los otros mecanismos importantes que pueden conducir a pérdida de información son los debidos a la aparición de los efectos no lineales. El índice de refracción del sílice se puede suponer independiente de la potencia inyectada para bajos niveles de la misma, pero resulta necesario incluir la contribución no lineal para altas potencias. En una fibra normal, el orden más bajo de no linealidad procede del efecto *Kerr* por el que el índice de refracción varía con la intensidad del campo eléctrico. En el número de onda se cumpliría[37]:

$$k \equiv \frac{\omega_0 n}{c} = \frac{\omega n_0(\omega)}{c} + \frac{\omega n_2}{c} \left(|A(z, T)|^2 / A_{eff} \right) \quad (2.5)$$

donde n_0 representa la parte lineal del índice de refracción, A_{eff} es el área efectiva de interacción en el núcleo de la fibra y n_2 es el índice no lineal cuyo valor típico para las fibras de sílice está en $n_2 \sim 3 \times 10^{-20} m^2/W$. La ecuación (2.5) nos indica que el efecto *Kerr* introduce un *desplazamiento de fase no lineal* $\Delta\Phi_{NL}$ a la distancia L a través de la parte no lineal del número de

onda k_{NL} dada por:

$$\Delta\Phi_{NL}(T) = \int_0^L \Delta k_{NL} dz = \gamma \int_0^L |A(z, T)|^2 dz = \gamma |A(0, T)|^2 L_{eff} \quad (2.6)$$

donde $A(z, T) = A(0, T) \exp(-\alpha z/2)$ da cuenta de las pérdidas introducidas por la fibra en la envolvente de variación lenta del campo y la longitud efectiva L_{eff} está definida en la ecuación (1.92). Lógicamente esta fase no lineal depende del coeficiente de no linealidad de la fibra $\gamma = k_0 n_2 / A_{eff}$. En la obtención de la ecuación (2.6), la dependencia que tiene la potencia de los pulsos inyectada hará que $\Delta\Phi_{NL}$ varíe con el tiempo, lo que producirá a su vez una dependencia temporal en la fase que lleva a un ensanchamiento del espectro en frecuencias de la señal pulsante, y que altera la forma del pulso a través de la *GVD*. Ya sabemos que el efecto se conoce como *automodulación de fase (SPM)*, dado que es inducido por el propio campo óptico a sí mismo. Este se puede comprender mejor si nos damos cuenta de que una fase que cambie con el tiempo implica que la frecuencia óptica instantánea varía a lo largo del pulso de su valor central ω_0 . Su ritmo de variación viene dado por⁽¹⁾:

$$\delta\omega(T) = -\frac{\partial\Phi_{NL}}{\partial T} = -\frac{L_{eff}}{L_{NL}} \frac{\partial}{\partial T} |A(0, t)|^2, \quad (2.7)$$

donde aparece explícitamente la longitud no lineal $L_{NL} = 1/\gamma P_0$ ya introducida en la sección (1.3), parámetro que nos indica a partir de

¹La aparición del signo menos es debido a la elección del factor $\exp(-i\omega_0 t)$ en la fase.

qué longitud los efectos no lineales tienen importancia. La dependencia temporal de $\delta\omega$ se conoce en la bibliografía anglosajona como *frequency chirping*[97, 98] (que transcribimos fonéticamente de forma no muy elegante como chirpeado) y da cuenta del ritmo de variación que presenta la fase con el tiempo. Este aumentará debido al efecto de *SPM* a medida que aumente la distancia de propagación. Es decir, nuevas componentes de frecuencias en cada pulso son generadas continuamente mientras el pulso se propaga por la fibra de manera que el espectro se ensancha desde su valor inicial en $z = 0$. El máximo para el desplazamiento de fase ocurre en la parte central del pulso, localizada en $T = 0$ y tendrá por valor:

$$\Delta\Phi_{NL}^{max} = \frac{L_{eff}}{L_{NL}} = \gamma P_0 L_{eff}, \quad (2.8)$$

con P_0 potencia de pico del pulso. Claramente la calidad de la información que se propaga se verá deteriorada por este efecto no lineal cuando $\Delta\Phi_{NL}^{max} = 1$, es decir, cuando la longitud efectiva sea del orden de la longitud no lineal. Por lo tanto, para reducir su impacto en las líneas de comunicaciones ópticas, es necesario que $\Delta\Phi_{NL}^{max} \ll 1$. Reemplazando L_{eff} por $1/\alpha$ para largos tendidos de fibra, esta condición se convierte:

$$P_0 \ll \alpha/\gamma \quad (2.9)$$

Si usamos valores típicos para las fibras de $\gamma \sim 2 W^{-1} km^{-1}$ en la región de $1550 nm$ [14], y $\alpha = 0,2 dB/km$, se impone un límite para la potencia de pico de $22 mW$.

La dependencia con la intensidad del índice de refracción también sabemos que puede producir otro fenómeno no lineal conocido como *modulación de fase cruzada (XPM)*. Este aparece cuando dos o más canales se transmiten simultáneamente dentro de la fibra usando diferentes frecuencias portadoras. En este caso, el desplazamiento no lineal de fase para un canal específico no depende sólo de la potencia inyectada en ese canal sino también de la que portan los otros canales[99]:

$$\Delta\Phi_{j,NL}^{max} = \gamma L_{eff} \left(P_{0,j} + 2 \sum_{m \neq j}^N P_{0,m} \right), \quad (2.10)$$

en la que N es el número total de canales y $P_{0,j}$ la potencia de pico de los pulsos del canal j -ésimo en $z = 0$. La aparición del factor 2 en (2.10) indica que el efecto *XPM* es el doble de efectivo que el *SPM*. Por supuesto, este desplazamiento de fase dependerá ahora de la potencia en todos los canales y podrá variar de bit a bit en función del patrón de bits que existan entre canales vecinos. En el peor de los casos en el que los canales porten un 1 y suponiendo la misma potencia en todos ellos, el desplazamiento no lineal de

fase máximo para distancias largas en las que $L_{eff} \sim 1/\alpha$ vendrá dado por[2]:

$$\Delta\Phi_{j,NL}^{max} = \frac{\gamma}{\alpha} (2N - 1) P_{0,j} \quad (2.11)$$

Con el fin de mantener $\Delta\Phi_{j,NL} \ll 1$ a la longitud de onda de 1550 nm , la potencia del canal debe estar limitada por debajo de 1 mW , incluso con $N = 10$ para valores típicos de γ y α . Por supuesto las limitaciones introducidas por la *XPM* pueden ser indudablemente serias en el contexto de los sistemas de comunicaciones ópticas multicanal.

2.3. Transmisión de información mediante solitones en fibras ópticas

Hasta ahora hemos visto que la dispersión y la no linealidad en las fibras inducen cambios en la amplitud, fase y anchura de un pulso de luz que se propaga en el material dieléctrico que las constituye. De hecho se puede realizar un estudio por separado de los mismos, como hemos hecho en la sección precedente, asumiendo para el caso de los efectos dispersivos que la potencia de los pulsos es baja y para el caso de los efectos no lineales que la anchura inicial de los pulsos es grande ($> 100\text{ ps}$). Pero para el caso de pulsos ópticos de menor duración y mayor potencia, que puedan

utilizarse a grandes distancias de propagación, los dos tipos de efectos actúan conjuntamente y llevan a la aparición de nuevas características. En particular, el ensanchamiento inducido por la dispersión anómala ($\beta_2 < 0$) en la fibra se ve considerablemente reducido en presencia del efecto de la *SPM*[100], de manera que un pulso puede propagarse sin distorsión en forma de pulso estable o *solitón*.

La palabra *solitón* aparece ya en la bibliografía científica desde 1965[101] y viene a describir las propiedades de cuasi-partículas que presentan las envolventes de un tipo concreto de pulsos que se propagan en medios dispersivos no lineales. Las ondas solitarias o solitones se pueden considerar como modos localizados coherentes de sistemas no lineales con dinámica de tipo partícula completamente distinta al comportamiento irregular y estocástico que se presenta en los sistemas caóticos. Bajo ciertas condiciones, estas envolventes no sólo se propagan sin distorsión y de forma compacta sino que además pueden experimentar colisiones entre sí recuperando su forma pulsada inicial como si se trataran de partículas. La existencia de solitones en las fibras ópticas fue sugerida en el año 1973[102] y observada experimentalmente por primera vez al comienzo de la década de los 80[103].

Aunque existe una enorme clasificación y subclasificación de tipos de solitones ópticos entre los cuales se pueden enumerar: coherentes, incoherentes,

brillantes, oscuros, vectoriales, discretos, multicolor, anillo, de banda, de cavidad, etc., podemos definir las tres principales clases de solitones ópticos[104]:

- *Solitones temporales*: Son pulsos de luz en guías de ondas ópticas que bajo ciertas condiciones se pueden propagar sin distorsión sin importar cuan distante viajen. Es una solución especial de onda viajera de tipo pulso que es la única solución estable de una ecuación dispersiva de onda y consiste en un pico moviéndose aisladamente.
- *Solitones espaciales*: Son haces estacionarios de luz robustos, auto-guiados que se propagan sin presentar distorsión en ciertos medios ópticos y exhiben comportamiento como las partículas. Se forman por medio del enfocado y atrapado mutuo de ondas en medios no lineales.
- *Solitones espaciotemporales*: Se conocen también como “balas de luz”. Son señales de luz tridimensionales enfocadas-no difractivas, de pulso no dispersivo y autoatrapadas.

En el caso de las fibras ópticas, estaríamos hablando para su uso en comunicaciones ópticas con solitones temporales del primer tipo que, como hemos apuntado, aparecen a partir de un balance entre la dispersión en la velocidad de grupo GVD y la automodulación de fase SPM . Ambos efectos por separado pueden limitar el rendimiento de un sistema de comunicaciones

ópticas, pero que en conjunto permiten la formación y propagación de estas ondas solitarias. Se puede comprender cualitativamente cómo ese balance es posible si advertimos que la dispersión produce un ensanchamiento del pulso, mientras que la automodulación de la fase induce un chirpeado en la fase, dependiente de la potencia, que produce la aparición de nuevas componentes espectrales, y por tanto, la compresión del pulso. Con la adecuada elección de los parámetros de propagación², *SPM* y *GVD* pueden cooperar de tal forma que la variación temporal en la fase o *chirp* inducida por la primera cancele en su justa medida el ensanchamiento producido por la dispersión. El pulso óptico puede entonces propagarse sin distorsión como un solitón.

Por descontado, la descripción matemática de los solitones en las fibras ópticas requiere satisfacer como solución la ecuación de onda en un medio lineal y no dispersivo. Con este fin se utiliza la ecuación no lineal de propagación (1.154) para la envolvente de variación lenta de un pulso $A(z, t)$ cuya duración temporal esté en el orden de los picosegundos. Incluye los efectos de pérdidas en la fibra a través del parámetro α , la *GVD* mediante el parámetro β_2 y la no linealidad *SPM* a través de γ . Si despreciamos las pérdidas y prescindimos del bombeo, la ecuación clásica de propagación de

²No perdamos de vista que la propagación de pulsos ópticos en un medio dispersivo y no lineal como es la fibra es un problema multiparamétrico.

pulsos ópticos en fibras monomodo se conoce como **ecuación no lineal de Schrödinger** (NLSE) y queda:

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \frac{i}{2}\beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} = i\gamma|A|^2 A \quad (2.12)$$

Es útil escribir la ecuación anterior en la forma normalizada introduciendo:

$$\tau = \frac{T}{T_0}, \quad \xi = \frac{z}{L_D}, \quad U = \frac{A}{\sqrt{P_0}}, \quad (2.13)$$

donde T_0 es la medida de la anchura del pulso, P_0 es el pico de potencia del pulso y $L_D = T_0^2/\beta_2$ es la longitud de dispersión introducida en la sección **1.3**, lo que hace que tome la forma:

$$\frac{\partial U}{\partial \xi} + i \frac{s}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} - i N^2 |U|^2 U = 0 \quad (2.14)$$

Dependiendo de si β_2 es positivo (régimen de dispersión normal) o negativo (régimen de dispersión anómalo), $s = \text{sgn}(\beta_2) = +1$ ó -1 , respectivamente.

El parámetro N se define entonces como:

$$N^2 = \gamma P_0 L_D = \gamma P_0 T_0^2 / |\beta_2| \quad (2.15)$$

Al igual que la longitud de dispersión L_D indica la escala de distancias a las que empiezan a tener importancia los efectos dispersivos, la longitud no lineal $L_{NL} = 1/\gamma P_0$ da cuenta de en qué lugar en el recorrido de los pulsos durante su evolución por la fibra empiezan a dejarse sentir los efectos no lineales. Cuando la longitud de la fibra es tal que $L \ll L_{NL}$ y $L \ll L_D$,

ninguno de los efectos dispersivos y no lineales juegan un papel significativo en esa propagación. Si la longitud L cumple que $L \ll L_{NL}$ pero $L \geq L_D$, la evolución de los pulsos está gobernada por la dispersión en la velocidad de grupo GVD y los efectos no lineales juegan un papel menor. Este es el caso para pulsos cortos ($T_0 < 100 ps$) y las potencias de pico cumplen $P_0 \ll 1 W$. Si en cambio la longitud de la fibra es tal que $L \ll L_D$ y $L \geq L_{NL}$, los pulsos aparecerán dominados por la automodulación de fase SPM con un claro ensanchamiento espectral mientras que la dispersión en la velocidad de grupo es secundaria. Esto ocurre cuando tenemos pulsos anchos ($T_0 > 100 ps$) con altas potencias de pico ($P_0 \geq 1 W$). Cuando la elección de los parámetros de anchura de pulso y potencia de pico hacen que la longitud de la fibra sea comparable a L_D y a L_{NL} , entonces tanto la dispersión como la no linealidad actúan de manera conjunta durante la propagación a lo largo de la fibra.

La ecuación (2.14) se puede entender como la ecuación maestra básica para la transmisión de información en las fibras ya que determina la forma de evolución de la modulación de la envolvente de variación lenta con la que codificamos la señal en un sistema de comunicaciones ópticas. Fue obtenida por primera vez por *Hasegawa* y *Tappert* en 1973 [102]; como observamos se trata de una ecuación no lineal en derivadas parciales que no puede ser resuelta analíticamente salvo en casos específicos usando una

técnica matemática conocida como el método del scattering inverso (*inverse scattering method*)[105]. Los detalles de este método aparecen discutidos con profusión en la abundante bibliografía dedicada a los solitones[106],[104],[107]. Sus principales resultados, que nos interesan para nuestra discusión, se pueden resumir como sigue [37]. Cuando un pulso que tiene una amplitud dada por la forma funcional:

$$U(0, \tau) = N \operatorname{sech}(\tau) \quad (2.16)$$

es lanzado en una fibra con una longitud de onda tal que la fibra presente dispersión anómala ($\beta_2 < 0$), su forma permanece inalterable durante la propagación cuando $N = 1$. Sin embargo sigue patrones periódicos para valores enteros de $N > 1$ de manera que la forma del pulso se recupera a las distancias normalizadas $\xi = m\pi/2$, donde m es un número entero. Un pulso en forma de solitón óptico cuyos parámetros satisfagan la condición $N = 1$ se conoce como *solitón fundamental*. Los pulsos correspondientes a otros valores enteros de N se les denomina *solitones de orden superior*, y el parámetro N representa el orden del solitón. Sólo el solitón fundamental mantiene su forma durante la propagación en el interior de la fibra (ver Fig.2.4), mientras que para solitones de órdenes superiores, la forma inicial se recupera en aquellas distancias que sean múltiplos enteros del período solitónico. Como en la normalización que estamos utilizando según la ecuación (2.13) $\xi = z/L_D$,

el período del solitón z_0 se define como la distancia a la cual los solitones de orden superior recobran su forma original y está dado por $z_0 = (\pi/2)L_D$. En la Fig.2.5 se puede observar esta evolución para un solitón de orden $N = 3$. Este período z_0 y el orden del solitón N juegan un papel muy importante en la teoría de los solitones ópticos[36].

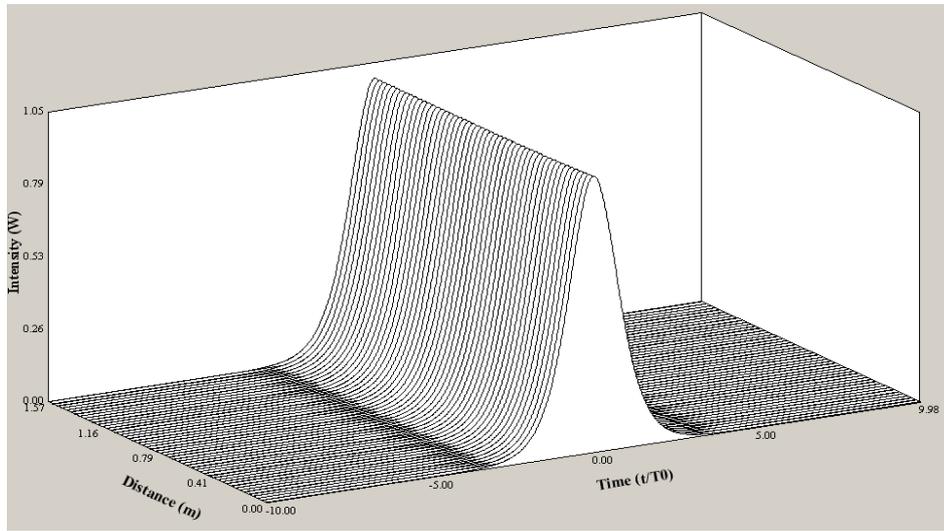


Figura 2.4: Evolución de un solitón fundamental $N = 1$ sobre la distancia de un período solitónico $z = \pi/2$

La solución de la ecuación **NLSE** que corresponde al solitón fundamental se puede obtener directamente sin necesidad de recurrir al método del scattering inverso. Usando el hecho de que $N = 1$ para el solitón fundamental y que en el régimen de dispersión anómalo $\beta_2 < 0$, la ecuación (2.14) se puede escribir:

$$\frac{\partial U}{\partial \xi} - i \frac{1}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} - i|U|^2 U = 0 \quad (2.17)$$

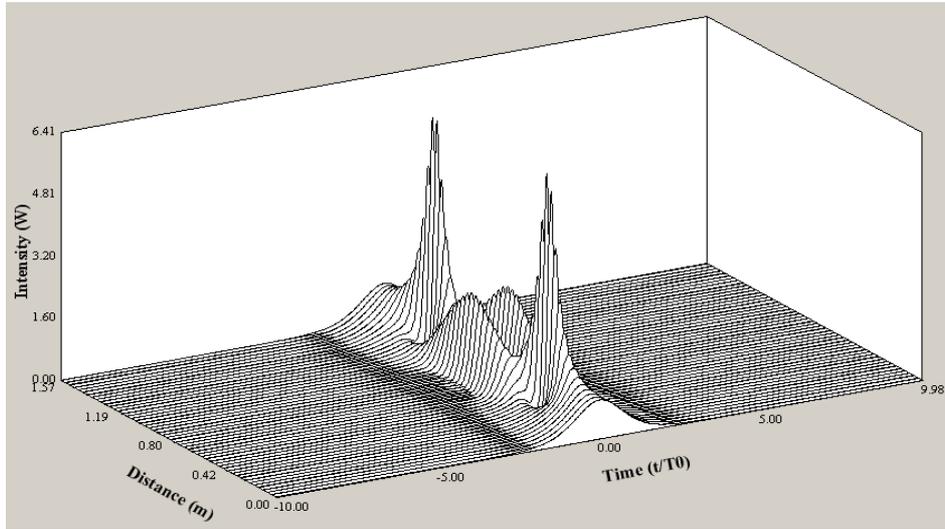


Figura 2.5: Evolución de un solitón de tercer orden $N = 3$ sobre la misma distancia de un período solitónico $z = \pi/2$ como en la Fig.2.4.

La aproximación consiste en suponer que existe una solución para esta ecuación del tipo:

$$U(\xi, \tau) = V(\tau) \exp[i\phi(\xi)] \quad (2.18)$$

donde V debe ser independiente de ξ para representar un solitón que mantiene su forma durante la propagación. La fase ϕ depende de ξ pero se supone que es independiente del tiempo. Sustituyendo (2.18) en (2.17) se obtiene para la fase:

$$\frac{d\phi}{d\xi} = \frac{1}{V} \left(\frac{1}{2} \frac{d^2 V}{d\tau^2} + V^3 \right) = K, \quad (2.19)$$

en la que K es una constante. A partir de la ecuación (2.19) podemos escribir la fase como $\phi = K\xi$. Entonces la función $V(\tau)$ debe satisfacer la siguiente

ecuación diferencial:

$$\frac{d^2V}{d\tau^2} - 2V(K - V^2) = 0 \quad (2.20)$$

Multiplicando (2.20) por $2(dV/d\tau)$ e integrando en τ , se obtiene:

$$\left(\frac{dV}{d\tau}\right)^2 = 2KV^2 - V^4 + \mathcal{C}, \quad (2.21)$$

donde \mathcal{C} es una constante de integración. Usando como condiciones de contorno tanto que V como su derivada $dV/d\tau$ deben hacerse nulas cuando $|\tau| \rightarrow \infty$ para los pulsos, \mathcal{C} resultará ser 0. La constante K se encuentra que vale $1/2$ usando como condición que la potencia de pico del solitón esté normalizada y que por tanto en $\tau = 0$ $V = 1$, y además $dV/d\tau = 0$. Con estos valores para las constantes e integrando (2.21) obtenemos que la función V viene dada por $V(\tau) = 1/\cosh(\tau) \equiv \operatorname{sech}(\tau)$. Con este resultado la ecuación (2.18) se puede escribir:

$$U(\xi, \tau) = \operatorname{sech}(\tau) \exp(i\xi/2) \quad (2.22)$$

Esta solución representa la forma bien conocida de *secante hiperbólica* para el solitón fundamental[37]. Nos muestra que el pulso de entrada adquiere un desplazamiento de fase de $\xi/2$ no dependiente del tiempo mientras se va propagando por la fibra, pero su amplitud permanece inalterable. Es esta propiedad del solitón fundamental la que lo hace un candidato ideal para la transmisión de información en comunicaciones ópticas. En esencia, los efectos

de la dispersión de la fibra son compensados exactamente por la no linealidad de la misma cuando el pulso de entrada tiene una forma de secante hiperbólica y su anchura y pico de potencia están relacionados mediante la ecuación (2.15) con $N = 1$.

Una importante propiedad de los solitones ópticos es que son suficientemente resistentes frente a las perturbaciones. Así, aunque el solitón fundamental requiera una forma específica y una potencia de pico concreta tal que $N = 1$, pueden ser generados y estabilizarse durante su propagación por la fibra, aún cuando su forma y su pico de potencia a la entrada se desvíen de las condiciones ideales[36]. Esto sólo es cierto si las pérdidas son despreciables.

Como ya hemos visto, se suelen utilizar dos formatos de modulación distintos para generar una cadena digital de bits en el dominio óptico. Aunque el formato NRZ para una señal tiene un ancho de banda de aproximadamente un 50% más pequeño que el formato RZ, el primero no se puede usar cuando pretendemos utilizar solitones como bits de información. La razón es fácilmente comprensible dado que la anchura del solitón debe ser una pequeña fracción del tamaño temporal del bit para asegurar que los solitones vecinos están bien separados. Ya hemos indicado que matemáticamente la solución solitón dada por (2.22) de la ecuación de propagación es válida sólo cuando ocupa la ventana temporal entera extendiendo $|\tau| \rightarrow \infty$. Permanece válida

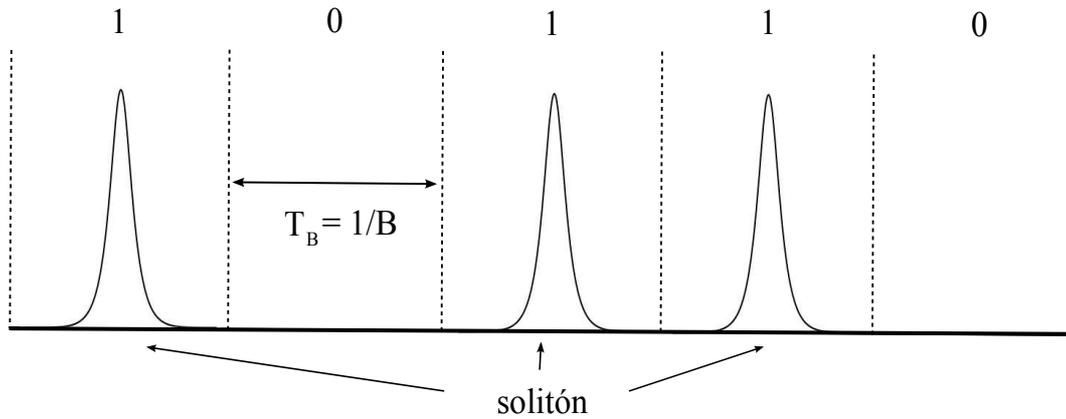


Figura 2.6: Cadena de bits en formato RZ formada por solitones. Cada pulso ocupa una pequeña fracción del tamaño temporal del bit T_B (*bit slot*) de manera que el solitón vecino se encuentra suficientemente apartado.

aproximadamente para un tren de solitones sólo cuando cada pulso permanece bien aislado y se evitan así las interacciones entre solitones adyacentes[108]. La anchura del solitón T_0 está relacionada con la tasa de transmisión de bits de información mediante:

$$B = \frac{1}{T_B} = \frac{1}{2q_0 T_0}, \quad (2.23)$$

donde T_B es la duración de cada bit y $2q_0 = T_B/T_0$ representa la separación entre solitones vecinos en unidades normalizadas y da cuenta de la tasa de ocupación efectiva de cada bit por parte del pulso. La Fig.2.6 muestra una cadena de bits utilizando solitones en el formato RZ.

La forma de la envolvente del pulso solitón en unidades físicas se obtiene haciendo $\xi = 0$ en (2.22):

$$A(0, t) = \sqrt{P_0} \operatorname{sech}(t/T_0). \quad (2.24)$$

El pico de potencia se obtiene de (2.15) y está relacionada con la anchura temporal del pulso y los parámetros de la fibra mediante:

$$P_0 = |\beta_2|/\gamma T_0^2 \quad (2.25)$$

La energía del pulso para un solitón fundamental se obtiene con la integración del módulo al cuadrado de la envolvente del campo en $\xi = 0$ ³:

$$E_s = \int_{-\infty}^{+\infty} |A(0, t)|^2 dt = P_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\cosh^2(t/T_0)} dt = 2P_0 T_0 \quad (2.26)$$

El parámetro de anchura temporal T_0 se relaciona con la anchura a mitad de altura del pulso (FWHM) considerando que se cumple $|A(0, t = T_{FWHM})|^2 = (1/2)|A(0, t = 0)|^2$:

$$\cosh^2(T_{FWHM}/T_0) = 2 \quad (2.27)$$

de la que se obtiene:

$$T_{FWHM} = 2 \ln(\sqrt{2} + 1) T_0 \simeq 1,763 T_0 \quad (2.28)$$

Considerando como ejemplo sencillo una tasa de transmisión de $B = 20 \text{ Gbit/s}$, el tamaño del bit sería de $T_B = B^{-1} = 50 \text{ ps}$, y con una tasa

³En este resultado se utiliza la integral tabulada $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\cosh^2 x} dx = 2$.

de ocupación efectiva típica[2] dada por $q_0 = 5$, la anchura $T_0 = 5 ps$, lo que supondría un pulso con una anchura a mitad de altura de $T_{FWHM} = 8,82 ps$. Suponiendo que los bits con 1 y 0 son igualmente probables en una señal que se transmiten por la fibra, su potencia promedio en el formato RZ sería:

$$\langle P \rangle_{prom} = E_s \frac{B}{2} = \frac{P_0}{2q_0} \quad (2.29)$$

Si usamos valores para la GVD $\beta_2 = -1 ps^2/km$ en las fibras monomodo típicas con desplazamiento de la dispersión (DSF) a $\lambda_s = 1550 nm$ y $\gamma = 2 (W km)^{-1}$ como valor para el parámetro no lineal, el pico de potencia para el solitón fundamental sería de $20 mW$. Este valor del pico de potencia corresponde a una energía para el pulso de $0,2 pJ$ y un nivel de potencia promedio de sólo $2 mW$.

No es difícil darse cuenta de que un decrecimiento en la energía del solitón a consecuencia de las pérdidas en la fibra conduce a a un ensanchamiento del pulso puesto que al reducirse el pico de potencia se hacen más débiles los efectos no lineales necesarios para contrarrestar la dispersión en la velocidad de grupo GVD.

La introducción del término de pérdidas en la ecuación escalar de propagación convierte a (2.17) en la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial U}{\partial \xi} - i \frac{1}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} - i|U|^2 U = -\frac{\Gamma}{2} u, \quad (2.30)$$

donde por supuesto suponemos el régimen de dispersión anómalo $\beta_2 < 0$ e introducimos el parámetro adimensional de pérdidas en la fibra sobre una longitud de dispersión:

$$\Gamma = \alpha L_D = \alpha \frac{T^2}{|\beta_2|} \quad (2.31)$$

Una técnica perturbativa basada en la extensión del método variacional desarrollada por *Hasegawa* y *Kodama* en 1995[106] que considera $\Gamma \ll 1$, permite al término de la derecha de (2.30) ser tratado como una pequeña perturbación, obteniéndose como resultado el que la amplitud y la fase del “*solitón modificado*” aparezcan afectadas por las pérdidas y varían a lo largo de la longitud de la fibra de manera que:

$$U(\xi, \tau) \approx e^{-\Gamma\xi} \operatorname{sech}(\tau e^{-\Gamma\xi}) \exp[i(1 - e^{-2\Gamma\xi})/4\Gamma] \quad (2.32)$$

Recordando que la amplitud y la anchura del solitón están inversamente relacionadas, un decremento en la amplitud conduce inevitablemente a un ensanchamiento del pulso. Precisamente la solución perturbada aproximada dada por la ecuación (2.32) pone de manifiesto que la anchura del pulso σ_T aumenta exponencialmente a causa de las pérdidas en la fibra[14]:

$$\sigma_T(\xi) = T_0 \exp(\Gamma\xi) = T_0 \exp(\alpha z) \quad (2.33)$$

Las soluciones numéricas obtenidas de (2.30) demuestran que un ensanchamiento de esa naturaleza con z no continúa indefinidamente para largas

distancias. De hecho, la aproximación perturbativa deja de ser válida para $\xi \gg 1$ y el ensanchamiento aumenta pero a un ritmo más lento que si sólo existiese dispersión[109]. De esta manera, en comunicaciones ópticas, los efectos no lineales resultan beneficiosos incluso cuando los solitones no pueden mantenerse de forma estable a causa de las pérdidas en la fibra. Pero el efecto producido por ese ensanchamiento resultará finalmente catastrófico para la transmisión de la señal de bits. La cadena de información se degradará sin remedio cuando los pulsos ocupen más espacio del que inicialmente tenían asignado en su tasa de ocupación y las interacciones entre ellos harán irreconocible la señal que se envía. Resulta por tanto evidente que es necesario amplificar para conseguir en la transmisión de la información a distancias útiles que los solitones sean propagados con un margen de distorsión tolerable pero no irreversible[110].

Actualmente en la práctica los modernos sistemas de comunicaciones ópticas de larga distancia amplifican los pulsos en el dominio óptico sin necesidad de repetidores electrónicos. De esta forma se puede compensar los efectos de las pérdidas en las fibras amplificando periódicamente los solitones bien de forma *segmentada* o mediante *amplificación distribuida*, formas conocidas y estudiadas ya desde hace décadas[111].

En general, las pérdidas no se pueden compensar completamente en cada punto de la fibra, y por tanto, la energía del solitón variará a lo largo de su propagación. En el primero de los esquemas de amplificación apuntados, los amplificadores ópticos segmentados son emplazados periódicamente a lo largo del enlace de fibra, y su ganancia se ajusta de manera que las pérdidas introducidas en la fibra entre dos amplificadores consecutivos (ver Fig.2.1) queden completamente compensadas.

Un importante parámetro de diseño en estos sistemas de amplificación segmentada es el espaciamiento entre amplificadores L_A [2], que debería ser lo más grande posible para minimizar el impacto que efectos como el ruido introducido por la *emisión espontánea amplificada* (ASE) pueden producir, además de reducir el costo económico total del montaje y mantenimiento del sistema. Para sistemas de comunicaciones ópticas que no utilizan solitones, la distancia típica de separación entre amplificadores está en el orden de $L_A = 80 - 100 \text{ Km}$ [6]. En el caso de los sistemas que utilizan solitones la distancia L_A suelen ser más pequeñas.

La forma en la que un solitón reacciona a la disminución de energía depende fuertemente de la relación relativa que exista entre el parámetro de pérdidas por unidad de longitud de dispersión $\Gamma = \alpha L_D$ y la separación entre amplificadores L_A . Si $\Gamma \ll 1$ y $L_A \gg L_D$, las variaciones de energía que

experimentan los solitones son relativamente pequeñas en cada longitud de dispersión (por debajo de un 10%), de manera que estos evolucionan casi adiabáticamente, es decir, cada solitón se adapta a las pérdidas incrementando su anchura y disminuyendo su pico de potencia preservando su naturaleza solitónica. Este régimen se conoce como *quasi-adiabatic regime*[36].

Por otro lado, si la energía del solitón varía rápidamente, es decir, $\Gamma \gg 1$ este sólo puede mantener su identidad si el espaciamiento L_A es pequeño frente a L_D . La razón para esta restricción es que el período del solitón $z_s = (m\pi/2) L_D$ proporciona la distancia a la que el pulso reacciona a las pérdidas de energía. Los amplificadores ópticos segmentados recuperan la energía del pulso hasta los niveles iniciales en una corta distancia de fibra en la que el pulso ajusta su anchura dinámicamente. Sin embargo, parte de la energía se pierde en forma de ondas dispersivas durante el ajuste de la fase correspondiente [111]. En general, cualquier perturbación que obligue a cambios en los parámetros de un solitón genera radiación continua en forma de ondas dispersivas. La evolución adiabática de los parámetros del pulso es capaz de mantener dentro de márgenes tolerables la forma del mismo, pero a largas distancias la contribución dispersiva puede llegar a acumularse hasta niveles desaconsejables que no preservan la calidad de la información tras un número grande de etapas de amplificación y debe ser evitada[36]. Una

forma de evitarlo es reduciendo la distancia entre amplificadores L_A [112]. Así, cuando $L_A \ll L_D$, el solitón experimenta pequeñas pérdidas de energía sin apenas distorsión en su forma. Estos sistemas trabajan en régimen de lo que se denomina *path-averaged* o *guiding-center solitons*[37].

Típicamente, en fibras monomodo convencionales, L_D es menor de 50 km para sistemas que operan con 10 Gb/s a la longitud de onda de 1550 nm . El uso de amplificadores segmentados requiere $L_A < 10\text{ km}$, un valor demasiado pequeño desde el punto de vista operativo en el diseño del sistema. Habría que trabajar con fibras que tengan desplazada la dispersión (DSF) con $|\beta_2| < 1\text{ ps}^2/\text{km}$ a la longitud de onda citada. En ese caso, para esa tasa de información, espaciamientos entre amplificadores de hasta 30 km serían factibles.

La condición $L_A \ll L_D$ impuesta en los sistemas de solitones cuando se usan amplificadores ópticos segmentados resulta por tanto difícil de satisfacer en la práctica cuando se pretenden utilizar tasas de información que estén por encima de $B = 10\text{ Gb/s}$. Como solución alternativa se presenta la técnica de la amplificación distribuida en la que los solitones son amplificados a lo largo del mismo enlace de fibra que se usa para la transmisión de la información[22]. Este esquema de amplificación proporciona ganancia no sólo en una parte localizada donde se situaría el dispositivo amplificador segmentado según el

esquema anterior, sino que compensaría las pérdidas localmente en cada punto z mientras se produce la propagación de la señal. Siguiendo este diseño, se disponen diferentes estaciones de bombeo con las que aprovechar la ganancia producida mediante la cesión de energía de estas a las señales que se propagan. Para ello se hace uso de efectos físicos de transferencia energética activa, bien mediante la emisión estimulada suministrada por tendidos de fibra ligeramente dopada con iones de erbio[113], o bien vía scattering inelástico *Raman* que aquí estudiamos. El *SRS* fue usado ya en el año 1985 con este propósito[114] para solitones. La Fig.2.2 muestra el esquema de un sistema con amplificación distribuida en el que los láseres de bombeo inyectan luz CW en ambas direcciones usando acopladores WDM. Las longitudes de onda de bombeo se escogen de forma que proporcionen ganancia a la señal, que se distribuye a lo largo de la longitud de la fibra. Los solitones pueden por tanto verse amplificados de forma adiabática y así se consigue que el parámetro del orden del solitón N permanezca próximo al valor 1 a pesar de las pérdidas. Efectivamente, si la ganancia consiguiera compensar en todo z las pérdidas, N valdría en todo momento la unidad y el pulso mantendría su forma a distancias tan extensas como quisiéramos. Pero en la práctica esta circunstancia no se satisface puesto que la potencia de bombeo no permanece constante a lo largo del recorrido de la fibra, sino que también se atenúa por efecto de las pérdidas

a la longitud de onda que le corresponde. El espaciamiento entre bombeos L_A en este caso depende de esas pérdidas y de la distancia a la que con el soporte de la ganancia distribuida se puede permitir que el solitón evolucione sin desviarse en exceso de sus valores de inicio. Con la elección de los parámetros adecuados, L_A puede exceder a la distancia de dispersión L_D , permitiendo un rendimiento del sistema de comunicaciones adecuado con mayor tasa efectiva de bits sin que se degrade la información.

2.4. Modelo de amplificación Raman DRA:

Método de los Momentos

El concepto de la transmisión completa de solitones ópticos usando amplificación *Raman* distribuida basada en la transferencia de energía desde una fuente de bombeo láser a una señal mediante el scattering *Raman* estimulado SRS comenzó a estudiarse ya en los años 80's[111],[115]. La ausencia de fuentes de bombeo de alta potencia en aquel momento, como comentamos en el Capítulo 1, hizo ceder el protagonismo de la amplificación óptica a los dispositivos basados en el dopado con erbio (EDFAs) durante la década siguiente. Así mismo también empezó a usarse en el formato RZ pulsos ópticos en sistemas con tratamiento de la dispersión (*DM soliton*[116]),

en los que se alternan tramos de fibra con dispersiones normal y anómala[117], y de esta forma paliar la desventaja por la aparición de ondas dispersivas que surgen durante el proceso de amplificación a causa de las fluctuaciones en la potencia del solitón.

En los sistemas de transmisión con solitones de larga distancia sin tratamiento de la dispersión, en los que las pérdidas producen la atenuación de la potencia de los pulsos y, por ende, la destrucción de la forma solitónica, la inserción periódica de EDFAs consigue la regeneración de los pulsos sin que se guarde exactamente su forma. En el régimen de *path-averaged soliton*[118] la amplificación se consigue de tal manera que la potencia promedio en el tramo entre amplificadores se intenta recuperar al valor requerido para el solitón fundamental. Pero este esquema fuerza al pulso a no mantener su forma de secante hiperbólica a causa de los cambios durante la propagación. Es debido a ello, como hemos indicado, por lo que el espaciamiento entre amplificadores debe elegirse bastante más corto que la longitud de dispersión[119] en términos del período del solitón o bien extender la separación entre amplificadores usando técnicas de precompensación de la dispersión, como es el **prechirpeado**[120]. Esta técnica modula adecuadamente la dependencia temporal de la fase de los solitones al inicio de la propagación con el fin de compensar en la señal óptica

portadora de la información el ensanchamiento que la dispersión cromática de la fibra introduce[121, 122], e intenta reducir la aparición de las ondas dispersivas que la degradan[123].

Sin embargo, este tipo de técnicas en amplificación distribuida no han estado tan estudiadas, sobre todo en los sistemas de fomato RZ. Con más motivo en la actualidad, cuando la tecnología de láseres de semiconductor ya está lo suficientemente desarrollada para producir bombeos de alta potencia que son los necesarios en los sistemas con amplificación *Raman*. Es por lo que se requiere una profundización en el conocimiento y desarrollo de los mismos.

De los esquemas básicos de propagación con amplificación *Raman* en CW que propusimos en la sección **1.2.6**, es el de bombeo en contrapropagación el preferido en el diseño de los sistemas DRA debido al menor acoplamiento de ruido inducido por el bombeo sobre la señal[124] así como una menor dependencia de la ganancia con la polarización comparado con los esquemas en copropagación[125].

Para su aplicación a señales pulsantes, el tratamiento teórico de estos sistemas [19, 126, 127] se basa en las ecuaciones no lineales acopladas para las potencias que gobiernan el efecto SRS en un medio con pérdidas como la fibra (ecs.1.83 y 1.84) para después resolver la ecuación no lineal de propagación con la que se determina la evolución de la señal.

En este capítulo aportamos como principal resultado[128] el desarrollo de un nuevo modelo de amplificación *Raman* distribuida en contrapropagación en una línea de transmisión por fibra con dispersión constante a través de la aplicación del **Método de los Momentos**[129, 130]. Este método fue desarrollado en fecha tan lejana como 1971[131] y ha sido usado, por ejemplo, en el estudio del rendimiento de los sistemas de comunicaciones ópticas con tratamiento de la dispersión[132]. Proporciona una aproximación sencilla al estudio de la evolución de los parámetros del pulso, ayudándonos a la comprensión de lo que le sucede durante su propagación y con él encontramos las condiciones de lanzamiento óptimas que aseguran la mejor calidad en la transmisión de la información.

En primer lugar analizamos, mediante un tratamiento perturbativo, los parámetros de inicio del solitón, cuando la longitud de dispersión es mucho más grande que la distancia de separación entre estaciones de bombeos consecutivas y obtenemos soluciones analíticas para esos valores de lanzamiento de los pulsos, a saber, la potencia de pico, anchura y dependencia temporal de inicio de la fase de la envolvente, o *prechirp* en esta aproximación. A continuación, resolvemos numéricamente las ecuaciones de los momentos y evaluamos el comportamiento de esos parámetros durante la propagación para diferentes relaciones entre la longitud de dispersión L_D y la distancia a

la que se sitúan las estaciones de bombeo CW L_A . Por último comprobamos la validez del método comparando nuestros resultados con los que se obtienen al resolver numéricamente la ecuación de propagación mediante **Split-Step Fourier Method** (ver apéndice B) en estos sistemas.

2.4.1. DRA con bombeo en contrapropagación: Ecuaciones de los parámetros de propagación

Consideremos un sistema de comunicaciones ópticas con amplificación *Raman* distribuida DRA trabajando con bombeo CW en régimen de contrapropagación en una fibra con dispersión constante, como el presentado esquemáticamente en la Fig.2.7. Para modelizar la propagación de solitones ópticos en el mismo, hacemos uso de las ecuaciones propuestas en la sección 1.4; la envolvente del campo eléctrico de variación lenta que representa el perfil temporal del pulso solitónico $A(z, T)$, debe satisfacer la ecuación de propagación, con la presencia de las pérdidas de la fibra y el correspondiente coeficiente de ganancia procedente del proceso inducido por *SRS* a partir de las estaciones de bombeo dispuestas periódicamente a distancia L_A [128]:

$$\frac{\partial A_s}{\partial z} + i\frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A_s}{\partial T^2} + \frac{\Gamma_s(\Omega_R, z)}{2} A_s = i\gamma |A_s|^2 A_s \quad (2.34)$$

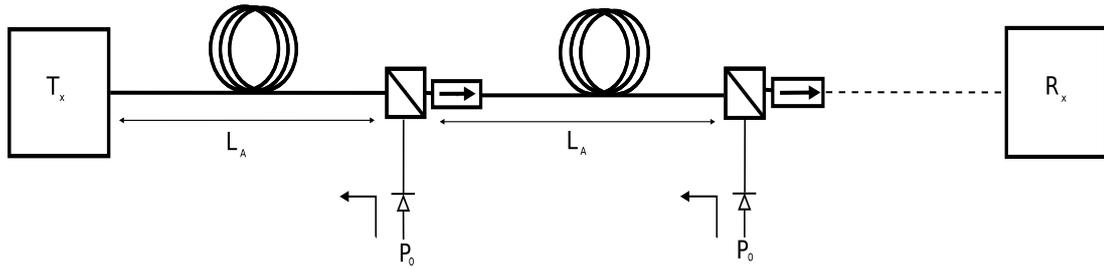


Figura 2.7: Esquema del sistema con dispersión constante de amplificación *Raman* distribuida en contrapropagación con emplazamiento de aisladores a la frecuencia de bombeo. La distancia entre las estaciones de bombeo viene dada por L_A .

donde z es la distancia de propagación, β_2 es el parámetro de dispersión en la velocidad de grupo constante en todo el tendido de fibra y γ es el coeficiente de respuesta no lineal. En este modelo despreciamos la reducción de bombeo (*non pump depletion*) provocada por la potencia promedio de la señal al ser mucho más pequeña que el efecto de las pérdidas. Como estudiaremos la propagación de solitones con anchura temporal en el orden de los picosegundos, también despreciamos términos dispersivos y no lineales de orden superior. Dado que el bombeo se está considerando en este modelo como una onda continua CW, de las ecuaciones (1.154) y (1.155) se deduce como en el pulso señal se introduce una constante de fase por efecto de la modulación de fase cruzada XPM que resulta irrelevante para el estudio de la evolución del solitón[29]. El coeficiente neto que da cuenta del balance entre

pérdidas y ganancia en cada tramo de amplificación de la fibra ($0 \leq z \leq L_A$)

en este sistema viene descrito por:

$$\Gamma_s(\Omega_R, z) = \alpha_s - \frac{1}{L_{eff}} \ln \left(G_{backward}(\Omega_R, z) \right) + g_R^{eff}(\Omega_R) P_p(L_A) \left(1 - \alpha_p L_{eff} \right) \quad (2.35)$$

La evolución de la potencia de bombeo en cada etapa de amplificación tendrá la forma de un decaimiento exponencial desde el punto donde es inyectado hasta el fin del tramo. La longitud efectiva de cada etapa de amplificación en este sistema DRA aparece explícitamente (ver ecuación (1.92)):

$$L_{eff} = \frac{1 - \exp(-\alpha_p L_A)}{\alpha_p} \quad (2.36)$$

de manera que en cada múltiplo de la distancia de amplificación L_A se coloca una estación de bombeo. El emplazamiento así mismo de aisladores en cada sección a la longitud de onda del bombeo, nos aseguran que bombeos consecutivos no se introducen en secciones de amplificación vecinas, evitando interacciones indeseadas y garantizando de este modo el rendimiento del sistema[69]. El perfil de ganancia $G_{backward}(\Omega_R, z)$ en el esquema de contrapropagación que utilizamos se obtiene a partir de la resolución de las ecuaciones acopladas en potencia entre bombeo y señal (1.83) y (1.84) como

hicimos en (1.89) de manera que:

$$G_{backward}(\Omega_R, z) = \frac{P_s(z)}{P_s(0) \exp(-\alpha_s z)} = \exp \left[\frac{g_R^{eff}(\Omega_R) P_p(L_A)}{\alpha_p} e^{-\alpha_p L_A} (e^{\alpha_p z} - 1) \right] \quad (2.37)$$

Para resolver la ecuación (2.34) usamos el **Método de los Momentos** que nos permite estudiar la evolución de pulsos ópticos en fibras[133]. Según este método cada pulso es tratado como una partícula cuya energía E en este régimen de propagación se define a partir del momento de orden cero:

$$E(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} |A(z, T)|^2 dT \quad (2.38)$$

y la posición temporal central T_m viene dada por el momento de primer orden:

$$T_m = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{+\infty} T |A(z, T)|^2 dT \quad (2.39)$$

donde $A(z, t)$ debe satisfacer la ecuación (2.34). La desviación cuadrática media (RMS) para la anchura temporal del pulso se define a partir del momento de segundo orden:

$$\sigma^2 = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{+\infty} (T - T_m)^2 |A(z, T)|^2 dT \quad (2.40)$$

La anchura exacta se relaciona con la RMS de la anchura mediante un factor constante que depende de la forma de funcional de cada pulso[129].

Introducimos un momento más relacionado con el chirp mediante el mismo factor:

$$\tilde{C} = \frac{i}{2E} \int_{-\infty}^{+\infty} (T - T_m) \left(A^* \frac{\partial A}{\partial T} - A \frac{\partial A^*}{\partial T} \right) dT \quad (2.41)$$

Estos momentos describen los parámetros del pulso que evolucionarán siguiendo un conjunto de ecuaciones dependientes de la forma funcional que tomemos para el pulso.

Ahora bien, podemos considerar que esa forma funcional es conocida a priori con muy buen grado de aproximación. En el caso de un sistema con dispersión constante como el que estamos estudiando, podemos suponer que la transmisión de solitones regenerados en contrapropagación por efecto del scattering *Raman* estimulado tras cada etapa de bombeo, mantiene la forma de secante hiperbólica de los mismos. Eso a pesar de los cambios en la anchura y la potencia de pico que experimentan los pulsos en la cadena de la señal a lo largo de su propagación. Como solución consideramos que la amplitud perturbada del solitón fundamental vendrá dada por[133]:

$$A(z, T) = a(z) \operatorname{sech}\left(\frac{T - T_m}{\tau(z)}\right) \exp\left[\frac{i\phi - iC(z)(T - T_m)^2}{2\tau^2(z)}\right] \quad (2.42)$$

donde el factor de fase ϕ no depende del tiempo y la posición central T_m del pulso no depende de z al despreciar efectos dispersivos y no lineales de orden superior.⁴ El parámetro de anchura τ y el parámetro de chirp C que aparecen en (2.42) se relacionan con el RMS de la anchura temporal y el

⁴El pulso solitón en cada bit se considerará simétrico por tanto. No se tienen en cuenta distorsiones que puedan producirse en la simetría temporal del mismo que aparecerían con pulsos de tamaño más pequeño que $T_0 \sim 1 \text{ ps}$.

momento \tilde{C} mediante un factor constante K (ver apéndice **C**), de manera que $\tau^2 = K\sigma^2 = (12/\pi^2)\sigma^2$ y $C = K\tilde{C} = (12/\pi^2)\tilde{C}$.

Como podemos comprobar todos los parámetros representan valores locales y cambian con la dirección axial de la fibra z . Si introducimos (2.42) en la ecuación no lineal de propagación con el término de amplificación *Raman*, teniendo en cuenta que no incluye términos dispersivos y no lineales de orden superior, y de acuerdo con las definiciones dadas para los momentos, se encuentra que los parámetros del pulso se rigen por el sistema de ecuaciones acopladas de energía, anchura y chirp (ver apéndice **C**):

$$\frac{dE}{dz} = -\Gamma_s(\Omega_R, z)E \quad (2.43)$$

$$\frac{d\tau}{dz} = \frac{\beta_2 C}{\tau} \quad (2.44)$$

$$\frac{dC}{dz} = \left(\frac{4}{\pi^2} + C^2\right)\frac{\beta_2}{\tau^2} + \frac{2\gamma E}{\pi^2\tau} \quad (2.45)$$

Estas ecuaciones son similares a las que se obtienen usando el método variacional[134]; en nuestro caso hemos incluido el término que proporciona el balance entre pérdidas y ganancia del sistema $\Gamma_s(\Omega_R, z)$ que depende de la coordenada axial z y de la *shift Raman* entre bombeo y señal. En ellas vamos a aplicar el cambio de variable dado por:

$$e(z) = E/E_0 \quad W = \tau/T_0 \quad (2.46)$$

con $E_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} |A(0, T)|^2 dT$ la energía en $z = 0$ de cada solitón y T_0 la anchura inicial, de manera que la longitud de dispersión es $L_D = T_0^2/\beta_2$ como ya hemos indicado. Así mismo, usamos como distancia normalizada $\xi = z/L_A$, con la separación entre sucesivas estaciones de bombeo L_A . De esta forma la ecuación (2.43) está desacoplada y permite seguir la evolución de la energía del pulso al transformarse en:

$$\frac{de}{d\xi} = \left(g_R^{eff}(\Omega_R) P_p(L_A) \exp[-\alpha L_A(1 - \xi)] \right) L_A e \quad (2.47)$$

cuya solución sería:

$$e(\xi) = e_0 \exp \left[\frac{g_R^{eff}(\Omega_R) P_p(L_A)}{\alpha} e^{-\alpha L_A} (e^{\alpha L_A \xi} - 1) - \alpha L_A \xi \right] \quad (2.48)$$

donde hemos tomado $\alpha_p = \alpha_s = \alpha$. Si $P_0(z = 0)$ representa el pico de potencia del solitón a la entrada de la fibra, entonces $E_0 = 2T_0 P_0(z = 0)$. Imponiendo que al final de cada tramo de amplificación el pulso debe ser regenerado completamente, la potencia de bombeo $P_p(L_A)$ se puede obtener a partir de (2.48) con la condición $e(0) = e(1) = 1$, de forma que:

$$P_p(L_A) = \frac{\alpha L_A}{g_R^{eff}(\Omega_R) L_{eff}} \quad (2.49)$$

Considerado el régimen de propagación anómalo para la dispersión de grupo ($\beta_2 < 0$), entonces las ecuaciones de los momentos para la anchura del solitón perturbado (2.44) y para el chirp (2.45), se podrán escribir:

$$\frac{dW}{d\xi} = -z_A \frac{C}{W} \quad (2.50)$$

$$\frac{dC}{d\xi} = \frac{4}{\pi^2} z_A N^2 \frac{e}{W} - \left(\frac{4}{\pi^2} + C^2 \right) \frac{z_A}{W^2} \quad (2.51)$$

donde $z_A = L_A/L_D$ representa el parámetro normalizado de longitud entre estaciones de bombeo consecutivas y $N^2 = \gamma P_0 L_D$ es el pico de potencia inicial normalizado (orden del solitón) según vimos en (2.15). La idea básica es conseguir una solución periódica a estos parámetros de manera que el pulso solitónico perturbado que describimos recupere sus valores iniciales (salvo un factor de fase) después de cada etapa de amplificación, con los bombeos en contrapropagación situados en múltiplos de la distancia L_A . Las condiciones de contorno que nos interesan son lógicamente las que nos aseguren la periodicidad de los parámetros de lanzamiento:

$$C(0) = C(1) \quad W(0) = W(1) = 1 \quad (2.52)$$

2.5. Validación del modelo de amplificación

Raman DRA

En general, una solución completa del problema planteado exigiría la resolución numérica de las ecuaciones (2.50) y (2.51). Dada su naturaleza

multiparamétrica, una búsqueda exhaustiva y sistemática de soluciones periódicas exigiría un costoso esfuerzo de tiempo.

En una primera aproximación, proponemos como solución la que obtenemos mediante un tratamiento perturbativo en el dominio de $z_A \ll 1$, es decir cuando la longitud de amplificación L_A es mucho más pequeña que la longitud de dispersión L_D . En ese caso, tanto el ancho como el chirp variarán poco de sus valores iniciales. Si realizamos un desarrollo hasta segundo orden en z_A para ambas variables:

$$W(\xi) = W_0 + W_1(\xi)z_A + W_2(\xi)z_A^2 \quad (2.53)$$

$$C(\xi) = C_0 + C_1(\xi)z_A + C_2(\xi)z_A^2 \quad (2.54)$$

donde en el caso en el que no haya pérdidas $W_0 = 1$ y $C_0 = 0$, con lo que este desarrollo perturbativo queda:

$$W(\xi) = 1 + W_1(\xi)z_A + W_2(\xi)z_A^2 \quad (2.55)$$

$$C(\xi) = C_1(\xi)z_A + C_2(\xi)z_A^2 \quad (2.56)$$

Al introducir estas expresiones en la ecuación diferencial (2.50) obtenemos:

$$W(\xi) \frac{dW}{d\xi} = z_A C(\xi)$$

$$\left(1 + W_1 z_A + W_2 z_A^2\right) \left(z_A \frac{dW_1}{d\xi} + z_A^2 \frac{dW_2}{d\xi}\right) = -z_A^2 C_1 - z_A^3 C_2$$

Igualando términos en potencias de z_A , se deduce que

$$\frac{dW_1}{d\xi} = 0 \quad \frac{dW_2}{d\xi} = -C_1 \quad (2.57)$$

Por otro lado de la ecuación para la evolución del chirp (2.51) se obtiene:

$$\begin{aligned} \left(1 + W_1 z_A + W_2 z_A^2\right) \left(z_A \frac{dC_1}{d\xi} + z_A^2 \frac{dC_2}{d\xi}\right) &= \frac{4z_A N^2}{\pi^2} e(\xi) \left(1 + W_1 z_A + W_2 z_A^2\right) - \\ &\quad - \left(\frac{4}{\pi^2} + (C_1 z_A + C_2 z_A^2)^2\right) z_A \end{aligned}$$

En z_A tendremos (si despreciamos términos z_A^n con $n \geq 2$):

$$\frac{dC_1}{d\xi} = \frac{4}{\pi^2} \left(N^2 e(\xi) - 1\right) \quad (2.58)$$

Admitiendo a partir de (2.52) que el parámetro de anchura normalizado no presenta correcciones de primer orden ($W_1(\xi) = 0$), el conjunto formado por las ecuaciones (2.57) y (2.58) con las condiciones de contorno dadas puede resolverse por integración directa, conocida la forma funcional de $e(\xi)$ según (2.48) en este sistema DRA. En la corrección de primer orden para el chirp nos queda:

$$0 = \left[C_1(\xi)\right]_0^1 = \frac{4}{\pi^2} \int_0^1 \left[N^2 \exp\left(\frac{g_R^{eff}(\Omega_R) P_p(L_A)}{\alpha} e^{-\alpha L_A} (e^{\alpha L_A \xi} - 1) - \alpha L_A \xi\right) - 1 \right] d\xi \quad (2.59)$$

A partir de esta ecuación, utilizamos la siguiente asignación de variables:

$$a \equiv \frac{g_R^{eff}(\Omega_R) P_p(L_A)}{\alpha} e^{-\alpha L_A} \quad b \equiv \alpha L_A \quad (2.60)$$

y dado que $C_1(0) = C_1(1)$ se tiene:

$$\int_0^1 \left[N^2 \exp \left(a(e^{b\xi} - 1) - b\xi \right) - 1 \right] = 0 \quad (2.61)$$

Al resolver la integral, podemos despejar y obtener una expresión analítica para el pico de potencia normalizado del solitón que asegura la condición de periodicidad del chirp:

$$N^2 = \frac{b e^{a+b}}{e^{a+b} - e^{a e^b} + a e^b \left(E_i(a e^b) - E_i(a) \right)} \quad (2.62)$$

donde $E_i(x)$ representa la función integral exponencial definida por[135]:

$$E_i(x) = \int_{-\infty}^x \frac{e^t}{t} dt \quad (x > 0) \quad (2.63)$$

Si usamos el valor dado para la potencia de bombeo según (2.49), la expresión normalizada para la potencia de pico (2.62) con la que habría que inyectar en la fibra cada solitón se puede reordenar en la forma:

$$N^2 = \frac{G - 1}{G} \frac{\exp(\Lambda)}{E_i(\Lambda) - E_i(\Lambda/G)} \quad (2.64)$$

Aquí $G = \exp(\alpha L_A)$ representa la ganancia total del DRA en el tramo L_A y

Λ es el factor de regeneración para los solitones[86]:

$$\Lambda = \left[\frac{1}{L_A} \int_0^{L_A} \exp(-\alpha z) dz \right]^{-1} = \frac{\alpha L_A}{1 - \exp(-\alpha L_A)} = \frac{G \ln G}{G - 1} \quad (2.65)$$

En ausencia de bombeo en contrapropagación, $P_P(L_A) = 0$ y el parámetro $a = 0$. En este caso, la evolución en energía de cada pulso vendría controlada

por el decaimiento exponencial provocado por las pérdidas, con lo que la condición de periodicidad daría para el orden del solitón:

$$N_{P_p=0}^2 = \frac{b e^b}{e^b - 1} = \frac{\alpha L_A}{1 - e^{-\alpha L_A}} = \Lambda \quad (2.66)$$

resultado que coincide con el caso estudiado por *Liao* y *Agrawal* (2000)[121] en un sistema de transmisión de solitones prechirpeados en régimen de amplificación segmentada con fibras de dispersión constante.

De la misma forma, podemos aplicar las condiciones de contorno para el ancho normalizado $W_2(0) = W_1(1)$ con el fin de encontrar el chirp óptimo de entrada en esta aproximación $z_A \ll 1$. A partir de (2.58) la evolución del término en primer orden del chirp se obtiene a partir de:

$$C_1(\xi) = \frac{4}{\pi^2} \int_0^1 \left[N^2 \exp \left(a(e^{b\xi} - 1) - b\xi \right) - 1 \right] + C_1(0) \quad (2.67)$$

El resultado de la integración para $C_1(\xi)$ en términos de N^2 y los parámetros a y b quedaría:

$$C_1(\xi) - C_1(0) = \frac{4}{\pi^2} \left[-\xi + \frac{N^2}{b} \left(1 + a e^{-a} \left[E_i(a e^{b\xi}) - E_i(a) \right] - \exp\{a(e^{b\xi} - 1) - b\xi\} \right) \right] \quad (2.68)$$

Entonces a partir de (2.57) se tendría de nuevo integrando para el coeficiente de orden 2 del ancho normalizado W_2 en esta aproximación perturbativa con la condición $W_2(0) = W_2(1)$

$$W_2(1) - W_2(0) = - \int_0^1 C_1(\xi) d\xi = 0 \quad (2.69)$$

De donde podemos obtener de forma analítica la expresión para el chirp inicial sin más que sustituir la expresión funcional de $C_1(\xi)$:

$$C_1(0) = \frac{2}{\pi^2} - \frac{4N^2}{b^2\pi^2} \left[b \left(1 - ae^{-a} E_i(a) \right) - ae^{-a} \int_1^{e^b} \frac{E_i(au)}{u} du + \right. \\ \left. + b \int_0^1 \exp \{ a(e^{b\xi} - 1) - b\xi \} d\xi \right] \quad (2.70)$$

Si utilizamos el valor de N^2 según (2.64) y hacemos uso de las definiciones de la ganancia G del DRA en el tramo de amplificación y del factor de regeneración introducidas anteriormente, obtenemos como expresión compacta para el valor de chirp de inicio:

$$C_1(0) = -\frac{2}{\pi^2} \frac{\mathcal{A} + \mathcal{B} + \mathcal{D}}{G(G-1) \ln G [E_i(\Lambda) - E_i(\Lambda/G)]} \quad (2.71)$$

En ella hemos usado las siguientes identificaciones:

$$\mathcal{A} \equiv 2 \exp(\Lambda) - 4 \exp\left(\frac{\Lambda(2G-1)}{G}\right) + 2 \exp\left(\frac{\Lambda(3G-2)}{G}\right) + \\ + G(G-1)(2\gamma_E + \ln G) \ln G \quad (2.72)$$

$$\mathcal{B} \equiv -G(G-1) \left[(\ln G - 2) E_i\left(\frac{\Lambda}{G}\right) + (\ln G + 2) E_i(\Lambda) \right] \quad (2.73)$$

$$\mathcal{D} \equiv 2G \ln G \left(G \mathcal{F}(\Lambda) - \mathcal{F}\left(\frac{\Lambda}{G}\right) + (G-1) \ln\left(\frac{\Lambda}{G}\right) \right) \quad (2.74)$$

en las que γ_E es la constante de *Euler-Mascheroni*, definida como el límite de la diferencia de la sucesión de sumas parciales de la serie armónica y el logaritmo neperiano[136]:

$$\gamma_E = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} - \ln(n) \right] = - \int_0^{+\infty} \frac{\ln(x)}{e^x} dx \quad (2.75)$$

con el valor aproximado de:

$$\gamma_E \simeq 0,5772156654902\dots$$

Por otro lado $\mathcal{F}(x)$ es la función hipergeométrica generalizada definida a partir de la serie[135]:

$$\mathcal{F}(x) \equiv {}_3F_3(1, 1, 1; 2, 2, 2; x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^n}{(n+1)^3 n!} \quad (2.76)$$

Comprobamos que en ausencia de bombeo $P_p = 0$ en la ecuación (2.70) el parámetro $a = 0$, con lo que el chirp inicial para asegurar la periodicidad de la anchura del solitón en esta aproximación quedaría:

$$C_1(0)_{P_p=0} = \frac{4}{\pi^2} \left[\frac{1}{2} - \frac{N^2}{b} + \frac{N^2}{b} (1 - \exp(-b)) \right] \quad (2.77)$$

y si sustituimos la forma de N^2 con $P_p = 0$ quedaría:

$$C_1(0)_{P_p=0} = \frac{4}{\pi^2} \left[\frac{1}{2} + \frac{(G-1) - G \ln G}{(G-1) \ln G} \right] \quad (2.78)$$

En la Fig.2.8 hemos representado las formas funcionales de la potencia normalizada de pico y el chirp de entrada del solitón frente a varias longitudes normalizadas de amplificación αL_A en esta aproximación de $z_A \ll 1$ con bombeo en contrapropagación, según las expresiones analíticas encontradas (2.64) y (2.71). Aparecen comparadas con las que se obtienen en el caso de la amplificación segmentada, según [121], donde sólo al final de cada tramo

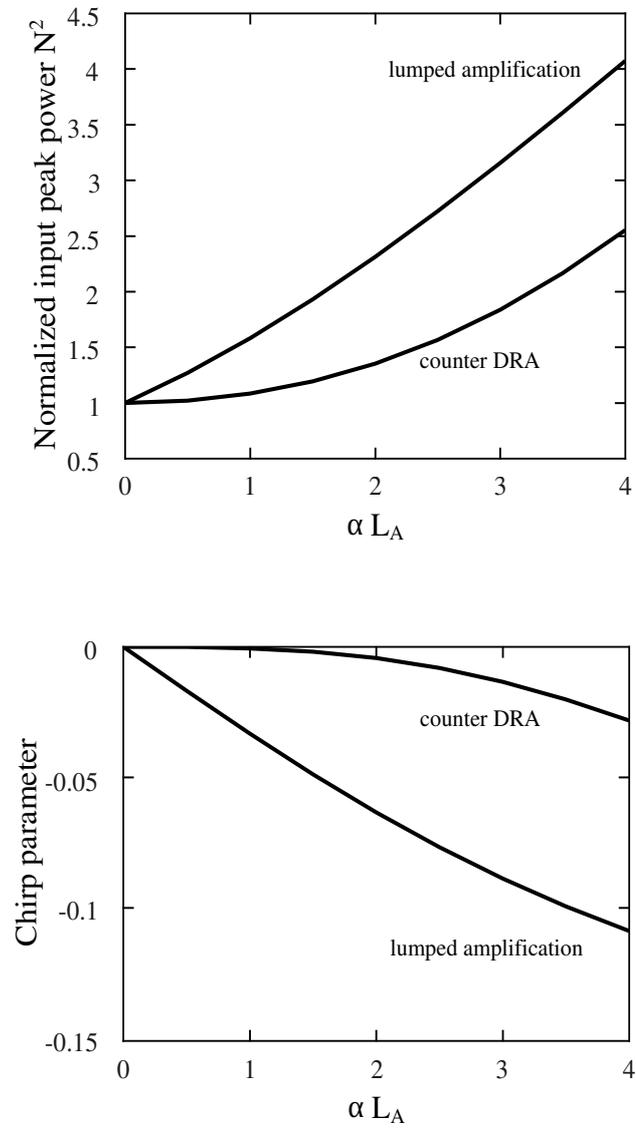


Figura 2.8: Pico de potencia normalizada N^2 y chirp inicial para $z_A \ll 1$ en amplificación *Raman* en contrapropagación y en amplificación segmentada (según *Liao and Agrawal (2000)*) para diferentes longitudes normalizadas de amplificación αL_A .

L_A se regenera la energía del pulso. De su análisis destacamos las siguientes conclusiones:

1. Como podemos observar en este régimen $z_A \ll 1$, en el que los efectos dispersivos no son demasiado importantes, el pico de potencia exigido para los solitones con el fin de garantizar al final del tramo de amplificación el mismo chirp y el mismo ancho, es más pequeño para nuestro sistema DRA que en el caso de amplificación segmentada o *lumped amplification*. Esto es lógico, debido a que en nuestro modelo los pulsos se van amplificando de forma distribuida a lo largo de su propagación por el tramo mediante el proceso SRS, mientras que en el caso *lumped* evolucionan bajo acción de las pérdidas hasta el final del mismo, donde se regenerarían.
2. Igualmente, se puede observar que la necesidad de *prechirpear* los pulsos desde su inicio como técnica efectiva de precompensación de la dispersión, es menor también en nuestro sistema que en el modelo *lumped*. Esto se debe a que la regeneración de la energía mediante la amplificación distribuida permite que la potencia de los pulsos no caiga hasta niveles por debajo de los cuales los fenómenos no lineales no compensen adecuadamente a los dispersivos, con lo que la transmisión podría quedar fuera de unos márgenes adecuados de calidad. De ahí que

la amplificación *lumped* exija forzar más la fase de inicio con el objetivo de asegurar condiciones periódicas de propagación.

Con el fin de extender nuestro estudio a aquellos sistemas con amplificación *Raman* distribuida en los que la separación entre estaciones de bombeo sea igual o superior a la longitud de dispersión ($z_A \geq 1$), debemos resolver numéricamente el conjunto de ecuaciones acopladas de los momentos para el ancho normalizado (2.50) y parámetro de chirp (2.51). En ellas incluimos la expresión para la evolución de la energía dada por (2.48) correspondiente a un sistema de transmisión con bombeo en contrapropagación, tal y como hemos propuesto.

Para una distancia entre bombeos consecutivos L_A fija, la forma genérica de nuestro sistema de ecuaciones acopladas puede resolverse numéricamente (ver apéndice **D**) mediante un algoritmo basado en los métodos de *Runge-Kutta-Fehlberg*(R-K-F) con coeficientes de 6º orden de *Cash-Karp*[137]. Para su implementación, hemos fijado también el valor de ganancia *Raman* máximo efectivo de $g_R^{eff}(\Omega_R) = 1,4 (Km \cdot W)^{-1}$ cuando las longitudes de onda de la señal y el bombeo son respectivamente $\lambda_s = 1550 \text{ nm}$ y $\lambda_p = 1450 \text{ nm}$, con una sección eficaz de interacción en el núcleo de la fibra típica de $A_{eff}^{ps} = 50 \times 10^{-12} \text{ m}^2$ y con $\alpha_p = \alpha_s = \alpha = 0,21 \text{ dB/Km}$, valor típico de pérdidas en las fibras en esas longitudes de onda[5].

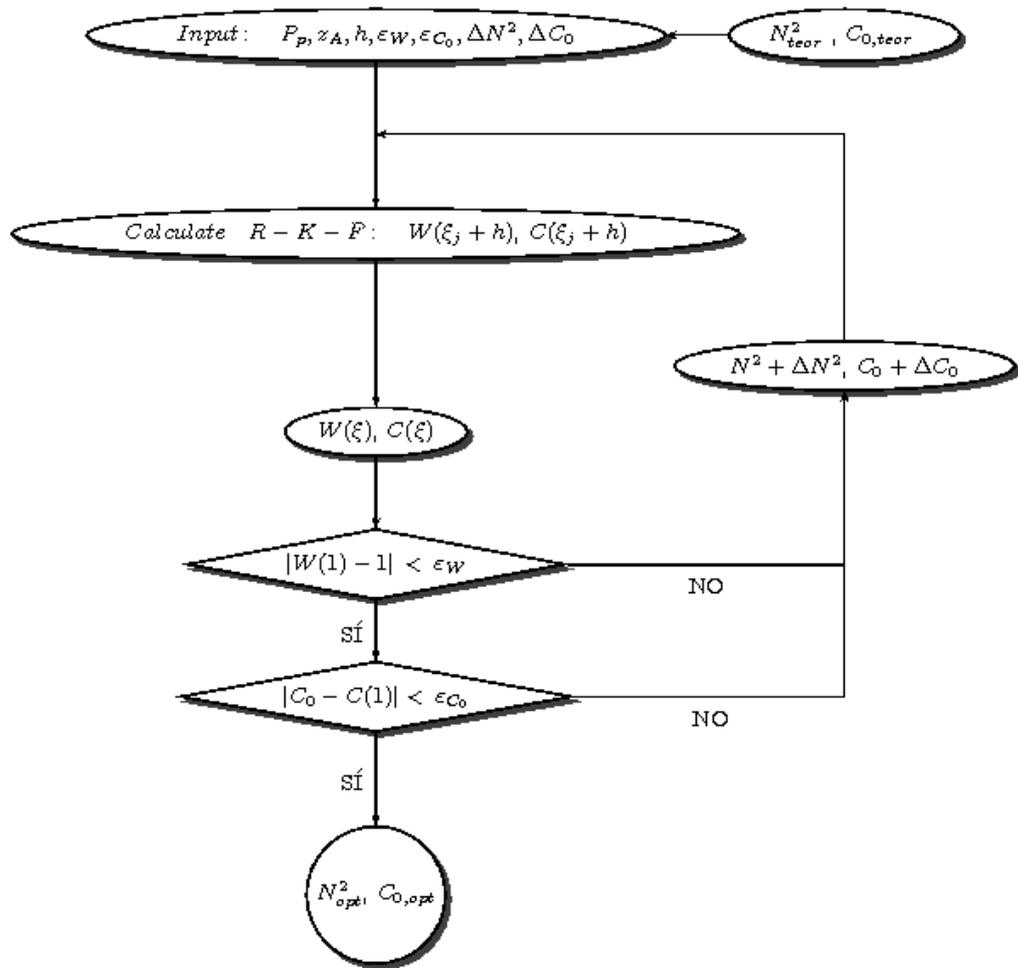


Figura 2.9: Diagrama de flujo del algoritmo que hemos utilizado para la búsqueda del pico de potencia normalizado y chirp óptimos con los que lanzar los solitones en un sistema DRA en contrapropagación a partir de las ecuaciones de los momentos.

Partiendo de las expresiones analíticas para la potencia normalizada de pico del solitón y del chirp de inicio en la aproximación ($z_A \ll 1$) de la sección anterior, hemos ido variando el valor de la distancia de dispersión L_D y, por lo tanto, del parámetro adimensional z_A , hasta encontrar los valores de N^2 y de C_0 que en cada z_A aseguran la periodicidad compatible con las condiciones de contorno dadas por (2.52).

Hemos tomado un valor de separación estándar entre estaciones de bombeo igual a $L_A = 40 \text{ km}$, con lo que la ganancia será de $G = \exp(\alpha L_A) = 10$ ($\alpha L_A = 2,3$) en cada tramo de amplificación. En la Fig.2.9 se representa el diagrama de flujo del algoritmo que hemos utilizado para encontrar en cada z_A los valores de potencia de pico normalizada y chirp óptimos de inicio con los que asegurar las condiciones de periodicidad buscadas en el ancho y en el chirp. Una vez que se completa cada tramo de amplificación, la energía de los solitones se habrá regenerado completamente a través del proceso de scattering *Raman* estimulado con la elección de la potencia de bombeo adecuada según (2.49).

Los resultados de nuestros cálculos para un rango de valores desde $z_A = 0$ hasta $z_A = 5$ aparecen recogidos en la Fig.2.10, en la que se puede apreciar que cuando $z_A \ll 1$, la potencia de lanzamiento normalizada para el solitón coincide numéricamente con la proporcionada con la expresión analítica dada

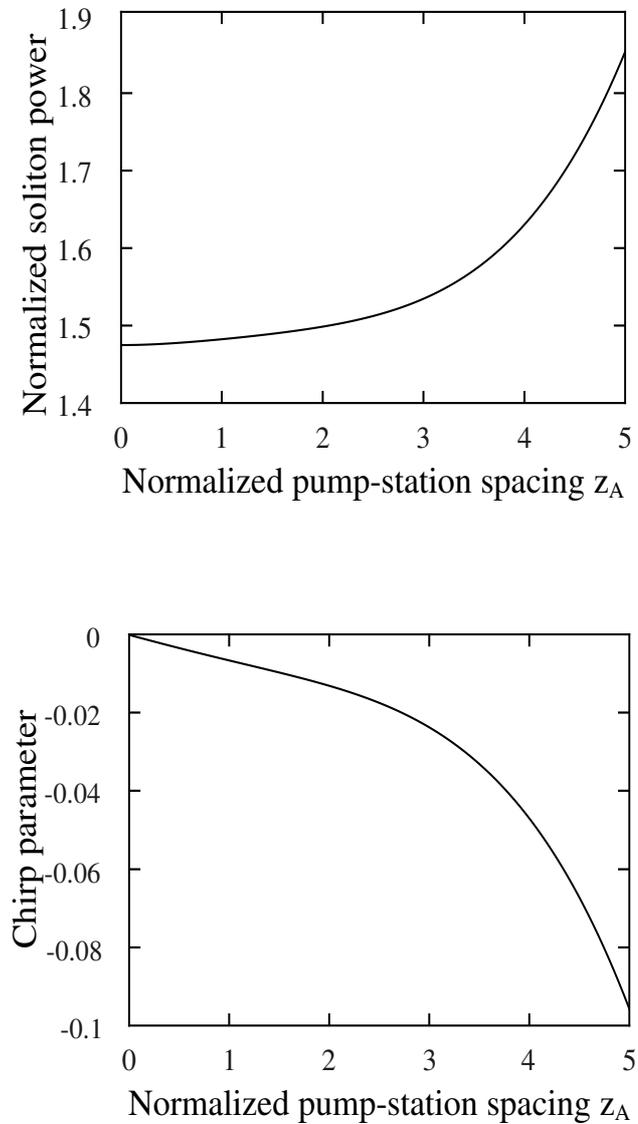


Figura 2.10: Potencia de pico normalizada y chirp de inicio óptimos del solitón en un sistema DRA en contrapropagación en función de la distancia normalizada de amplificación z_A . Han sido obtenidos mediante resolución numérica de las ecuaciones de los momentos cuando las estaciones de bombeo consecutivas están separadas 40 km .

en (2.64) válida para ese límite. Así mismo se puede observar que los valores de chirp son negativos, pero pequeños en valor absoluto. A medida que la longitud de dispersión se reduce, z_A va aumentando y la potencia de pico con la que debemos inyectar cada solitón en la cadena de información es mayor, con una variación de alrededor un 20% para este rango. Mientras el chirp necesario sigue siendo bajo (*low prechirping*) y apenas si alcanza un 10% de variación con respecto al caso en el que no se modifica la componente temporal de la fase de los pulsos al introducirlos en la fibra (*unchirped case*). El punto a destacar es que un solitón chirpeado convenientemente puede propagarse según nuestro modelo a través de los distintos tramos de amplificación de forma periódica. Es precisamente ese manejo de inicio en la fase temporal del pulso el que permite un mayor espaciamiento entre las estaciones de bombeo, sobrepasando incluso la longitud de dispersión. Pero es el control en la potencia de bombeo en este sistema de amplificación *Raman* en contrapropagación el factor más importante para asegurar las condiciones de periodicidad requeridas. Esto es debido a que en tales sistemas la potencia del solitón evoluciona regenerándose durante el trayecto de manera que no es necesario compensar de inicio con un alto valor de chirp la fase, ya que los efectos no lineales se mantienen dentro de los niveles necesarios para que los efectos dispersivos no deterioren el pulso irreversiblemente[128].

A continuación analizamos precisamente la influencia que tiene en esa propagación la elección de los valores óptimos si sobre ellos producimos variaciones hasta un determinado nivel.

2.5.1. Influencia de la potencia de pico

Si queremos estudiar el grado de dependencia del chirp y el ancho normalizado con las condiciones de lanzamiento obtenidas anteriormente, determinamos su evolución periódica entre dos estaciones de bombeo consecutivas respecto a la variable longitudinal ξ para dos situaciones distintas:

- (a) Cuando la longitud del tramo de amplificación L_A es menor que L_D , y por tanto $z_A < 1$.
- (b) En el caso en que la longitud de dispersión L_D sea más pequeña que L_A , es decir, $z_A > 1$.

Para ello hemos resuelto numéricamente las ecuaciones de los momentos para el ancho normalizado y el chirp. En la Fig.2.11 se muestra el comportamiento de estos parámetros cuando usamos el chirp inicial óptimo y tomamos un 10 % de variación por encima y por debajo de la potencia normalizada óptima para $z_A = 0,5$ y $z_A = 2$. De su análisis se puede deducir:

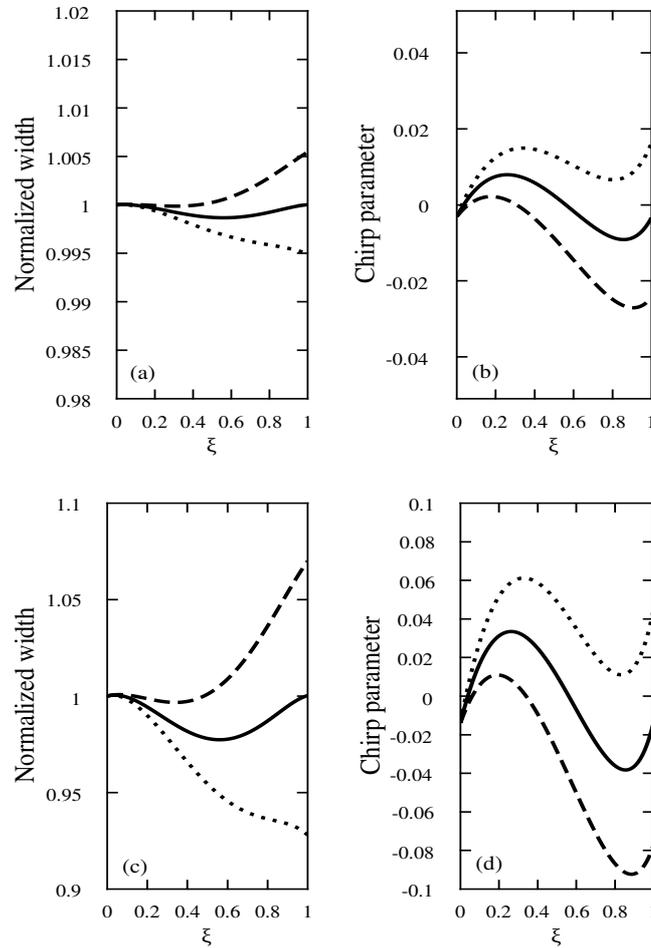


Figura 2.11: Evolución de la anchura normalizada y del chirp tal y como predice el **Método de los Momentos** en una etapa de amplificación cuando se usa el chirp óptimo con diferentes picos de potencia normalizada de inicio: potencia óptima (—), con una variación del 10% por encima (\cdots) y 10% por debajo(---). La longitud de amplificación es de $z_A = 0,5$ para (a) y (b); $z_A = 2$ para (c) y (d).

- Las variaciones en la anchura y el chirp son pequeñas cuando $z_A < 1$.
- Si la longitud de dispersión es más pequeña que la separación entre las estaciones de bombeo, entonces la variación en ambos parámetros es superior al 4 %.
- La necesidad de lanzamiento con la potencia óptima es más evidente en este último régimen ($z_A > 1$) con amplificación *Raman* en contrapropagación ya que los efectos dispersivos son mejor compensados mientras el pulso va ganando energía durante su propagación.

Como ya apuntamos, para comprobar la validez de nuestros resultados, que están basados en las ecuaciones de los momentos, planteamos la resolución directa de la ecuación no lineal de propagación (2.34) en las condiciones de nuestro sistema de comunicaciones. Hemos utilizado como método numérico el **SSFM**[14] que describimos en el apéndice **B**. En la Fig.2.12 mostramos los resultados de nuestra solución numérica considerando 10 etapas de amplificación consecutivas en este sistema con bombeo en contrapropagación. Para su tratamiento utilizamos la definición de:

$$\begin{aligned}
 RMS_{width}(\xi) &= \langle T^2 \rangle_{\xi} - \langle T_m \rangle_{\xi}^2 = \\
 &= \frac{\int_{-T_b/2}^{+T_b/2} T^2 |A(\xi, T)|^2 dT}{\int_{-T_b/2}^{+T_b/2} |A(\xi, T)|^2 dT} - \left[\frac{\int_{-T_b/2}^{+T_b/2} T |A(\xi, T)|^2 dT}{\int_{-T_b/2}^{+T_b/2} |A(\xi, T)|^2 dT} \right]^2
 \end{aligned} \tag{2.79}$$

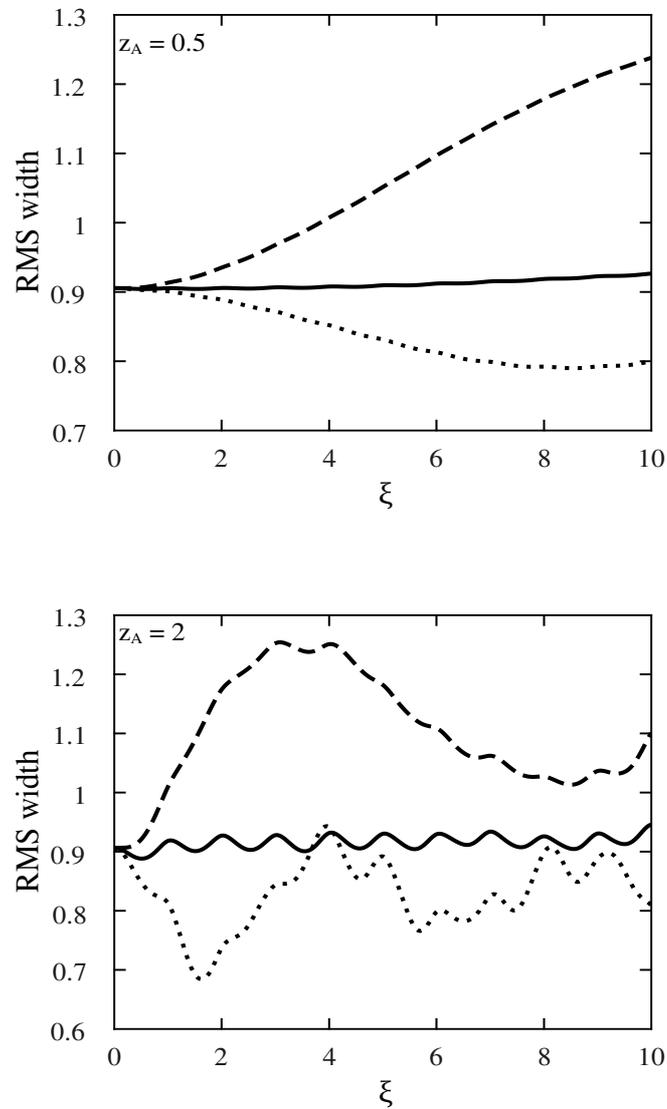


Figura 2.12: Desviación cuadrática media (RMS) de la anchura del solitón

perturbado en 10 etapas de amplificación calculada a partir de la solución numérica de la ecuación de propagación mediante SSFM. El valor para las condiciones de lanzamiento óptimas aparece en (—), mientras que las variaciones del 10% sobre la potencia óptima son las mismas que en la Fig.2.11 para $z_A = 0,5$ y $z_A = 2$.

donde T_b representa el tamaño del bit donde se sitúa cada uno de los solitones. Hemos usado este parámetro desviación cuadrática media (RMS_{width}) del perfil temporal del pulso como medida de su anchura[138], habida cuenta de que durante la propagación el solitón chirpeado pudiera llegar a ser distinto del solitón estándar, y su anchura y amplitud no tienen porqué estar inversamente relacionadas[36]. Los cálculos se han realizado en las mismas condiciones para valores del parámetro $z_A = 0,5$ y $z_A = 2$, fijando el chirp óptimo y variando en un 10% la potencia óptima de lanzamiento encontrada con el **Método de los Momentos**. Se puede observar que:

- Tanto para valores de la distancia de amplificación inferiores como superiores respecto a la distancia de dispersión, la elección de las condiciones de lanzamiento óptimas que proponemos reproduce el mismo RMS_{width} al final del tramo que el que tenían los pulsos inicialmente.
- El cambio en la potencias de inicio produce variaciones en el RMS_{width} y la condición de periodicidad se pierde, efecto más acusado para $z_A = 2$.

Para analizar con mayor detalle el mantenimiento de las condición periódica en la anchura que imponemos para encontrar los valores óptimos de lanzamiento, hemos comparado la variación del parámetro RMS_{width} en 50

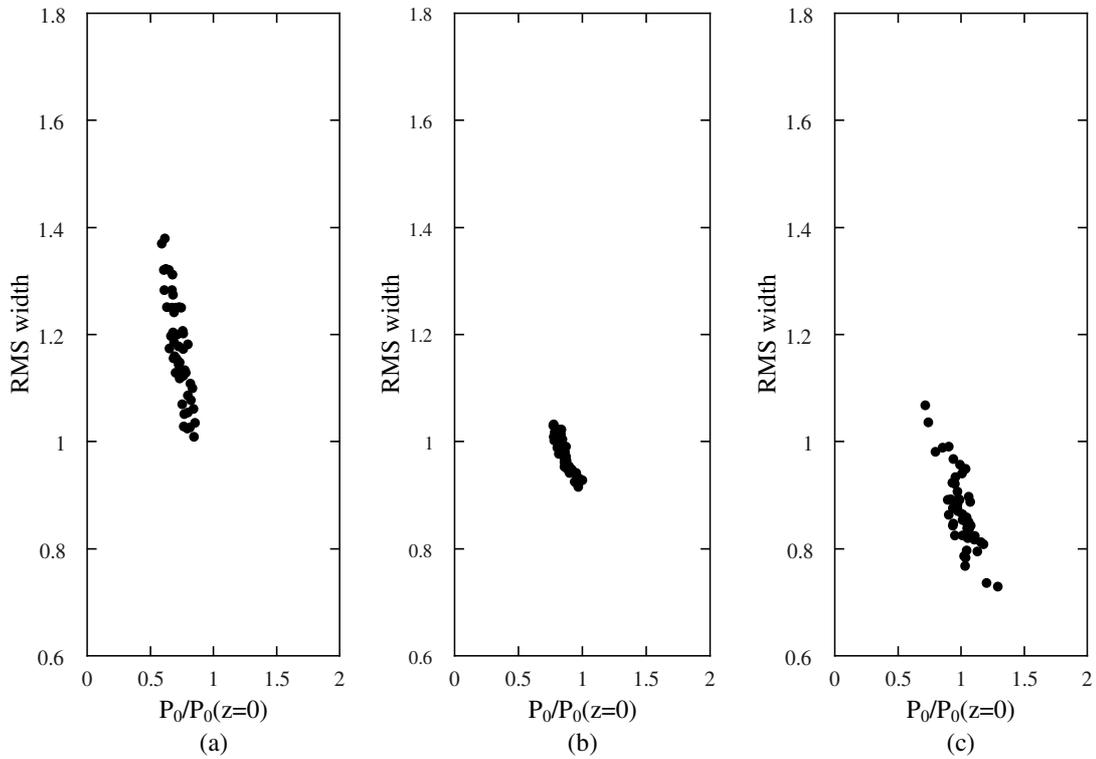


Figura 2.13: Mapas de *Poincaré* obtenidos representando el parámetro RMS_{width}

frente al pico normalizado de potencia a la inicialmente inyectada tras cada una de las 50 etapas de amplificación consecutivas ($2000\ km$) para z_A : (a) $P_0(z = 0)$ está 10% por debajo de la potencia óptima, (b) cuando $P_0(z = 0)$ es la potencia óptima y (c) cuando $P_0(z = 0)$ es un 10% más alta. En todos los casos se ha utilizado el parámetro de chirp óptimo.

etapas de amplificación (2000 km) entre bombeos por medio de mapas de *Poincaré*. En estos se superpone gráficamente el valor resultante al final de cada tramo y permite una visualización más detallada de la región donde el parámetro varía a lo largo de la longitud total del tendido de fibra. En la Fig.2.13 se muestran nuestros resultados para $z_A = 2$ en tres casos:

- (a) Cuando la potencia inyectada $P_0(z = 0)$ es un 10 % más baja que el valor óptimo encontrado.
- (b) Cuando lanzamos la cadena de solitones cada uno con su potencia óptima.
- (c) En el caso de que la potencia de inicio $P_0(z = 0)$ es un 10 % más alto que la óptima.

Se puede comprobar como, después de muchas etapas de amplificación, la apropiada selección de la potencia del solitón concentra los puntos representados en el diagrama en una región más pequeña que en el resto de los casos en los que se varía la potencia de su valor óptimo. Esto garantiza la calidad de la transmisión y confirma la validez de nuestro modelo para seleccionar la potencia a inyectar de inicio en este esquema de propagación.

Como no hay un deterioro severo de los pulsos y habida cuenta del término cuadrático que aparece en (2.42), también hemos calculado el valor del parámetro del chirp mediante un ajuste parabólico de la fase del pulso en la

vecindad de $T = 0$ a lo largo de la propagación que realizamos numéricamente con el método de **SSF**M. En la Fig.2.14 se presentan nuestros resultados para los mismos valores del parámetro z_A que en casos anteriores. Del análisis de esta figura podemos concluir que:

- Para el caso en el que el solitón de inicio tiene la potencia y chirp óptimos, (a) y (c), el chirp mantiene bastante bien las condiciones de periodicidad, incluso cuando la longitud de dispersión es la mitad de la distancia entre bombeos.
- Esa periodicidad se rompe, (b) y (c), cuando la potencia se desvía de su valor óptimo y presenta un amplio rango de variabilidad.

2.5.2. Influencia del prechirpeado

Para comprobar la influencia que el control de la dependencia temporal de la fase en $z = 0$ tiene sobre la propagación estable para la transmisión de solitones en este sistema, hemos estudiado igualmente la evolución de la anchura del pulso y el parámetro de chirp como predice el **Método de los Momentos**, según el sistema de ecuaciones (2.50) y (2.51). A continuación la hemos comparado con la obtenida directamente resolviendo la ecuación de

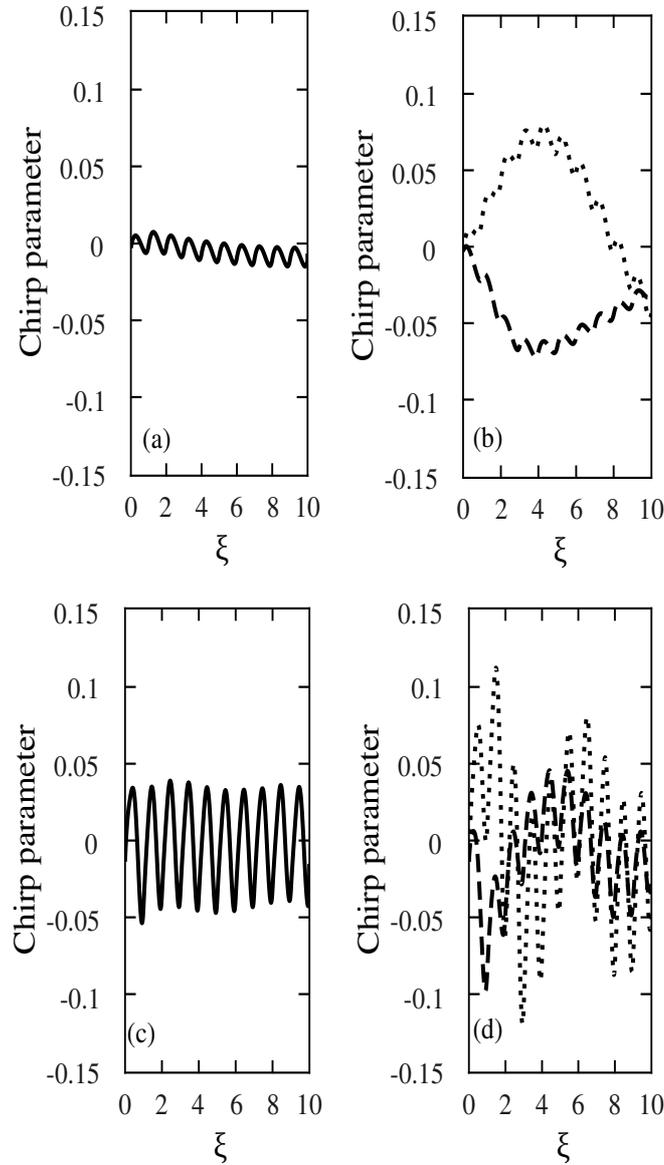


Figura 2.14: Evolución del parámetro de chirp desde su valor inicial durante 10 etapas de amplificación para $z_A = 0,5$ (fila superior) y $z_A = 2$ (fila inferior). A la izquierda, (a) y (c), representan nuestros resultados numéricos cuando se usa el pico de potencia óptima en los solitones. En la columna de la derecha, (b) y (d), con variaciones del 10% por arriba (- - -) y por debajo (\cdots).

propagación para solitones prechirpeados y no prechirpeados en este régimen de propagación, manteniendo los valores de la potencia de pico óptimos.

Cuando z_A sea alto, esperamos que la solución tipo *secante-hiperbólica* no sea una buena solución periódica, los efectos dispersivos cada vez serán más intensos y la técnica de precompensación de los mismos mediante el prechirpeado tendrá mejores resultados. La evolución de ambos parámetros, anchura y chirp, en una etapa de amplificación para $z_A = 4$ se presentan con el chirp óptimo (línea sólida —) y con chirp $C_0 = 0$ (línea de puntos \cdots) a partir de nuestros cálculos hechos con el **Método de los Momentos** en la Fig.2.15, y a partir de la solución numérica mediante **SSFM** de la ecuación de propagación en la Fig.2.16.

Hemos encontrado que la condición de periodicidad se alcanza cuando se usa el chirp apropiado, devolviendo los mismos valores en la siguiente estación de bombeo porque en este esquema de propagación con ganancia *Raman* tales solitones no son perturbados de manera irreversible incluso cuando z_A es tan alta. En contraste, dicha periodicidad se pierde en el caso del solitón no prechirpeado.

Este comportamiento aparece con más detalle estudiado en la Fig.2.17 para largas distancias. En ella se muestra el mapa de *Poincaré* para solitones con chirp $C_0 = 0$ y solitones con chirp óptimo en una distancia de 50 etapas de

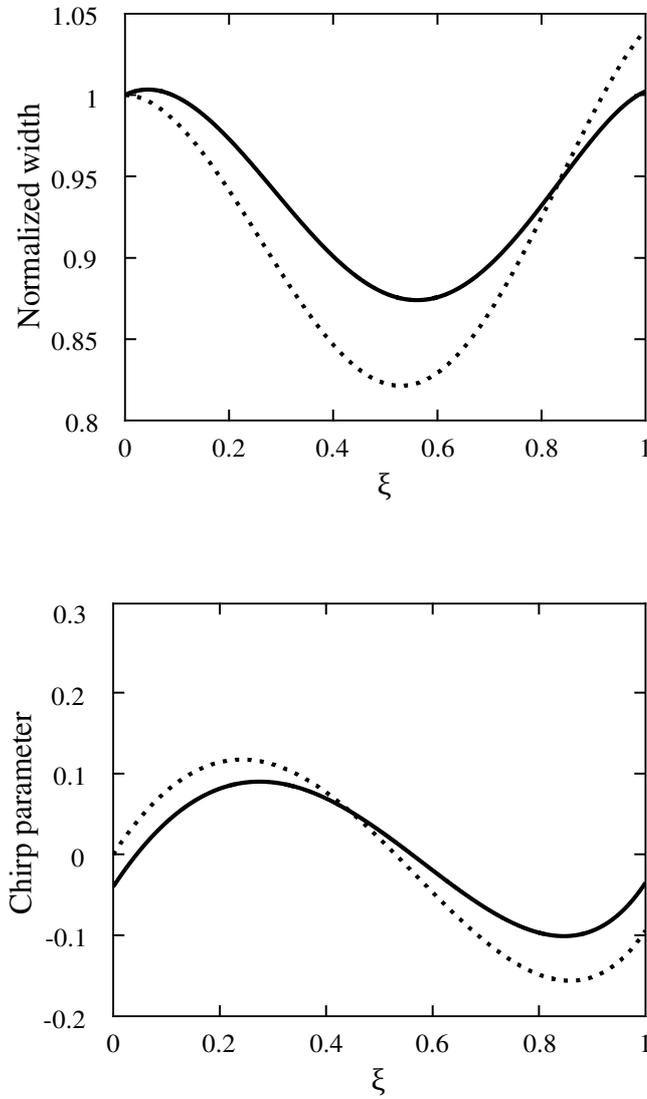


Figura 2.15: Evolución de la anchura normalizada y chirp en una etapa de amplificación para un solitón inicialmente chirpeado con el valor óptimo (—) y para un solitón con $C_0 = 0$ (···) cuando $z_A = 4$ según predice el **Método de los Momentos**.

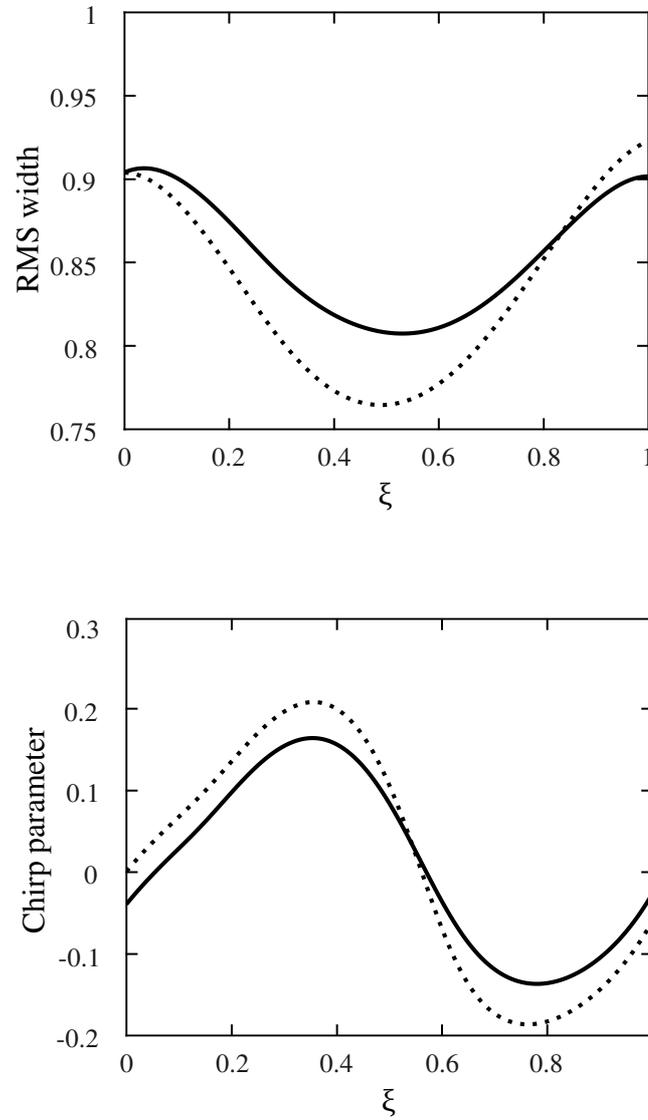


Figura 2.16: Evolución de los parámetros RMS_{width} y chirp para $z_A = 4$ en una etapa de amplificación como en la Fig.2.15 para un solitón inicialmente chirpeado con el valor óptimo (—) y sin chirp de inicio (\cdots) obtenidos a partir de la solución numérica de la ecuación de propagación mediante el método **SSFM**.

amplificación para $z_A = 4$. Aunque obviamente el sistema no es perfectamente periódico, los parámetros de anchura y chirp que estudiamos aquí varían dentro un rango mucho más pequeño en el caso chirpeado en cada tramo de fibra entre bombeos consecutivos.

Finalmente podemos presentar las características de la propagación con las condiciones de lanzamiento óptimas para un solitón en la Fig.2.18. Esta simulación muestra el resultado de la propagación de un pulso solitónico prechirpeado con la potencia óptima de inicio para $z_A = 2$ durante dos etapas de bombeo consecutivas. Se puede observar que la regeneración del pulso es muy buena a lo largo del enlace de fibra a través de la ganancia *Raman* como habíamos probado. Este resultado confirma que nuestro método es útil y que la apropiada selección de los parámetros de inicio mejora la estabilidad de la transmisión de los solitones.

Finalmente concluimos que el control en la potencia óptima de los solitones inyectados en un sistema de estas características determina en gran medida la calidad de la relación entre el parámetro RMS_{width} , conectado directamente con la anchura del pulso, y la potencia de pico. Igualmente hemos comprobado cómo el prechirpeado necesario es más bajo que en los sistemas de amplificación segmentada, pero también mejora la calidad de la información transmitida[128]

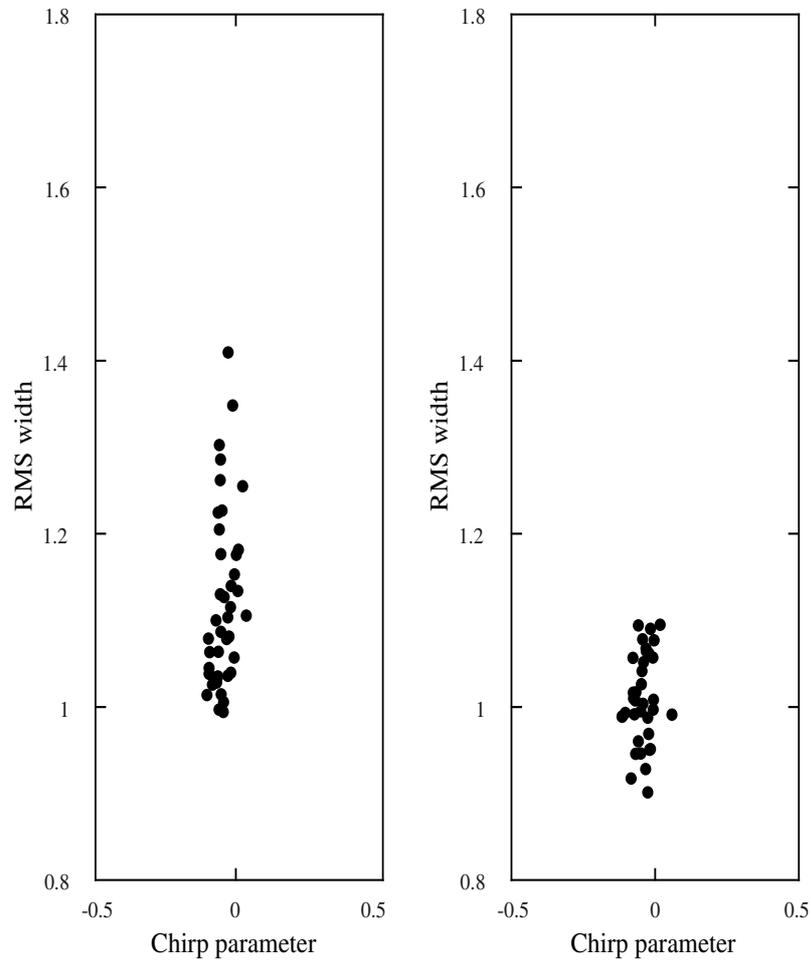


Figura 2.17: Mapa de *Poincaré* obtenido para $z_A = 4$ al final de cada tramo de bombeo para 50 etapas de amplificación en el tendido de fibra (2000 *km*) cuando el solitón no es prechirpeado ($C_0 = 0$) a la izquierda, y cuando se inyecta de inicio con el chirp óptimo a la derecha.

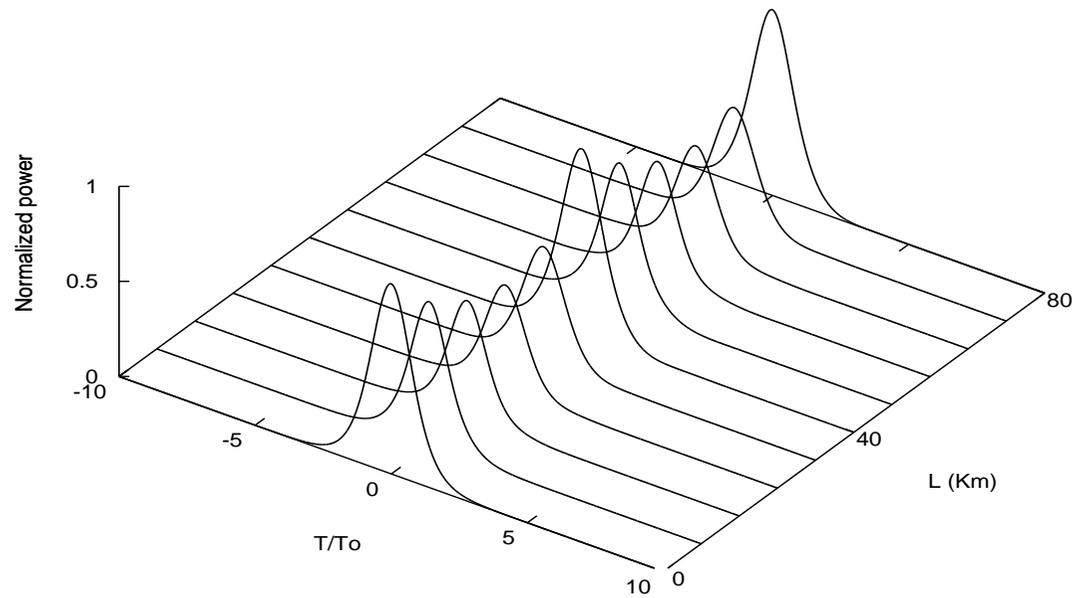


Figura 2.18: Simulación de la evolución del perfil en potencia de un solitón prechirpeado en un sistema de amplificación *Raman* distribuida en contrapropagación con las condiciones de lanzamiento óptimas obtenidas para $z_A = 2$ mediante la resolución numérica de la ecuación de propagación entre dos estaciones de bombeo. La anchura del solitón es $T_0 = 7 ps$ y el parámetro de dispersión de la fibra tomado es de $\beta_2 = -2,5 ps^2/km$.

Capítulo 3

Efectos de la polarización en la propagación de pulsos con amplificación Raman en fibras ópticas

Hasta ahora hemos realizado una descripción escalar del proceso de ganancia Raman sobre la propagación de pulsos en fibras, con aplicaciones en el campo de las comunicaciones ópticas. Este modelo se basa en la hipótesis de que el estado de polarización de la luz incidente se mantiene durante su propagación a lo largo de la fibra óptica, junto con el valor promedio de la ganancia obtenida. Sin embargo, como ya apuntamos, el problema realmente tiene naturaleza vectorial y para una descripción precisa se deben tener en cuenta los efectos asociados a la polarización. Como aportaciones fundamentales, en este capítulo obtenemos el coeficiente de ganancia Raman que tiene en cuenta los efectos de dicha polarización, en función del acoplamiento entre las componentes del campo señal al bombeo. Además, se deducen las ecuaciones no lineales acopladas que describen la evolución de un pulso vectorial en fibras birrefringentes en régimen de ganancia Raman.

Debido a la auténtica naturaleza vectorial del problema de la propagación en fibras ópticas, extendemos nuestro estudio de la amplificación *Raman* a partir de este capítulo introduciendo los efectos asociados a la polarización.

3.1. Birrefringencia en las fibras ópticas y dispersión por el modo de polarización

Es bien conocido que incluso una fibra monomodo soporta en general dos modos degenerados que aparecen polarizados en dos direcciones ortogonales [139]. Sólo en condiciones ideales de simetría perfectamente cilíndrica y ausencia de esfuerzos mecánicos ambos modos estarían desacoplados

de manera que tendrían evoluciones independientes. La *birrefringencia intramodal* en las fibras ópticas se puede expresar como la propiedad que aparece en los haces de luz cuando las constantes de propagación son diferentes para los modos polarizados en las direcciones x e y , y por lo tanto en sus índices de refracción. Su valor sería:

$$B_m = \frac{|\Delta\beta|}{k_0} = \frac{\lambda}{2\pi} |\beta_x - \beta_y| = |n_x - n_y| = \Delta n \quad (3.1)$$

donde $n_x \neq n_y$ son los índices de refracción modal para los dos estados de polarización ortogonales.

El eje a lo largo del cual el índice modal es menor y, por lo tanto, la velocidad de grupo más grande para la luz que se propaga en esa dirección, se denomina *eje rápido*, mientras que el otro con mayor índice modal se llamará *eje lento*. En un segmento de fibra uniformemente birrefringente los autovalores de polarización corresponden a esos ejes bien definidos, de manera que si utilizamos de entrada una onda linealmente polarizada a 45° entre ellos, ambos ejes serían igualmente excitados. El retardo en la fase entre las componentes ortogonales del campo óptico debido a la birrefringencia provoca que la polarización evolucione y el período espacial de variación es precisamente la conocida como *longitud de batido* l_B , es decir, la distancia a la que, para un valor fijo dado de B_m , los dos modos de polarización intercambian sus potencias mientras se propagan dentro de la fibra variando

periódicamente[14]:

$$l_B = \frac{2\pi}{|\beta_x - \beta_y|} = \frac{\lambda_0}{B_m} \quad (3.2)$$

Así, cuando una onda continua de luz (*CW*) de baja potencia se lanza con su dirección de polarización orientada según un ángulo determinado con respecto al eje lento (o rápido), el estado de polarización cambia a lo largo de la fibra de lineal a elíptico, de elíptico a circular, y de nuevo a circular de forma periódica (ver Fig.3.1) en una distancia l_B .

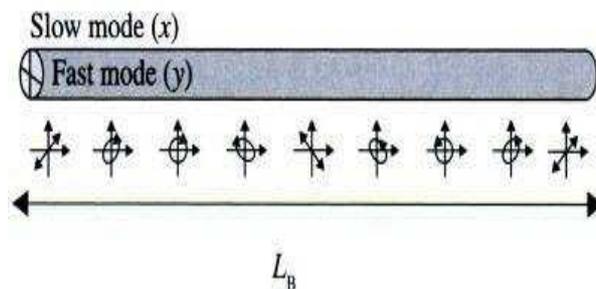


Figura 3.1: Variación de la polarización y longitud de batido en un elemento de fibra con birrefringencia lineal y uniforme.

Para fibras monomodo estándar Δn es típicamente del orden de 10^{-7} , lo que conduce a una longitud de batido de alrededor de 15 m a una longitud de onda de 1550 nm . Los estados de polarización particulares con los que la luz circula por la fibra vendrá determinados tanto por la polarización de entrada a la misma como por la disposición que presenten los autovectores o modos normales de polarización del medio birrefringente que la forme[140]. En los

tendidos de fibra reales, estos factores suelen ser arbitrarios y desconocidos. La diferencia en la velocidad de fase que induce el parámetro de birrefringencia (Ec. 3.1) viene acompañada normalmente por una diferencia en la velocidad local de grupo de cada modo y, en consecuencia, por una segmentación en dos partes del pulso que viaja a través de ella (ver Fig 3.2).

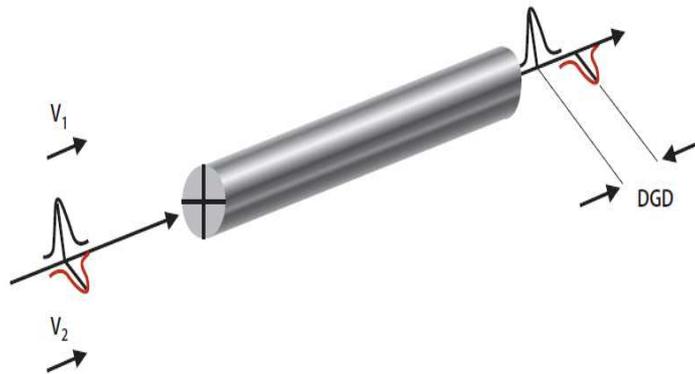


Figura 3.2: División de un pulso debido a la birrefringencia. El estado de polarización a la entrada de la fibra está orientado a 45° de los ejes principales.

Lógicamente esta diferencia en la velocidad de grupo producirá un retardo entre los tiempos de propagación de ambos modos (*Differential Group Delay* o *DGD*), $\Delta\tau$ que se puede obtener sencillamente derivando respecto a la frecuencia para la constante de propagación[5]:

$$\Delta\tau = L\Delta\left(\frac{1}{v_g}\right) = \frac{d\Delta\beta}{d\omega} = \left(\frac{\Delta n}{c} + \frac{\omega}{c} \frac{d\Delta n}{d\omega}\right) L, \quad (3.3)$$

donde Δv_g es la diferencia entre las velocidades de grupo de los dos modos ortogonales de polarización. La cantidad $\Delta\tau/L$ se expresa habitualmente en unidades de *picosegundos/kilómetro* (ps/km) para un segmento de fibra uniformemente birrefringente de corta longitud. De la ecuación 3.3 y despreciando la dispersión de Δn , se puede ver que la *DGD* para una longitud de batido l_B es igual a un ciclo óptico[141]:

$$\Delta\tau_B = l_B \frac{\Delta n}{c} = \frac{\lambda}{c} = \frac{1}{\nu} \quad (3.4)$$

que es de $5,2 fs$ a $1550 nm$.

Además, pequeñas desviaciones de la simetría cilíndrica a causa de las fluctuaciones en la forma del núcleo y de las anisotropías inducidas por los esfuerzos mecánicos en los tendidos de fibra reales provocan que los propios estados de polarización cambien durante la propagación, con lo que se mezclan y acoplan los modos rompiéndose de esta forma la degeneración de los mismos. Así pues el parámetro de birrefringencia modal B_m no será constante a lo largo de los tendidos de fibras convencionales que se utilizan para comunicaciones ópticas. De hecho, si tenemos en cuenta longitudes más extensas, podemos modelizar la fibra monomodo como una secuencia de tramos de manera que globalmente el parámetro de birrefringencia B_m , que asumimos tiene valor constante en un segmento corto de la misma, variará de forma que se produzca un acople aleatorio entre modos de polarización para segmentos

consecutivos de fibra (ver Fig 3.3)[142]. Tanto el grado de birrefringencia como la orientación de los ejes principales permanece constante en cada sección, pero cambiará aleatoriamente de sección a sección.

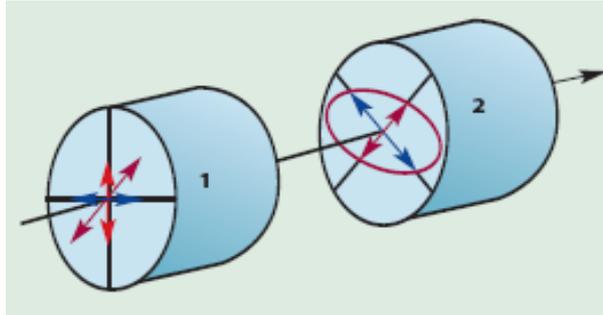


Figura 3.3: Modelo de fibra de transmisión con dos secciones birrefringentes con diferentes secciones de entrada para sus estados principales de polarización y valores de birrefringencia.

En el caso de que la información se transporte utilizando modulaciones en ondas continuas *CW* de luz, este cambio en la polarización no presenta ningún problema puesto que los fotodetectores que se utilizan en la práctica se muestran insensibles a las variaciones de polarización que pueda presentar la luz incidente, salvo que se utilice un esquema de detección coherente, nada común en los sistemas de comunicaciones ópticas por fibra[2]. En cambio si se utilizan pulsos cortos para transmitir la información en la fibra a grandes distancias, la situación será distinta ya que si el pulso excita ambas componentes de polarización, el estado de polarización será también

diferente para diferentes partes del pulso, a menos que se propague como un solitón. Dichas componentes viajarán a diferentes velocidades debido a que sus velocidades de grupo no son iguales. En la medida que la birrefringencia de la fibra cambia de forma aleatoria, durante la propagación los pulsos experimentan un ensanchamiento porque las velocidades de grupo cambian también de forma aleatoria. Este efecto, conocido como **PMD** o *Polarization Mode Dispersion* (dispersión por el modo de polarización) es un importante fenómeno lineal que ocurre en el interior de la fibras ópticas de largo recorrido y afecta negativamente al rendimiento de los sistemas de comunicaciones por fibra[143].

En la Fig 3.4 se muestra el principio de este efecto para el caso simplificado con dos segmentos birrefringentes con ejes de polarización bien definidos. El pulso óptico de corta duración **(1)** se divide en dos pulsos **(2)**, que se separan linealmente **(3)** debido a la birrefringencia local. De repente en la propagación, una fracción de la potencia se acopla a los nuevos modos ortogonales debido a la perturbación de la simetría cilíndrica **(4)**. La birrefringencia en la segunda sección provocará una posterior separación entre estos dos nuevos modos de polarización **(5,6)**. En las fibras reales que se usan para telecomunicaciones, la birrefringencia local es relativamente pequeña y el acoplo por el modo de polarización se distribuye por todo el tendido de

fibra de manera que el pulso aparece a la salida ensanchado y distorsionado no sólo por los mecanismos normales de la dispersión (GVD) en sus distintos órdenes, sino también por este efecto de birrefringencia aleatoria. Esto implica que el efecto de la PMD sobre las señales de luz en las fibras ópticas es semejante al efecto neto de cualquier otro tipo de dispersión. En efecto, cada sección de fibra puede ser tratada como un elemento de fase constante en el formalismo de las matrices de *Jones* para describir las componentes de polarización[95, 140]. La propagación de cada frecuencia asociada con un pulso óptico a través del tramo total de fibra viene gobernado por el resultado de la multiplicación de las matrices de *Jones* individuales de cada sección birrefringente de fibra. La matriz total compuesta demuestra que existen de hecho dos estados principales de polarización y que el estado de polarización final es independiente de la frecuencia hasta primer orden, a pesar de los cambios aleatorios en la birrefringencia. Estos estados son análogos a los ejes rápido y lento de las fibras que mantienen la polarización, lo que se manifiesta en un simple retraso, modulado aleatoriamente, en el tiempo de llegada de dichas componentes, como se ha puesto de manifiesto, y el consiguiente ensanchamiento del pulso.

En principio, la cantidad de ensanchamiento provocado podría estimarse haciendo uso de la ecuación (3.3), pero debido a los cambios aleatorios de

la birrefringencia en la fibra, no resulta útil para estimar el efecto de la PMD en las fibras convencionales que se usan en comunicaciones ópticas. Precisamente esos cambios tienden a igualar los tiempos de propagación para las dos componentes de la polarización. Usando una aproximación estadística a partir del modelo descrito arriba para fibras largas como una concatenación de secciones birrefringentes cuyos ejes de polarización (y magnitudes) cambian al azar a lo largo de toda la fibra, se demuestra que el DGD no se acumula linealmente con la longitud, sino que, como un problema de camino aleatorio tridimensional, en promedio escala con la raíz cuadrada de la distancia, como se puede demostrar mediante la adecuada aproximación estadística que describe bastante bien el fenómeno del acoplamiento aleatorio de modos por polarización en las fibras reales puesto de manifiesto en la PMD [144]. Para clasificar una fibra en un dominio de corto o largo alcance en el acople de la polarización que varía de forma aleatoria, se introduce la denominada *longitud de correlación* l_c definida como aquella distancia en la que las dos componentes de la polarización permanecen correlacionadas[145]. Este parámetro describe el débil acoplamiento aleatorio entre los dos modos de polarización de una fibra birrefringente sometida a perturbaciones también aleatorias. Uno considera la evolución de los modos de polarización como una función de la distancia en un

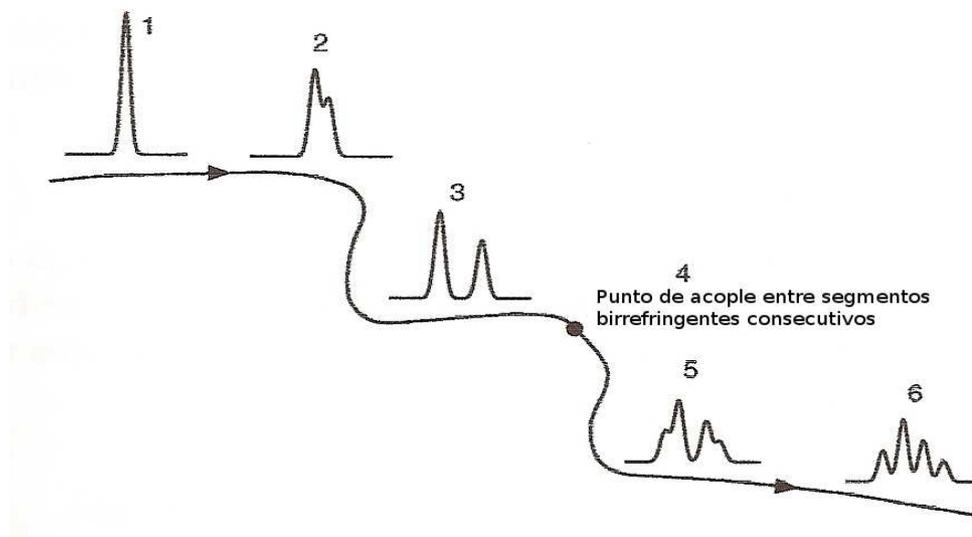


Figura 3.4: Muestra del efecto de la PMD en la distorsión del pulso debido al efecto de la birrefringencia local, que cambia de forma aleatoria, combinada con el acople entre segmentos birrefringentes consecutivos.

conjunto de fibras sometidas a perturbaciones estadísticamente equivalentes. Mientras la polarización de entrada se considera fija, es igualmente probable observar cualquier estado de polarización para longitudes grandes de fibra. La evolución viene caracterizada por la diferencia $\Delta P_{x,y} = \langle P_x \rangle - \langle P_y \rangle$ entre los promedios de las potencias de los modos de polarización x e y . Suponiendo sin pérdida de generalidad en $z = 0$ que $\langle P_x \rangle = 1$ y $\langle P_y \rangle = 0$, ΔP irá variando desde el valor 1 a la entrada de la fibra hasta 0 en longitudes largas. Precisamente l_c define la longitud a la que la diferencia entre las potencias promedio ha caído hasta $\Delta P_{x,y} = 1/e^2$ [146]. Las longitudes de correlación pueden llegar a ser inferiores a 1 m cuando la fibra está enrollada como una bobina; en cambio puede ser $l_c \sim 1\text{ km}$ cuando la fibra está extendida como un cable. Valores típicos en los tendidos de fibra que se usan en comunicaciones ópticas dan valores intermedios entre $l_c \sim 10 - 100\text{ m}$ en promedio[2]. Ciertamente, el comportamiento de las fibras actuales en este sentido viene en gran medida determinado por los esfuerzos de torsión que sufren en la fase de diseño y fabricación, las condiciones de instalación, la temperatura a la que se vean sometidas y variaciones de las mismas que provoquen dilataciones-contracciones así como a las tensiones mecánicas que sufran.

La teoría estadística de la PMD[147] proporciona una expresión elegante para cuantificar el efecto que se produce sobre la *DGD* dado por el retraso temporal $\Delta\tau$ que aparece entre las dos componentes de polarización, en términos de la desviación cuadrática media (*RMS*) de esta variable aleatoria, promediada sobre las perturbaciones que experimenta a lo largo de una distancia de propagación L :

$$\sigma_{\tau}^2 = \langle(\Delta\tau)^2\rangle = 2 \left(\Delta\tau_B \frac{l_c}{l_B} \right)^2 \left(\frac{L}{l_c} + e^{-L/l_c} - 1 \right) \quad (3.5)$$

La longitud de correlación define de esta forma dos diferentes regímenes de actuación para la *PMD*. Cuando la fibra de transmisión tiene una longitud que satisface $L \ll l_c$, se dice que la fibra está en el dominio de cortas longitudes para este efecto y la *DGD* aumenta linealmente con la distancia. En cambio, para $L \gg l_c$, consideramos que la fibra está en el dominio de largas longitudes y el promedio de la *DGD* dado por la desviación cuadrática media *RMS* de $\Delta\tau$ valdrá:

$$\sigma_{\tau} \approx \left(\frac{\Delta\tau_B}{l_B} \right) \sqrt{2l_c L} \equiv D_p \sqrt{L} \quad (3.6)$$

donde se introduce el **parámetro de *PMD*** D_p [14]. Para la mayoría de las fibras convencionales, los valores de este parámetro están en el rango $0,1 - 2 ps/\sqrt{km}$, aunque han llegado a diseñarse fibras de baja *PMD* con coeficientes $D_p \approx 0,05 ps/\sqrt{km}$ [148]. A causa de la dependencia con la raíz

cuadrada de la distancia de propagación \sqrt{L} , el efecto de ensanchamiento producido en los pulsos por la *PMD* es relativamente pequeño comparado con los mecanismos normales asociados a la dispersión en la velocidad de grupo en sus distintos órdenes¹. Sin embargo, se ha demostrado en los últimos años que resulta ser un proceso limitante del rendimiento de los sistemas de comunicaciones ópticas que operan con tasas de transmisión de información superiores a los 10 *Gb/s*, en los que lógicamente se usan pulsos muy cortos, suponiendo que los otros mecanismos de ensanchamiento son compensados con técnicas apropiadas para ello[143]. No en balde se han venido realizando amplias investigaciones en este sentido durante la década pasada no sólo para entender cómo el efecto de la *PMD* influye en la propagación de los pulsos, sino también para estudiar su relación con los efectos no lineales que aparecen en las fibras ópticas[48] dado que cuando consideramos una fibra realista, la dispersión por el modo de polarización y los fenómenos no lineales se entremezclan. La forma exacta en la que la combinación de *PMD* y los efectos no lineales afectan a la propagación de los pulsos empieza a conocerse ahora, especialmente en el caso de los solitones[149].

¹De hecho $\sigma_\tau \approx 1$ ps para longitudes de fibra del orden ≈ 100 km y puede ignorarse para para pulsos con anchuras superiores a 10 ps[14].

3.2. Ecuaciones vectoriales acopladas de propagación con término de ganancia Raman

Hellwarth[150] y *Stolen*[66] establecieron en su momento un análisis teórico formal del fenómeno del SRS en fibras ópticas birrefringentes monomodo mediante el cual estudiaban el acople entre las amplitudes de un bombeo y una onda de *Stokes* y obtenían la ganancia de las diferentes componentes de polarización sin tener en cuenta efectos dispersivos ni otros efectos no lineales asociados a la propagación de ondas intensas de luz en la fibra. Con posterioridad *Lin* y *Agrawal*[151] desarrollaron una teoría vectorial del proceso del *Scattering Raman Estimulado* que describía los efectos de la polarización en amplificadores de fibra *Raman*. Con ella mostraron cómo el fenómeno de la **PMD** provocaba fluctuaciones en la señal de onda continua cuando se propagaba en el dispositivo amplificador; encontraron que dichas fluctuaciones dependían del parámetro D_p y se ajustaban muy bien a una función de distribución estadística logarítmica-normal. Este modelo fue refinado más tarde por *Galtarossa et al.*[125] para describir la interacción vectorial entre un bombeo intenso en contrapropagación y una débil señal de *Stokes* en fibras birrefringentes. Pero en ninguno de estos trabajos se

presta atención a la combinación del efecto de la amplificación *Raman* con los fenómenos dispersivos y los de automodulación de fase que surgen en la fibra cuando se propagan pulsos cortos tipo solitón.

Nuestro punto de partida para el estudio de estos efectos es el mismo que el desarrollado en el Capítulo 1 mediante el cual encontramos la ecuación de propagación en el caso escalar de la envolvente del campo eléctrico que representaba un pulso óptico, pero en esta ocasión incluyendo las componentes ortogonales de polarización de dicho campo[152]. Admitamos como caso más general el de una fibra con birrefringencia elíptica. Suponiendo que los vectores unitarios de los ejes principales en una sección de la fibra birrefringente son $\hat{\mathbf{x}}$ y $\hat{\mathbf{y}}$, el campo eléctrico asociado con una onda óptica señal de frecuencia ω_s y polarización arbitraria que se propaga junto con un bombeo de frecuencia ω_p , del cual recibe ganancia mediante *SRS*, se puede escribir según sabemos:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} \sum_{j=p,s} \left[\hat{\mathbf{e}}_{\mathbf{x}} E_{j,x}(\mathbf{r}, t) + \hat{\mathbf{e}}_{\mathbf{y}} E_{j,y}(\mathbf{r}, t) \right] + c.c., \quad (3.7)$$

donde $E_{j,x}$ y $E_{j,y}$ son las amplitudes complejas de las componentes de polarización del campo señal y bombeo con $j = s, p$, y los vectores $\hat{\mathbf{e}}_{\mathbf{x}}$ y $\hat{\mathbf{e}}_{\mathbf{y}}$ son los autovectores de polarización elíptica ortonormal relacionados con

los vectores $\hat{\mathbf{x}}$ y $\hat{\mathbf{y}}$ en la forma[153]:

$$\hat{\mathbf{e}}_{\mathbf{x}} = \frac{\hat{\mathbf{x}} + ir\hat{\mathbf{y}}}{\sqrt{1+r^2}}, \quad \hat{\mathbf{e}}_{\mathbf{y}} = \frac{r\hat{\mathbf{x}} - i\hat{\mathbf{y}}}{\sqrt{1+r^2}} \quad (3.8)$$

El parámetro r representa el grado de elipticidad del núcleo de la fibra que aparece debido a retorcimientos no intencionados durante el proceso de fabricación de la misma. Se suele introducir para su caracterización el ángulo θ en la forma:

$$r = \tan(\theta/2) \quad (3.9)$$

Los casos para fibras lineal y circularmente birrefringentes corresponden a los ángulos $\theta = 0$ y $\theta = \pi/4$, respectivamente.

Admitamos que nuestros campos son prácticamente transversales, por lo que las componentes axiales $E_{j,z}$ se suponen que permanecen lo suficientemente pequeñas de manera que pueden despreciarse.

Llamemos la atención en este punto sobre el cuidado que hemos de tener en el uso de la terminología, ya que la polarización inducida dentro de un medio dieléctrico por un campo electromagnético no se debe confundir con el estado de polarización de dicho campo. Aunque se preste a confusión, ambos conceptos se siguen utilizando en la bibliografía científica, pero con significados bien diferentes.

Cada componente de la polarización total inducida vendrá descrita por (1.112) donde aparece de forma explícita el tensor de respuesta no lineal de tercer orden que incluye tanto las contribuciones electrónicas como vibracionales del medio, el sílice en el caso de las fibras ópticas. Si hacemos uso de las ecuaciones (1.28) y (1.29) y las relaciones constitutivas (1.30)-(1.31) entre los elementos de la susceptibilidad de tercer orden [26] para un medio isotrópico como el vidrio de sílice, las componentes de la polarización no lineal para la señal $P_{s,j}^{NL}$ con $j = x, y$ y $j \neq m$ se pueden obtener con ayuda de [153] presentando la forma:

$$\begin{aligned}
 P_{s,j}^{NL}(\mathbf{r}, t) = & \frac{3\epsilon_0}{4} \chi_{xxxx}^{(3)} \left\{ (|E_{s,j}|^2 + B|E_{s,m}|^2) E_{s,j} + C(E_{s,j}^* E_{s,m}) E_{s,m} + \right. \\
 & + D[(E_{s,m}^* E_{s,j}) E_{s,j} + (|E_{s,m}|^2 + 2|E_{s,j}|^2) E_{s,m}] + \\
 & + (2 - f_R) (|E_{p,j}|^2 + |E_{p,m}|^2) E_{s,j} + \\
 & + \frac{f_R}{2} \left[2|E_{p,j}|^2 \text{Im}[\widetilde{R}_a(\Omega_R) + \widetilde{R}_b(\Omega_R)] + \right. \\
 & \left. + |E_{p,m}|^2 \text{Im}[\widetilde{R}_b(\Omega_R)] \right] e^{-i(\omega_m - \omega_j)t} E_{s,j} \left. \right\}
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

donde $E_{s,j} = E_{s,j}(\mathbf{r}, t)$ representan las componentes del campo eléctrico para la señal y $E_{p,j} = E_{p,j}(\mathbf{r}, t)$ respectivamente para el bombeo. Los parámetros B , C y D están relacionados con el ángulo de elipticidad θ en la forma:

$$B = \frac{2 + 2 \sin^2 \theta}{2 + \cos^2 \theta}, \quad C = \frac{\cos^2 \theta}{2 + \cos^2 \theta}, \quad D = \frac{\sin \theta \cos \theta}{2 + \cos^2 \theta} \tag{3.11}$$

Los términos que aparecen en el lado derecho de (3.10) tienen un origen físico que resulta bastante claro. Por un lado en el primer sumando aparecen la

contribución de la **SPM** debido a la misma componente de polarización, y los efectos de modulación de fase cruzada **XPM** controlados por la birrefringencia de la fibra y que se traducen en un desplazamiento no lineal de la fase de esta componente de la polarización debido a la intensidad de la otra. Además, dada la presencia del campo de bombeo, aparecen los términos debidos al acoplamiento no lineal de fase entre las componentes de éste con la de la señal. Por último, el resto de los sumandos dan cuenta del efecto del scattering *Raman* estimulado que proporciona ganancia a partir del acople de las componentes del campo señal con las del bombeo en copolarización y ortogonalmente polarizados, tal y como describimos en (1.75) y (1.76).

Las ecuaciones de propagación que gobiernan la evolución de las dos componentes de polarización de la señal a lo largo de la fibra monomodo se pueden obtener siguiendo el método de la sección **1.3**, para lo cual podemos factorizarlas en la forma[14, 153]:

$$E_{s,j}(\mathbf{r}, t) = \mathbb{H}_{s,j}(x, y)A_{s,j}(z, t) \exp(i\beta_{s,j}z) \quad (3.12)$$

con $j = x, y$, donde $\mathbb{H}_{s,j}(x, y)$ da cuenta de la distribución espacial transversal del único modo del campo señal soportado por la fibra, $A_{s,j}(z, t)$ es la amplitud de variación lenta y $\beta_{s,j}$ es la correspondiente constante de propagación.

Así mismo, para completar la descripción teórica tenemos en cuenta:

- Los efectos dispersivos se incluyen como en (1.138) desarrollando en serie de potencias de la frecuencia la constante de propagación.
- Las pérdidas se consideran no dependientes de la polarización.
- El bombeo se toma en onda continua CW y, al igual que en el caso escalar, no se considera la reducción del mismo por la energía cedida a los pulsos señal (aproximación “non-pump depletion”).

El bombeo en onda continua CW producirá un desplazamiento de fase por modulación cruzada que será constante para ambas amplitudes de variación lenta $A_{sx}(z, t)$ y $A_{sy}(z, t)$ de las componentes de la señal (ver Capítulo 1), de manera que éstas satisfaldrán las siguientes ecuaciones acopladas entre sí y al bombeo:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial A_{s,x}}{\partial z} + \beta_{1s,x} \frac{\partial A_{s,x}}{\partial t} + \frac{i}{2} \beta_{2s} \frac{\partial^2 A_{s,x}}{\partial t^2} + \frac{\alpha}{2} A_{s,x} = \\
 = i\gamma_s \left[\left(|A_{s,x}|^2 + B|A_{s,y}|^2 \right) A_{s,x} + C A_{s,x}^* A_{s,y}^2 e^{-2i\Delta\beta_s z} \right] + \\
 + i\gamma_s D \left[A_{s,y}^* A_{s,x}^2 e^{i\Delta\beta_s z} + \left(|A_{s,y}|^2 + 2|A_{s,x}|^2 \right) A_{s,y} e^{-i\Delta\beta_s z} \right] + \\
 + \frac{g_{R\parallel}(\Omega_R)}{2} P_x A_{s,x} + \frac{g_{R\perp}(\Omega_R)}{2} P_y A_{s,x},
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial A_{s,y}}{\partial z} + \beta_{1s,y} \frac{\partial A_{s,x}}{\partial t} + \frac{i}{2} \beta_{2s} \frac{\partial^2 A_{s,y}}{\partial t^2} + \frac{\alpha}{2} A_{s,y} = \\
 = i\gamma_s \left[\left(|A_{s,y}|^2 + B|A_{s,x}|^2 \right) A_{s,y} + C A_{s,y}^* A_{s,x}^2 e^{2i\Delta\beta_s z} \right] + \\
 + i\gamma_s D \left[A_{s,x}^* A_{s,y}^2 e^{-i\Delta\beta_s z} + \left(|A_{s,x}|^2 + 2|A_{s,y}|^2 \right) A_{s,x} e^{i\Delta\beta_s z} \right] + \\
 + \frac{g_{R\perp}(\Omega_R)}{2} P_x A_{s,y} + \frac{g_{R\parallel}(\Omega_R)}{2} P_y A_{s,y}
 \end{aligned} \tag{3.14}$$

donde $P_j (j = x, y)$ representan las potencias de las componentes de polarización del bombeo y

$$\Delta\beta_s = \beta_x - \beta_y = \frac{2\pi}{\lambda} B_m = \frac{2\pi}{l_B} \tag{3.15}$$

está relacionada con la birrefringencia modal de la fibra, que como sabemos lleva a diferentes velocidades de grupo para las dos componentes de polarización dado que $\beta_{1s,x} \neq \beta_{1s,y}$. Sin embargo, el parámetro de dispersión de segundo orden β_{2s} y el parámetro no lineal γ_s serán los mismos para ambas componentes de polarización al poseer la misma longitud de onda.

Los términos dependientes de la birrefringencia modal de la fibra proceden del acoplamiento coherente entre las dos componentes de la polarización y conducen a la degeneración en la mezcla de cuatro ondas (**FWM**) [14]. Su importancia depende de la extensión de la fibra en la que se satisfagan las condiciones de acoplamiento de fase y en la interferencia con el proceso de **SRS**, que minimizamos al máximo teniendo la precaución de que la degeneración de frecuencias no caiga en el ancho de banda de la ganancia

Raman[154]. En fibras con alta birrefringencia las ecuaciones (3.13) y (3.14) se pueden simplificar de forma considerable. Para dichas fibras la longitud de batido l_B es mucho más pequeña que las distancias típicas de propagación. Como resultado los factores exponenciales que incluyen el término $\Delta\beta_s$ oscilarán muy rápidamente y contribuirán muy poco en promedio al proceso de evolución de los pulsos durante su recorrido por la fibra[14]. Si esos términos se eliminan, la propagación de pulsos ópticos en fibras con birrefringencia elíptica en régimen de ganancia *Raman* proporcionada por un bombeo *CW* estará gobernada por el siguiente conjunto de ecuaciones acopladas:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_{s,x}}{\partial z} + \beta_{1s,x} \frac{\partial A_{s,x}}{\partial t} + \frac{i}{2} \beta_{2s} \frac{\partial^2 A_{s,x}}{\partial t^2} + \frac{\alpha}{2} A_{s,x} &= \\ &= i\gamma_s \left(|A_{s,x}|^2 + B |A_{s,y}|^2 \right) A_{s,x} + \\ &+ \frac{g_{R\parallel}(\Omega_R)}{2} P_x A_{s,x} + \frac{g_{R\perp}(\Omega_R)}{2} P_y A_{s,x}, \end{aligned} \quad (3.16)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_{s,y}}{\partial z} + \beta_{1s,y} \frac{\partial A_{s,y}}{\partial t} + \frac{i}{2} \beta_{2s} \frac{\partial^2 A_{s,y}}{\partial t^2} + \frac{\alpha}{2} A_{s,y} &= \\ &= i\gamma_s \left(|A_{s,y}|^2 + B |A_{s,x}|^2 \right) A_{s,y} + \\ &+ \frac{g_{R\perp}(\Omega_R)}{2} P_x A_{s,y} + \frac{g_{R\parallel}(\Omega_R)}{2} P_y A_{s,y} \end{aligned} \quad (3.17)$$

Estas ecuaciones representan una extensión de la ecuación escalar no lineal de propagación en régimen de ganancia *Raman* al incluir los términos asociados a la polarización. El parámetro de acoplamiento B depende del ángulo de elipticidad θ y puede variar entre $2/3$ y 2 para valores de θ entre 0 y $\pi/2$, según

(3.11). Para fibras linealmente birrefringentes, se tendría $\theta = 0$, y $B = 2/3$. En cambio, $B = 2$ en fibras con birrefringencia circular en las que $\theta = \pi/2$. En ausencia de pérdidas, con lo que no sería necesario introducir un bombeo para obtener ganancia, y si $\theta \approx 35^\circ$, lo que conduce a un valor del parámetro $B = 1$, las ecuaciones (3.16) y (3.17) se pueden resolver mediante el método del scattering inverso[37, 155]. Este método es similar en esencia al basado en el uso de la transformada de *Fourier*, habitualmente empleado en la resolución de ecuaciones diferenciales lineales en derivadas parciales. La aproximación consiste en identificar un problema de scattering adecuado cuyo potencial es la solución buscada. El campo incidente en $z = 0$ se usa para encontrar los datos de scattering iniciales cuya evolución a lo largo del eje axial z se determina fácilmente resolviendo el problema de scattering lineal asociado. Al no usarse en problemas en los que aparecen involucradas las pérdidas en la fibra y las técnicas de amplificación óptica, queda fuera del alcance de este trabajo.

Capítulo 4

Modelo vectorial de amplificación Raman distribuida en fibras ópticas

En este capítulo, extendemos nuestro estudio mediante el desarrollo de un nuevo modelo vectorial de amplificación Raman aplicado a pulsos. Para ello se tienen en cuenta las propiedades de birrefringencia aleatoria de la fibra en tendidos suficientemente largos, que son los utilizados en comunicaciones ópticas, así como el acoplo relativo entre los estados de polarización del bombeo y la señal que exista durante la propagación. Se determinarán las condiciones de ganancia promedio efectiva que registra una señal vectorial en etapas de amplificación consecutiva. Para la verificación del modelo, se resuelven las ecuaciones acopladas de propagación usando el método SSFM. Se analiza la influencia que la potencia de pico y el control inicial de fase, mediante la técnica del prechirpeado, introducen en la propagación vectorial en régimen de ganancia Raman distribuida.

Ya hemos comentado en páginas precedentes (ver sección **1.2.2**) que la amplificación *Raman* resulta interesante porque proporciona ganancia en un amplio ancho de banda mientras mantiene una figura de ruido pequeña[15]. Además este esquema de amplificación óptica puede ser implementado mediante el uso de la fibra de sílice convencional de manera que esa ganancia de la que hablamos se genera a lo largo de la propia línea de transmisión. Así mismo vimos como muchos experimentos han venido mostrando [68, 70, 156] que la ganancia *Raman* en las fibras ópticas depende del grado de acoplo entre las polarizaciones del bombeo y de la señal. Pero ese efecto depende del tipo de birrefringencia que se tenga en la fibra.

4.1. Modelo vectorial de propagación de pulsos en fibras con birrefringencia aleatoria en régimen de ganancia Raman

En una fibra ideal y perfectamente simétrica se produce una situación inconveniente: un alto grado de dependencia de la ganancia con la polarización (PDG) [157, 158, 159]. Sin embargo este efecto no es tan severo como parece, dado que habitualmente las fibras ópticas presentan algún grado de asimetría residual aleatoria, como también hemos explicado anteriormente. Bien causada por deformaciones del núcleo de la fibra, que no resulta ser perfectamente circular, bien provocada por esfuerzos mecánicos sobre la fibra desplegada, aparece una birrefringencia aleatoria que provocará rotaciones de la polarización a lo largo de la fibra completamente al azar. Tales rotaciones son dependientes de la longitud de onda de manera que algún lugar a lo largo de la fibra aparecerá un giro de 90° entre la polarización del bombeo y de la señal, por lo que en esos puntos el proceso de Scattering Raman Estimulado será prácticamente ineficiente. Pero como las polarizaciones de ambas ondas seguirán evolucionando, en otros puntos donde estén copolarizadas el valor de la ganancia será máximo. Resulta evidente que la combinación de la

birrefringencia aleatoria, y su efecto asociado de la PMD, junto a la dependencia con la polarización de la ganancia PDG, introducen cierto grado de incertidumbre en la efectividad del proceso físico de amplificación mediante *SRS*[160]. Así la PMD mitiga el efecto de la ganancia dependiente de la polarización, pero introduce fluctuaciones y distorsión de la señal[151].

Si inicialmente al inyectarse en la fibra tanto bombeo como señal se copolarizan con el fin de conseguir el máximo de ganancia, a lo largo de su propagación experimentarán la misma "depolarización". Pero a causa de su diferente longitud de onda y del grado de birrefringencia de la fibra, las polarizaciones relativas llegarán a ser completamente aleatorias. La distancia típica de desacoplo l_p ya fue introducida en el Capítulo 1 y determina la longitud a la que se justifica el promedio de ganancia *Raman* entre valores extremos.

Para longitudes de interacción largas relevantes en el campo de las comunicaciones ópticas, la ganancia *Raman* en una fibra con birrefringencia aleatoria llega a ser precisamente ese promedio entre los coeficientes de ganancia paralelo y perpendicular, independientemente de la polarización de entrada. Es por ello que se justifica la utilización de un modelo escalar como el usado en capítulos anteriores de esta tesis. Sin embargo, en distancias de amplificación que tengan típicamente pocos kilómetros, la situación no

es exactamente la misma. Aquí tenemos que la longitud sobre la que la ganancia *Raman* llega a ser independiente de la polarización para señales y bombeos que se propagan simultáneamente en la fibra viene determinada por el coeficiente de la *PMD*[145, 125, 151] que resume el efecto de la birrefringencia aleatoria en la fibra.

Nuestro objetivo es el de introducir esta escala de longitud en las ecuaciones vectoriales que gobiernan la evolución de las componentes de polarización de una señal formada por pulsos de forma solitónica que recibe ganancia por efecto del *SRS* a partir de un bombeo CW, cuando ambos se propagan por una fibra con birrefringencia aleatoria.

4.1.1. Coeficiente de ganancia Raman efectivo dependiente de la polarización

En una fibra que no mantenga la polarización porque la birrefringencia sea aleatoria, en el proceso de scattering *Raman* estimulado que proporciona ganancia, tanto la onda de bombeo como la onda de *Stokes* experimentarán las mismas condiciones de despolarización de forma que, como ya vimos, al tener diferentes longitudes de onda, las polarizaciones relativas serán completamente aleatorias. Si inicialmente tanto señal como bombeo están

igualmente polarizados, la distancia a la que la ganancia decrece no será la distancia en la que se pierde el estado de polarización inicial de cada uno de ellos (ya sea polarización lineal, circular o elíptica) sino más bien la distancia a la que los estados de polarización de bombeo y señal se desacoplan. Más lejos de esta longitud característica, la ganancia se promedia como 1/2 del valor máximo que se tiene en copolarización[70].

Para caracterizar el coeficiente de ganancia efectivo que tenga en cuenta, en este tratamiento vectorial que proponemos, la dependencia con la polarización en un sistema de propagación con birrefringencia aleatoria, hacemos uso del método propuesto por *Hellwarth*(1978)[150], *Stolen* (1979)[66] y desarrollado posteriormente por *Zhang et al.*(2004)[161] para señales continuas. Nosotros lo ampliaremos en nuestro trabajo al caso de señales pulsantes tipo solitón. Su derivación formal parte de que en cada segmento en que dividimos una fibra monomodo birrefringente consideramos los campos de bombeo y de *Stokes*:

$$\mathbf{E}_p(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} \left[\hat{\mathbf{e}}_x A_{p,x} \mathbb{H}_{p,x}(x, y) e^{ik_{px}z} + \hat{\mathbf{e}}_y A_{p,y} \mathbb{H}_{p,y}(x, y) e^{ik_{py}z} \right] \exp(-i\omega_p t) + c.c., \quad (4.1)$$

$$\mathbf{E}_s(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} \exp\left(\frac{gR_b z}{2}\right) \left[\hat{\mathbf{e}}_x A_{s,x} \mathbb{H}_{s,x}(x, y) e^{ik_{sx}z} + \hat{\mathbf{e}}_y A_{s,y} \mathbb{H}_{s,y}(x, y) e^{ik_{sy}z} \right] \exp(-i\omega_s t) + c.c., \quad (4.2)$$

donde $A_{p,x}$, $A_{p,y}$, $A_{s,x}$ y $A_{s,y}$ son las amplitudes complejas a lo largo de los ejes principales de cada tramo birrefringente de fibra para el bombeo y la señal,

respectivamente; por su parte k_{px} , k_{py} , k_{sx} y k_{sy} son las correspondientes constantes de propagación. En el caso de que el scattering se produjera en contrapropagación, bastaría hacer el cambio:

$$k_{sx} \longrightarrow -k_{sx}$$

$$k_{sy} \longrightarrow -k_{sy}$$

Por descontento g_{R_b} representa el coeficiente de ganancia y suponemos que no hay reducción del bombeo debido a la cesión de energía a la señal (*no pump depletion*). Si se introducen estas expresiones así formuladas en las ecuaciones de campo de *Maxwell*, suponiendo un scattering polarizado, usando (1.18) y una respuesta instantánea en la polarización no lineal[14], se obtienen el siguiente conjunto de ecuaciones de onda acopladas en ganancia[161]:

$$g_{R_b} A_{s,x} = \mathcal{Y} |A_{p,x}|^2 A_{s,x} + \mathcal{Y} A_{p,x} A_{p,y}^* A_{s,y} K \quad (4.3)$$

$$g_{R_b} A_{s,y} = \mathcal{Y} A_{p,y} A_{p,x}^* A_{s,x} K + \mathcal{Y} |A_{p,y}|^2 A_{s,y} \quad (4.4)$$

donde no se han tenido en cuenta efectos dispersivos ni otros fenómenos no lineales. Aquí \mathcal{Y} representa la integral de solapamiento de los modos de propagación en la fibra y es inversamente proporcional al área efectiva del núcleo de la fibra (ver ec.(1.134)).

El factor K es una función de la longitud de la fibra L , de la birrefringencia de la misma δn y de la frecuencia *Raman* Ω_R :

$$k = \int_0^L \frac{e^{i\Delta kz}}{L} dz = \exp\left(\frac{i\Delta k L}{2}\right) \frac{\text{sen}\left(\frac{\Delta k L}{2}\right)}{\frac{\Delta k L}{2}} \quad (4.5)$$

donde Δk está relacionada con la inversa de la longitud a la que el bombeo polarizado y la onda de *Stokes* se desacoplan. En un bombeo en copropagación se cumpliría:

$$\Delta k = (k_{px} - k_{py}) - (k_{sx} - k_{sy}) = \frac{\delta n \Omega_R}{c} \quad (4.6)$$

La cuestión sería ahora: ¿cómo obtener el coeficiente de ganancia en términos de la polarización relativa entre el bombeo y la señal? Para responder a esta pregunta consideramos un bombeo CW con potencia total inicial P_0 linealmente polarizado de manera que $A_{p,x} = A_{p,y}^*$ y $|A_{p,x}|^2 = |A_{p,y}|^2 = P_0/2$ (polarización lineal a 45°). Si sustituimos en las ecuaciones acopladas (4.3) y (4.4) obtenemos para el coeficiente de ganancia la expresión:

$$g_{R_b}^2 - g_{R_b} \Upsilon P_0 + \Upsilon^2 \frac{P_0^2}{4} (1 - K^2) = 0 \quad (4.7)$$

Como ecuación de 2º grado presenta dos soluciones:

$$g_{R_b} = \frac{\Upsilon P_0}{2} (1 \pm K) \quad (4.8)$$

donde el signo más corresponderá al valor máximo de ganancia dependiente de la polarización (*max PDG*) que tendrá en cuenta el valor de la misma cuando

bombeo y señal estuvieran copolarizados. Análogamente, el signo menos dará el mínimo de ganancia dependiente de la polarización (*min PDG*) que aparecería en el caso de que la polarización relativa entre ambos haces ópticos fuera ortogonal. Como hemos indicado, suponemos que ambas componentes de polarización del bombeo no experimentan reducción de potencia debido a la cesión de energía a la señal y que su evolución, ya sea en copropagación o en contrapropagación, va a ser regida por una simple ley exponencial, como en el caso escalar.

A continuación introducimos la longitud típica de desacoplo entre las polarizaciones de bombeo y señal l_p que viajan simultáneamente por la fibra. Esta ha de entenderse como aquella distancia a partir de la cual ambos estados de polarización aparecen no correlacionados debido a las propiedades birrefringentes de la fibra, que actúan sobre las ondas de luz que viajan con distinta longitud de onda. Para ello hacemos uso del modelo estadístico desarrollado por *Lin* y *Agrawal*(2003), aplicado para bombeos y señales en onda continua en un amplificador de fibra *Raman* (*RFA*). Estos autores evalúan dicha distancia a partir del coeficiente D_p de la **PMD**, donde se recogen las propiedades birrefringentes de la fibra, y de la relación entre las frecuencias del bombeo ω_p y la señal ω_s [151]:

$$l_p = \frac{3}{D_p^2 (\omega_p \mp \omega_s)^2} \quad (4.9)$$

en la que el signo $-$ es para la copropagación y el signo $+$ para la contrapropagación. Ya que sólo la parte real de la función K contribuirá a la ganancia que el bombeo suministra a la onda señal de *Stokes*, se tiene que:

$$Re(K) = \cos\left(\frac{\Delta k L}{2}\right) \frac{\text{sen}\left(\frac{\Delta k L}{2}\right)}{\Delta k L/2} = \frac{\text{sen}\left(2\pi(L/l_p)\right)}{2\pi(L/l_p)} \quad (4.10)$$

donde se ha utilizado explícitamente la longitud de desacoplo de las polarizaciones relacionada con la diferencia en las constantes de propagación $\Delta k = 2\pi/l_p$.

De esta forma el coeficiente de ganancia tendría como expresión en su forma dependiente de la polarización:

$$g_{R_b} = \frac{\Upsilon P_0}{2} \left(1 \pm \frac{\text{sen}(2\pi L/l_p)}{(2\pi L/l_p)} \right) \quad (4.11)$$

Tendremos dos situaciones límites:

- Si $L \ll l_p \Rightarrow Re(K) \simeq 1$ y por tanto $g_{R_b} = \Upsilon P_0 = g_{R,max}^{PDG}$ ó

$$g_{R_b} = 0 = g_{R,min}^{PDG}.$$

Es decir, existirá una fuerte dependencia de la ganancia con la polarización, bien con polarización paralela y valor máximo, o con polarización ortogonal, y valor mínimo.

- Si $L \gg l_p \Rightarrow Re(K) \simeq 0$ con lo que $g_{R_b} = \Upsilon P_0/2$.

Lo que significa que el coeficiente de ganancia para cada eje de polarización principal llega a ser el mismo e independiente del estado de polarización que tengan a la entrada la señal y el bombeo. Su valor resulta ser el promedio a 1/2 del máximo de ganancia que se tendría en polarización paralela.

Para distancias L del orden de la longitud l_p , los valores de g_{R_b} fluctuarán entre el máximo y el mínimo de ganancia como indica la Fig.4.2.

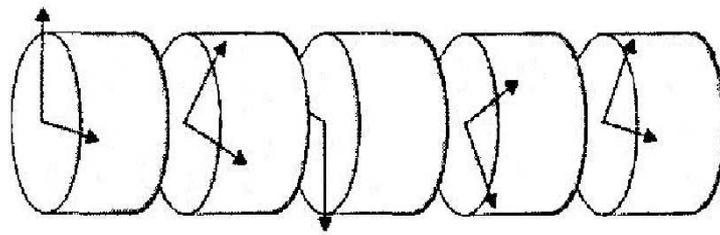


Figura 4.1: Sucesión de elementos de fibra con birrefringencia lineal de igual longitud con el que modelizamos nuestra fibra de birrefringencia aleatoria.

En el marco del modelo de birrefringencia aleatoria que aquí utilizamos en el que consideramos una sucesión de pequeños tramos de fibra de igual longitud con birrefringencia lineal constante que se acoplan entre sí[162], sin correlación alguna entre piezas adyacentes (ver Fig.4.1), definimos el factor equivalente asociado a la dependencia de la ganancia con la polarización de

la forma:

$$K_{eff}^{PDG} \equiv \left[\frac{1 \pm Re(K)}{2} \right]^{-1} = \frac{2}{1 \pm \frac{\text{sen}(2\pi(L_j/l_p))}{2\pi(L_j/l_p)}}, \quad j = 1, 2, \dots, N, \quad (4.12)$$

donde N es el número de pequeños elementos birrefringentes, el índice j corresponde al elemento j -ésimo y $L_j = (j - 1)\delta L$. Su representación gráfica aparece en la Fig.4.2, en la que se puede observar que el valor promedio $1/K_{eff} \rightarrow 1/2$.

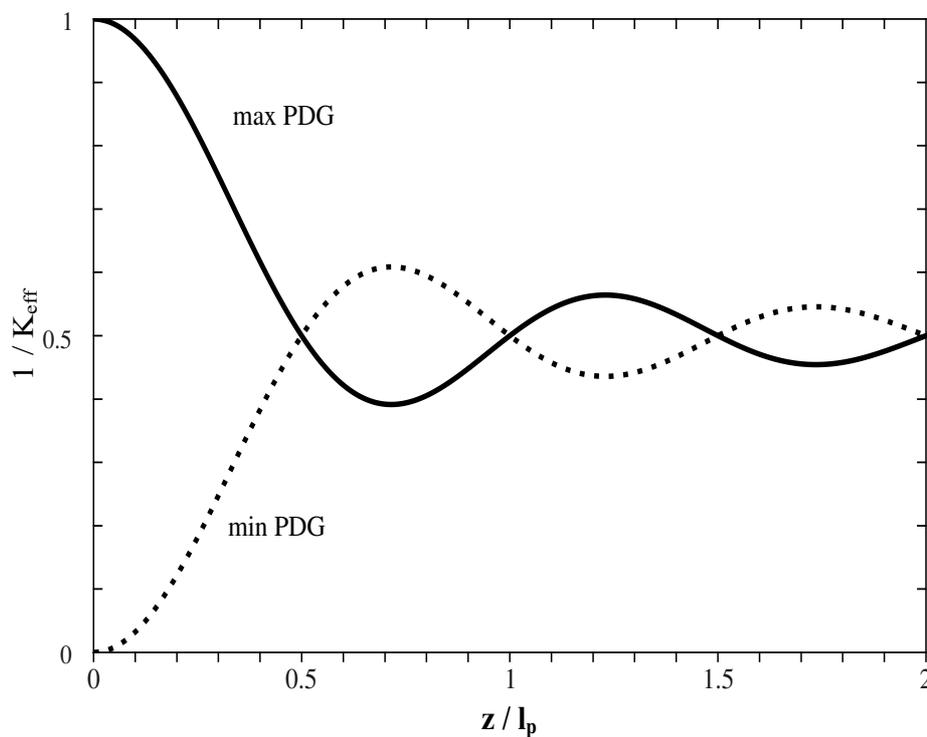


Figura 4.2: Dependencia del factor efectivo K_{eff}^{PDG} con la distancia normalizada a l_p .

Podemos identificar así en las ecuaciones de propagación (3.16) y (3.17) utilizando este coeficiente efectivo para el promediado de la ganancia :

$$\frac{g_{R\parallel}(\Omega_R)}{2}P_x(z)A_{s,x}(z,t) + \frac{g_{R\perp}(\Omega_R)}{2}P_y(z)A_{s,x}(z,t) \simeq \frac{g_R(\Omega_R)}{2K_{eff}^{PDG}(z)}\frac{P_p(z)}{2}A_{s,x}(z,t) \quad (4.13)$$

$$\frac{g_{R\perp}(\Omega_R)}{2}P_x(z)A_{s,y}(z,t) + \frac{g_{R\parallel}(\Omega_R)}{2}P_y(z)A_{s,y}(z,t) \simeq \frac{g_R(\Omega_R)}{2K_{eff}^{PDG}(z)}\frac{P_p(z)}{2}A_{s,y}(z,t) \quad (4.14)$$

donde asumimos que la contribución al parámetro de ganancia total que está modulado por el coeficiente efectivo procede tanto de la componente copolarizada como de la que presenta polarización ortogonal entre señal y bombeo:

$$g_R \approx g_{R\parallel} + g_{R\perp} \quad (4.15)$$

4.1.2. Ecuaciones promedio de propagación vectorial con término de ganancia Raman efectivo

En nuestro modelo de birrefringencia aleatoria, que se basa en la sucesión de secciones linealmente birrefringentes para dar lugar a un tendido suficientemente largo de fibra, utilizamos las ecuaciones (3.16) y (3.17) con $B = 2/3$ para describir la propagación de las componentes de polarización de cada pulso[14, 162]. Por lo tanto, las dos componentes vectoriales de

polarización lineal del campo eléctrico señal se acoplan entre sí en cada segmento de fibra mediante la no linealidad *Kerr*, y al bombeo, promediado sobre las dos componentes, mediante el término de ganancia asociado al efecto *SRS* que aparece modulado por el coeficiente efectivo, dando cuenta de la dependencia que presenta dicha ganancia *Raman* con la polarización. Sin pérdida de generalidad podemos considerar que una componente se acopla al bombeo de manera que le proporcione el valor máximo de ganancia para ese z determinado, según el coeficiente K_{eff}^{PDG} . Mientras la otra componente, por ser ortogonal, se acoplará con el valor mínimo del mismo. De esta forma podemos escribir:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_{s,x}}{\partial z} + \beta_{1s,x} \frac{\partial A_{s,x}}{\partial t} + \frac{i}{2} \beta_{2s} \frac{\partial^2 A_{s,x}}{\partial t^2} + \frac{\alpha}{2} A_{s,x} &= \\ = i\gamma_s \left(|A_{s,x}|^2 + \frac{2}{3} |A_{s,y}|^2 \right) + \frac{g_R(\Omega_R)}{2K_{eff}^{PDG(\max)}(z)} \frac{P_p(z)}{2} A_{s,x}(z, t) \end{aligned} \quad (4.16)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_{s,y}}{\partial z} + \beta_{1s,y} \frac{\partial A_{s,y}}{\partial t} + \frac{i}{2} \beta_{2s} \frac{\partial^2 A_{s,y}}{\partial t^2} + \frac{\alpha}{2} A_{s,y} &= \\ = i\gamma_s \left(|A_{s,y}|^2 + \frac{2}{3} |A_{s,x}|^2 \right) + \frac{g_R(\Omega_R)}{2K_{eff}^{PDG(\min)}(z)} \frac{P_p(z)}{2} A_{s,y}(z, t) \end{aligned} \quad (4.17)$$

donde los coeficientes efectivos $K_{eff}^{PDG(\max)}$ y $K_{eff}^{PDG(\min)}$ responden a los signos positivo y negativo, respectivamente, que presenta (4.12) y cuya evolución se puede ver gráficamente en la Fig.4.2.

Si aglutinamos como hicimos en el caso escalar en un único término de pérdidas y ganancia $\alpha_s^{eff}(z)$ podríamos poner:

$$\alpha_s^{eff}(z)|_{min}^{max} = \alpha - \frac{g_R(\Omega_R)}{K_{eff}^{PDG_{min}^{max}}(z)} \frac{P_p(z)}{2} \quad (4.18)$$

Con lo que las ecuaciones acopladas de propagación para cada punto z , que corresponderá a una de las sucesivas secciones linealmente birrefringentes de las que está formado el tendido total de fibra en nuestro modelo, nos quedarían en términos de las envolventes de variación lenta de las componentes de polarización para la señal:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_{s,x}}{\partial z} + \beta_{1s,x} \frac{\partial A_{s,x}}{\partial t} + \frac{i}{2} \beta_{2s} \frac{\partial^2 A_{s,x}}{\partial t^2} + \frac{\alpha_s^{eff}(z)|_{max}}{2} A_{s,x} = \\ = i\gamma_s \left(|A_{s,x}|^2 + \frac{2}{3} |A_{s,y}|^2 \right) \end{aligned} \quad (4.19)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_{s,y}}{\partial z} + \beta_{1s,y} \frac{\partial A_{s,y}}{\partial t} + \frac{i}{2} \beta_{2s} \frac{\partial^2 A_{s,y}}{\partial t^2} + \frac{\alpha_s^{eff}(z)|_{min}}{2} A_{s,y} = \\ = i\gamma_s \left(|A_{s,y}|^2 + \frac{2}{3} |A_{s,x}|^2 \right) \end{aligned} \quad (4.20)$$

A continuación adimensionalizamos de forma adecuada:

$$u = \frac{A_{s,x}}{\sqrt{P_{s0}}}$$

$$v = \frac{A_{s,y}}{\sqrt{P_{s0}}}$$

donde la potencia de pico del pulso señal vendrá dada por:

$$P_{s0} = \sqrt{|A_{s,x}(0,0)|^2 + |A_{s,y}(0,0)|^2}$$

En un sistema de referencia comóvil con las componentes del pulso definimos el parámetro de dispersión en la velocidad de grupo en la forma[14]:

$$\delta_s = \frac{\beta_{1s,x} - \beta_{1s,y}}{2} = \frac{1}{2} \left(\frac{n_{sx} - n_{sy}}{c} \right) = \frac{\Delta n}{2c}$$

de manera que si tomamos como nueva variable temporal:

$$T = t - z\bar{\beta}_1$$

con $\bar{\beta}_1 = 1/2(\beta_{1s,x} + \beta_{1s,y})$. Podemos normalizar a las nuevas variables adimensionales:

$$\xi = \frac{z}{L_D}$$

$$\tau = \frac{T}{T_0}$$

con T_0 la anchura temporal de inicio de los pulsos de la señal y $L_D = T_0/\beta_{2s}$, que como sabemos representa la longitud de dispersión. Las ecuaciones (4.19) y (4.20) normalizadas en el régimen de dispersión anómala, que es el apropiado para la propagación de solitones, quedarían como sigue:

$$\frac{\partial u}{\partial \xi} + \delta \frac{\partial u}{\partial \tau} - \frac{i}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + \frac{\Gamma_s^{eff}|_{max}(\xi, \Omega_R)}{2} u = iN^2 \left(|u|^2 + \frac{2}{3} |v|^2 \right) \quad (4.21)$$

$$\frac{\partial v}{\partial \xi} - \delta \frac{\partial v}{\partial \tau} - \frac{i}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial \tau^2} + \frac{\Gamma_s^{eff}|_{min}(\xi, \Omega_R)}{2} v = iN^2 \left(|v|^2 + \frac{2}{3} |u|^2 \right) \quad (4.22)$$

donde hemos identificado los parámetros:

$$N^2 = \gamma L_D P_{s0}$$

$$\Gamma_s^{eff}|_{min}^{max}(\xi, \Omega_R) = L_D \alpha_s^{eff}(\xi, \Omega_R)|_{min}^{max}$$

Como los diferentes elementos linealmente birrefringentes de nuestro modelo orientan entre sí aleatoriamente sus ejes ortogonales de polarización, habrá que tener en cuenta todas esas posibles orientaciones relativas. Es decir, si queremos tener en cuenta todos los estados de polarización posibles que en esta aproximación de birrefringencia aleatoria podrán existir en el acoplo entre señal y bombeo, consideramos que tras cada segmento de fibra dichos estados de polarización atraviesan por completo la esfera de *Poincaré*[14], lo que significa que los campos rotan aleatoriamente sobre todos los ángulos posibles según este cambio de variable[153, 163]:

$$\begin{bmatrix} u' \\ v' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \text{sen } \theta e^{i\phi} \\ -\text{sen } \theta e^{-i\phi} & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

donde θ y ϕ representan variables aleatorias uniformemente distribuidas en el rango $[-\pi, \pi]$ y $[-\pi/2, \pi/2]$, respectivamente. De hecho la ecuación matricial (4.23) se puede interpretar como una rotación arbitraria de ángulos 2θ y ϕ sobre la esfera de *Poincaré* [164]. Cuando se promedian las ecuaciones (4.21) y (4.22) sobre todos los estados de polarización posible a partir del cambio de variable anterior, considerando que el estado de polarización de cada pulso, y por descontado del bombeo, recorre uniformemente la esfera de *Poincaré*, obtenemos la siguiente variante de las ecuaciones de *Manakov*-

PMD [153, 165, 149] para la propagación vectorial de las componentes de polarización de un pulso de picosegundos en régimen de ganancia *Raman* distribuida:

$$\frac{\partial u'}{\partial \xi} - \frac{i}{2} \frac{\partial^2 u'}{\partial \tau^2} + \frac{\Gamma_s^{eff}|_{max}(\xi, \Omega_R)}{2} u' = iN^2 \frac{8}{9} (|u'|^2 + |v'|^2) \quad (4.24)$$

$$\frac{\partial v'}{\partial \xi} - \frac{i}{2} \frac{\partial^2 v'}{\partial \tau^2} + \frac{\Gamma_s^{eff}|_{min}(\xi, \Omega_R)}{2} v' = iN^2 \frac{8}{9} (|v'|^2 + |u'|^2) \quad (4.25)$$

El factor $\frac{8}{9}$ puede ser absorbido en la normalización usada para las componentes u' y v' , de manera que suprimiendo la notación con primas por simplicidad, las ecuaciones promedio no lineales acopladas entre sí y al bombeo que describirían la propagación de solitones en fibras con birrefringencia aleatoria en este régimen:

$$\frac{\partial u}{\partial \xi} - \frac{i}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + \frac{\Gamma_s^{eff}|_{max}(\xi, \Omega_R)}{2} u = iN^2 (|u|^2 + |v|^2) \quad (4.26)$$

$$\frac{\partial v}{\partial \xi} - \frac{i}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial \tau^2} + \frac{\Gamma_s^{eff}|_{min}(\xi, \Omega_R)}{2} v = iN^2 (|v|^2 + |u|^2) \quad (4.27)$$

Es bien conocido que estas ecuaciones, en ausencia del término de pérdidas-ganancia, constituyen un conjunto de ecuaciones acopladas no lineales que son integrables mediante el método del scattering inverso[105] y tienen como solución para $N = 1$ en su forma más simple[153, 166]:

$$u(\xi, \tau) = \cos \theta sech(\tau) \exp(i\xi/2) \quad (4.28)$$

$$v(\xi, \tau) = \sen \theta sech(\tau) \exp(i\xi/2) \quad (4.29)$$

donde θ se identifica con el ángulo de polarización que toma un valor arbitrario. En todos los aspectos esta solución corresponde a un **solitón vectorial** que es idéntico al fundamental según vimos en la ecuación (2.22). Muestra cómo un solitón fundamental mantiene en promedio el mismo estado de polarización en todo el pulso a pesar de los cambios que introduce la birrefringencia aleatoria a lo largo de la fibra. Esta robustez en el comportamiento de este tipo de pulsos[167] es un indicativo de la naturaleza tan extraordinaria que presentan los solitones en su comportamiento como cuasi-partículas. En efecto, los solitones mantienen en promedio su perfil de pulso y resisten los pequeños cambios aleatorios que se produzcan en la birrefringencia. De hecho hemos podido confirmar a través de la bibliografía consultada, en la que se han realizado numerosas simulaciones numéricas, que el comportamiento de estos solitones vectoriales puede mantener un estado de polarización prácticamente uniforme sobre largas extensiones de fibra (aproximadamente del orden de centenares de kilómetros) incluso cuando se utilizan amplificadores ópticos basados en tecnologías EDFA para compensar las pérdidas[165].

Queremos resaltar de nuevo el carácter de comportamiento promedio que las ecuaciones de *Manakov* introducen para las soluciones que representan los pulsos que aquí hemos definido como solitones vectoriales, ya que los

parámetros de amplitud, frecuencia, posición central, fase y ángulo de polarización en general fluctuarán a lo largo de la propagación en la fibra en respuesta a los cambios que introduce la birrefringencia aleatoria. De hecho la amplitud del solitón vectorial decrece mientras su anchura aumenta a consecuencia de las perturbaciones que introduce la misma, que están asociadas a la aparición de ondas dispersivas (radiación continua)[111, 163] y, por supuesto, a la existencia de pérdidas en la fibra. Es precisamente este último aspecto el que estudiamos con detalle cuando se intentan compensar mediante la técnica de la amplificación óptica basada en el scattering *Raman* estimulado.

4.2. Verificación del modelo vectorial de amplificación *Raman* DRA

Hemos centrado nuestro interés en las características de estabilidad de un solitón vectorial chirpeado en régimen de ganancia *Raman* distribuida en contrapropagación con fibras convencionales que se utilizan en los sistemas de comunicaciones ópticas. Consideramos un tramo de fibra con birrefringencia aleatoria de longitud $L_A = 40km$ al final del cual situamos la etapa de bombeo cuya potencia viene dada por la ecuación(2.49) y que hemos repartido por

igual entre las dos componentes de polarización de dicho bombeo a la longitud de onda de 1450 nm . De esta manera intentamos regenerar los pulsos con la misma potencia inyectada. En $z = 0$ lanzamos solitones vectoriales chirpeados a la longitud de onda $\lambda_s = 1550\text{ nm}$ cuyas componentes de polarización ortogonal tendrían inicialmente la forma funcional siguiente:

$$u(\xi = 0, \tau) = A \cos \theta \operatorname{sech}(\tau) \exp(-iC\tau^2/2) \quad (4.30)$$

$$v(\xi = 0, \tau) = A \sin \theta \operatorname{sech}(\tau) \exp(-iC\tau^2/2) \quad (4.31)$$

donde A es la amplitud que se relaciona con el orden del solitón, C es el parámetro de chirp lineal que controla la fase de inicio de las componentes de polarización del pulso y θ determina la intensidad relativa de cada una de esas dos componentes. Por descontento se cumple para la potencia de pico de cada pulso que:

$$P_0 = |u(\xi = 0, \tau = 0)|^2 + |v(\xi = 0, \tau = 0)|^2 = |A|^2(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) = |A|^2 \quad (4.32)$$

El estudio de las características de propagación del solitones vectoriales chirpeados amplificados mediante *SRS* lo hemos realizado mediante la técnica de Symmetrized Split-Step **Fourier** Method (*SSFM*) (ver Apéndice **B**), que se ha aplicado para resolver numéricamente las ecuaciones (4.26)-(4.27).

El efecto de la birrefringencia aleatoria sobre la ganancia se incluye en el coeficiente efectivo K_{eff}^{PDG} a través de la distancia de desacoplo l_p entre los estados de polarización de bombeo y señal, según la ecuación (4.9). Para tendidos de fibra monomodo convencionales hemos utilizado valores del parámetro D_p típicos en torno a $0,1 - 1 \text{ ps}/\sqrt{\text{km}}$, que nos proporcionan distancias l_p de desacoplo entre las polarizaciones no superiores al kilómetro. Esto hace que la longitud efectiva de amplificación en cada tramo sea superior a esa distancia de desacoplo l_p , es decir $L_{eff} > l_p$, lo que asegura que a lo largo de la propagación de los pulsos de la señal, la evolución relativa de los estados de polarización del bombeo y de la señal debido a la birrefringencia aleatoria de la fibra será tal que quedarán completamente no correlacionados. Esto permitirá que las dos componentes de polarización de cada solitón se vean amplificadas de la misma manera y con el mismo valor promedio. Esto se pone de manifiesto en nuestro modelo ya que en cada tramo de amplificación L_A el coeficiente efectivo $1/K_{eff}^{PDG}$ alcanzaría el valor $1/2$ mucho antes de que los pulsos de la señal lo completen.

Las simulaciones se han realizado para sistemas de transmisión con solitones de $T_0 \sim 5 - 10 \text{ ps}$ de anchura en fibras de dispersión anómala, lo que nos da tasas de transmisión efectiva de 10-40 Gb/s. Hemos estudiado el efecto que el control inicial de la fase en las componentes de polarización a través

del chirp lineal y la potencia de pico óptima, obtenida mediante el Método de los Momentos, producen sobre la estabilidad de los solitones vectoriales con ganancia *Raman*. Para ello, al igual que en el caso escalar, hemos distinguido sistemas con distintos valores del parámetro $z_A = L_A/L_D$, que nos da la relación entre la longitud del tramo de amplificación y la longitud de dispersión.

4.2.1. Efecto de la ganancia distribuida sobre la energía de los pulsos vectoriales

Para amplitudes iniciales iguales de las componentes de polarización del solitón vectorial ($\theta = \pi/4$) hemos analizado los efectos que la ganancia distribuida proporcionada por el bombeo en contrapropagación tiene sobre la energía total de cada uno de ellos.

Utilizando la potencia de bombeo $P_p(L_A)$ adecuada para $L_A = 40 \text{ km}$, calculamos numéricamente la energía a partir de la expresión (ver ecuación 2.38):

$$E(z) = \int_{-T_b/2}^{+T_b/2} \left(|u(z, T)|^2 + |v(z, T)|^2 \right) dT \quad (4.33)$$

donde tenemos que T_b es la anchura temporal del bit en la que se aloja el solitón vectorial. En la Fig.4.3 hemos representado la evolución de la

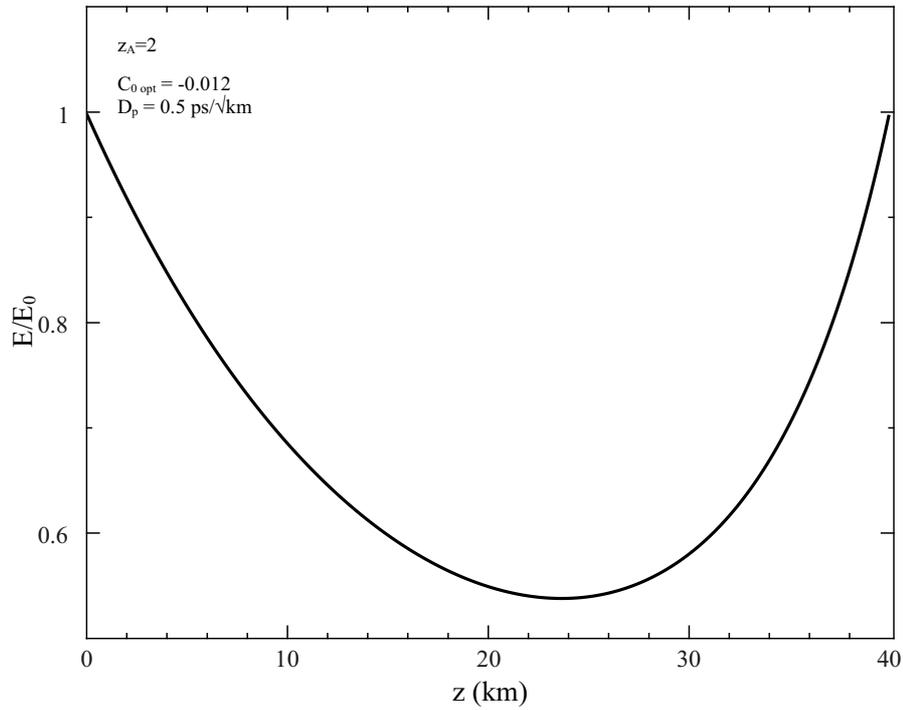


Figura 4.3: Evolución de la energía del pulso solitónico vectorial para $z_A = 2$ en un tramo de amplificación con la potencia óptima P_{0opt} repartida entre las componentes de polarización según (4.30)-(4.31) con $\theta = \pi/4$ y chirp óptimo. El valor tomado para el parámetro de PMD es

$$D_p = 0,5 \text{ ps} \cdot \text{km}^{-1/2}.$$

energía en un tramo de amplificación para $z_A = 2$ cuando utilizamos la potencia y el chirp óptimos. Las simulaciones demuestran que tanto para $z_A < 1$ como para valores de z_A superiores a la unidad, la efectividad del proceso de amplificación es completa. El efecto de las pérdidas durante la primera parte de la propagación hace que inicialmente los pulsos pierdan energía, pero el scattering *Raman* estimulado, cuando el bombeo circula en contrapropagación, consigue regenerar por completo la energía de la cadena de solitones al finalizar el tramo. Debido a la simetría de las ecuaciones del modelo, también hemos comprobado que aunque las amplitudes iniciales fueran distintas, es decir, $\theta \neq \pi/4$, el proceso de amplificación sería igual de efectivo y conducen a perfiles de evolución de energía completamente similares al que aquí presentamos. Por supuesto, el efecto que la birrefringencia aleatoria introduce en la ganancia permite que a lo largo de la propagación ambas componentes de la polarización se amplifiquen en promedio de igual forma.

4.2.2. Efecto de la potencia y chirp óptimos en la propagación

Igualmente hemos comprobado la influencia que la dependencia temporal de la fase mediante el chirp lineal en $z = 0$ tiene sobre la propagación estable para la transmisión de los solitones vectoriales en estos sistemas, junto con el control de la potencia de pico inicial. Para ello se ha hecho un barrido en el chirp de inicio de los pulsos inyectados y hemos calculado el factor de ensanchamiento promedio normalizado a partir del parámetro de desviación cuadrática media *RMS* de cada pulso vectorial en la cadena de solitones al final de un tramo de amplificación de $L_A = 40 \text{ km}$. Los resultados de estas simulaciones para $z_A = 0,5$ y $z_A = 2$ se muestran en las figuras 4.4 y 4.5, respectivamente. Se puede comprobar como el valor de chirp óptimo reproduce el mismo ancho del pulso, de manera que ese control en la fase inicial de los solitones vectoriales permite asegurar $\sigma/\sigma_0 = 1$, si se combina con la potencia de pico óptima que se obtuvo para cada z_A (ver Fig.2.10). También en estas mismas gráficas mostramos los valores de anchos normalizados que para distintos valores del chirp de inicio se tiene al final de cada tramo de amplificación cuando se utiliza la potencia de pico óptima repartida entre

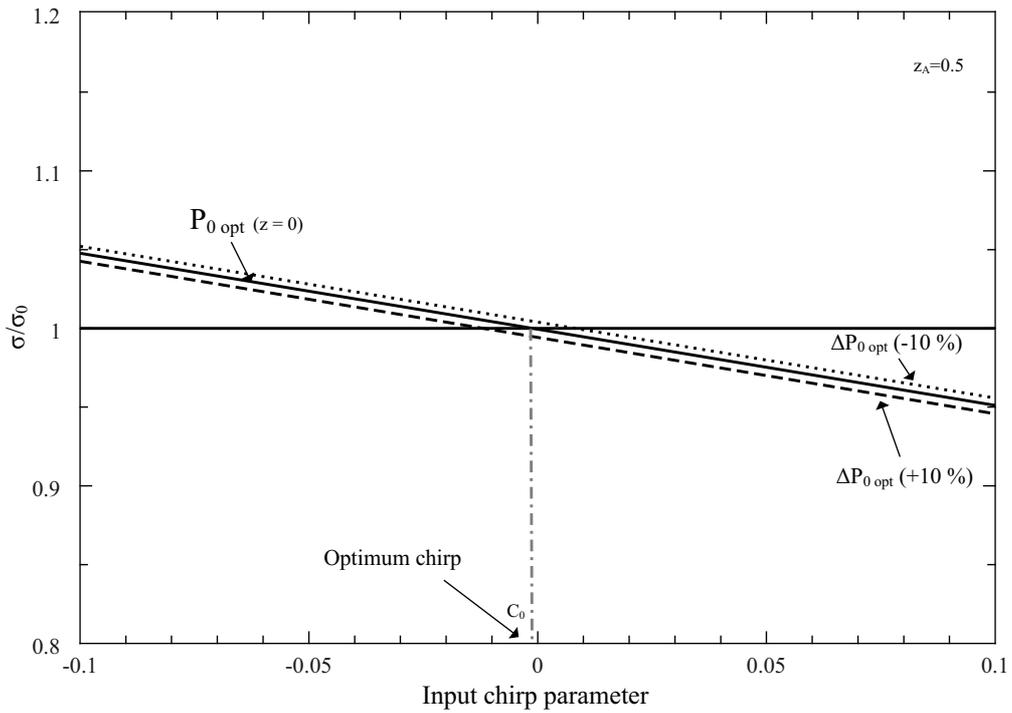


Figura 4.4: Variación del factor de ensanchamiento promedio del solitón vectorial tras una etapa de amplificación con $z_A = 0,5$ frente al valor del chirp inicial en las componentes del pulso, para distintas potencias de pico en $z = 0$. El valor tomado para el parámetro de *PMD* es

$$D_p = 0,5 \text{ ps} \cdot \text{km}^{-1/2}.$$

las dos componentes de polarización¹, y cuando se varía la misma un 10 % por encima y por debajo. Como es lógico, el grado de variabilidad es mayor para sistemas en los que $z_A > 1$ ya que los efectos dispersivos tendrán mayor importancia. Pero el hecho de que los valores óptimos tanto de potencia como de chirp aseguren periodicidad tras cada tramo, nos confirman la naturaleza estable de los solitones vectoriales en los sistemas de amplificación *Raman* distribuida.

Precisamente esas condiciones de periodicidad se ponen de manifiesto de manera más clara en la Fig.4.6 en la que representamos la evolución del ensanchamiento normalizado del pulso solitónico vectorial en un tramo de amplificación para $z_A = 2$ con el chirp óptimo. Como se comprueba, la elección del pico de potencia adecuado asegura la repetitividad en el ancho promedio del pulso. Con ello se reafirma la validez del Método de los Momentos para la descripción de la evolución promedio de los solitones en estos sistemas de amplificación con birrefringencia aleatoria.

En definitiva, la descripción vectorial de la propagación de solitones en un sistema de comunicaciones ópticas con el empleo de la amplificación *Raman* distribuida en fibras con birrefringencia aleatoria permite asegurar la estabilidad de estos pulsos. Nos confirma cómo el desacoplo entre los estados

¹Las simulaciones se han realizado para distintos valores de θ .

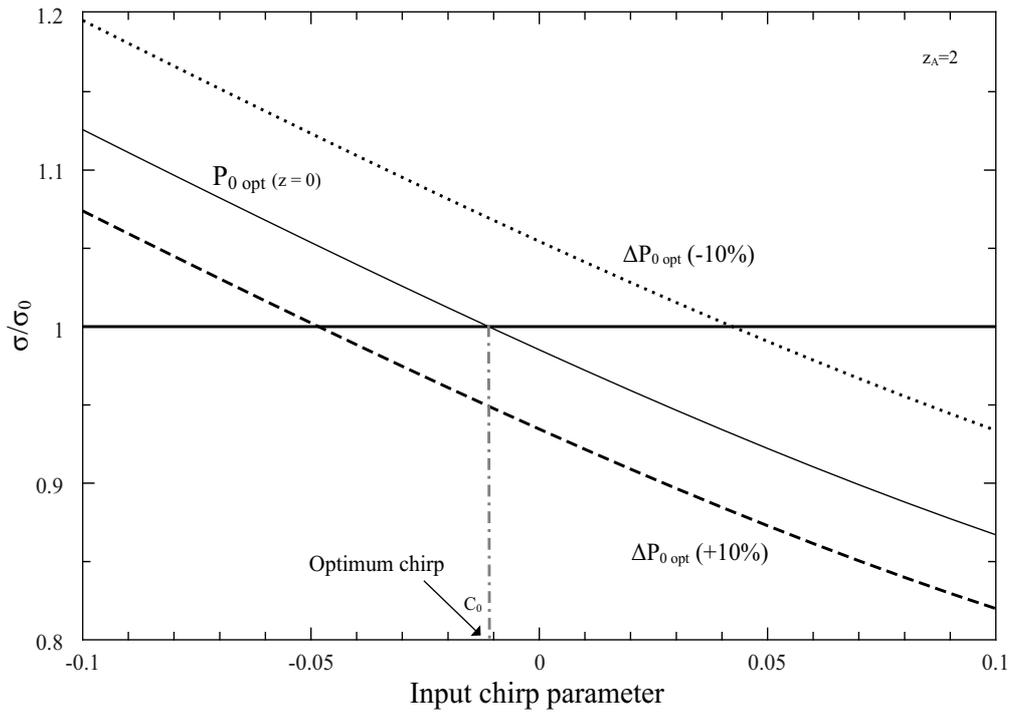


Figura 4.5: Variación del factor de ensanchamiento promedio del solitón vectorial tras una etapa de amplificación con $z_A = 2$ frente al valor del chirp inicial en las componentes del pulso, para distintas potencias de pico en $z = 0$. El valor tomado para el parámetro de *PMD* es

$$D_p = 0,5 \text{ ps} \cdot \text{km}^{-1/2}.$$

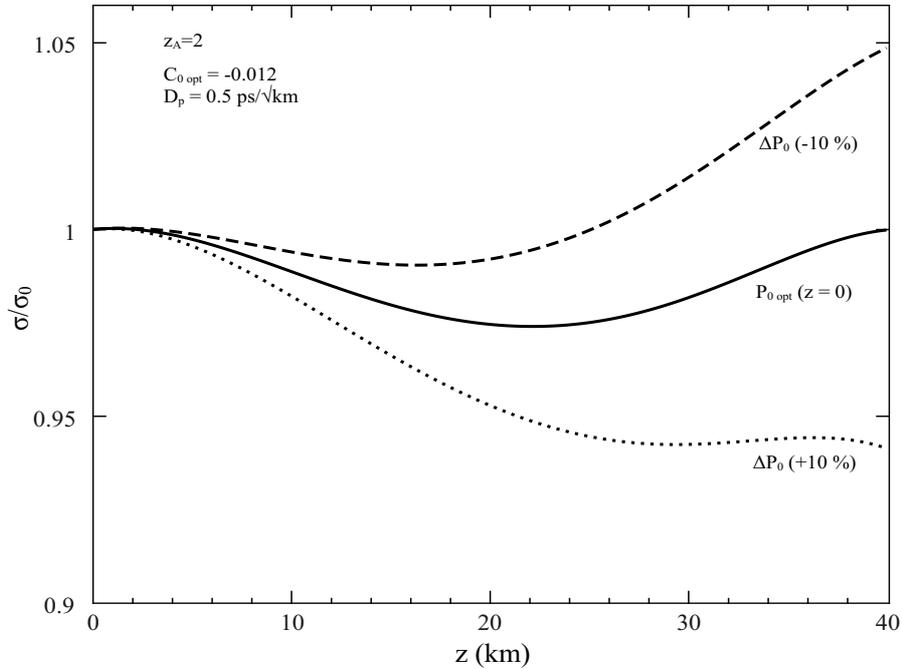


Figura 4.6: Evolución del ensanchamiento normalizado del pulso solitónico vectorial para $z_A = 2$ en un tramo de amplificación. Se han utilizado diferentes picos de potencia normalizada de inicio: potencia óptima (—), con una variación del 10% por encima (\cdots) y 10% por debajo(— —), en todos los casos repartida entre las componentes de polarización según (4.30)-(4.31) con $\theta = \pi/4$ y chirp óptimo. El valor tomado para el parámetro de *PMD* es $D_p = 0,5 \text{ ps} \cdot \text{km}^{-1/2}$.

de polarización de bombeo y señal permite una amplificación homogénea de los mismos, minimizando el efecto de la dependencia de la ganancia con la polarización. También valida las predicciones de la aproximación escalar desarrollada a través del Método de los Momentos, mediante la cual se verifica cómo las condiciones de lanzamiento óptimas mantienen en promedio la integridad de este tipo de pulsos durante su propagación en largos recorridos de fibra, tras las sucesivas etapas de amplificación distribuida DRA.

Capítulo 5

Aportaciones y Conclusiones

En esta tesis se ha investigado el efecto que la amplificación *Raman* distribuida produce sobre la dinámica de evolución de pulsos en fibras ópticas. El estudio se ha llevado a cabo en dos partes. En primer lugar, se desarrolla un nuevo modelo escalar de propagación, en régimen de ganancia *Raman*, que analiza la evolución de los parámetros fundamentales del pulso. En segundo lugar, dada la auténtica naturaleza vectorial del problema, hemos completado el tratamiento con un nuevo modelo que tiene en cuenta los efectos asociados a la polarización para las distancias que se utilizan en los sistemas de amplificación ópticas actuales.

- Como principales aportaciones y conclusiones de la primera parte del presente trabajo, extraemos las siguientes:

1. Se ha realizado una extensa revisión bibliográfica a partir de la cual se introducen los aspectos relacionados con la atenuación en las fibras y los distintos sistemas de amplificación utilizados en comunicaciones ópticas.
2. Se hace un estudio general de los sistemas de amplificación óptica, con especial hincapié en los basados en el efecto del *SRS*.
3. Una vez desarrollado el estudio anterior, se analiza el origen del scattering *Raman* a partir de la respuesta no lineal del medio. También se han analizado los efectos de la polarización de tercer orden presentes cuando se propagan campos suficientemente intensos. Este análisis se realiza a partir de un modelo clásico de osciladores moleculares acoplados, obteniéndose las expresiones de la respuesta *Raman* a la vez que se deducen los coeficientes de ganancia efectivos.
4. Se ha analizado la longitud de amplificación *Raman* efectiva para la señal y el bombeo, determinando los umbrales de potencia necesarios para que el proceso sea eficiente.
5. Con el fin de mejorar nuestro conocimiento sobre los aspectos que introduce el *SRS* en las fibras, se desarrolla un nuevo modelo escalar que permite deducir la ecuación no lineal de propagación

para pulsos ópticos en el orden de los picosegundos y que incluye explícitamente el término de ganancia *Raman*.

6. Utilizando nuestro modelo, se ha analizado la evolución de pulsos en régimen de ganancia *Raman* con un bombeo CW en contrapropagación. Para ello empleamos el *Método de los Momentos* a partir del cual se han deducido un sistema de ecuaciones diferenciales acopladas de primer orden para los parámetros de potencia de pico, anchura y chirp de los pulsos.
7. En distancias de amplificación mucho más pequeñas que las de dispersión, se ha utilizado una técnica perturbativa con la que por primera vez se obtienen analíticamente las condiciones iniciales óptimas que aseguran la periodicidad de los parámetros del pulso después de cada etapa de amplificación.
8. En el caso de distancias de amplificación iguales o superiores a las de dispersión, se ha desarrollado un programa de cálculo que permite obtener las condiciones de lanzamiento óptimas para los pulsos.
9. Con el fin de validar los resultados producidos por nuestro modelo mediante el programa comentado en el epígrafe anterior, se ha resuelto numéricamente la ecuación de propagación de la forma

habitual, basada en la técnica *SSFM*, obteniéndose un alto grado de acuerdo entre ambos.

- De la segunda parte del trabajo, donde se realiza la extensión del estudio al caso vectorial, se pueden extraer los siguientes puntos:

1. Se ha llevado a cabo una amplia revisión bibliográfica sobre los efectos de la birrefringencia en la propagación de pulsos, con el fin de precisar la terminología a usar y exponer las ideas más importantes al respecto.
2. Se desarrolla un nuevo modelo vectorial para describir la evolución de las componentes de polarización de un pulso en un amplificador de fibra *Raman* con ganancia distribuida. A partir del mismo, deducimos las ecuaciones no lineales de propagación para dichas componentes.
3. En nuestro modelo se ha incluido el efecto de birrefringencia aleatoria que se presenta en las fibras reales utilizadas en los sistemas de transmisión habituales, así como el efecto asociado a la *PMD* y su influencia sobre la ganancia *Raman* en un sistema de amplificación con bombeo en contrapropagación.

4. Para las distancias comúnmente empleadas en los sistemas de amplificación, se han resuelto numéricamente las ecuaciones acopladas de propagación utilizando el método *SSFM*, con bombeo CW en contrapropagación y con polarizaciones iniciales arbitrarias.
5. Como estamos trabajando para longitudes superiores a las longitudes de desacoplo y batido, se comprueba que después de cada etapa de amplificación se produce la regeneración de los pulsos vectoriales, siempre y cuando se hayan tomado las condiciones óptimas de lanzamiento que proporciona el modelo.
6. El estudio se ha realizado para distintas relaciones L_A/L_D , confirmando la validez de los resultados obtenidos por nuestro modelo en sistemas de amplificación *Raman* con birrefringencia aleatoria.

Apéndices

Apéndice A

Descripción cuántica del scattering *Raman* en fibras ópticas

En este apéndice se presenta un modelo teórico cuántico que permite evaluar el coeficiente de ganancia *Raman* en una fibra óptica. Este modelo proporciona de qué forma el coeficiente de ganancia depende de la longitud de onda y del solapamiento entre el bombeo y los distintos modos de propagación de una señal.

Cuando la luz se propaga a través de una fibra óptica, interactúa con el material que la compone. Las fibras más comunes están formadas fundamentalmente de sílice SiO_2 , al que se añade dióxido de germanio GeO_2 en el núcleo para incrementar su índice de refracción y poder actuar como una auténtica guía de ondas. Tales vidrios resultan ser estructuralmente complicados puesto que forman una red amorfa consistente en enlaces de $Si-O-Si$ y $Si-O-Ge$, con los menos abundantes enlaces de $Ge-O-Ge$. El scattering *Raman* procede de la interacción entre un campo electromagnético en el dominio óptico y esta red amorfa. Es útil imaginar dos átomos, de silicio y/o germanio enlazados a un átomo de oxígeno. Dado que este último es más ligero que los otros átomos, llegará a comportarse como un oscilador armónico cuya energía cambiará mediante el scattering *Raman*. De forma más probable, la energía es transferida desde el campo que se propaga al oscilador. Como resultado, la luz dispersada tiene una frecuencia más baja que la frecuencia óptica del campo. Además el oscilador podrá volver hacia el equilibrio mediante un amplio número de procesos[26].

Para diseñar de manera efectiva un amplificador de fibra *Raman* hemos visto la necesidad de resolver la ecuación de propagación que gobierna el haz de señal que transporta la información. En este apéndice obtendremos desde el punto de vista cuántico esta ecuación a partir de la descripción del cambio

en el número de fotones con la distancia debido al proceso del scattering *Raman*. Además esta ecuación muestra cómo la temperatura influye en el rendimiento del proceso de amplificación. El parámetro más importante del material que forma la guía de onda para el proceso de scattering *Raman* será la polarizabilidad diferencial, que se relaciona con la susceptibilidad de tercer orden y finalmente proporciona la ganancia del campo electromagnético que se propaga.

En una imagen sencilla del proceso de scattering *Raman* cuando un fotón de frecuencia angular ω_p es dispersado por una molécula, existen dos posibilidades. En un primer caso un fonón con frecuencia angular ω_ν se genera junto a un fotón de frecuencia angular más baja $\omega_S = \omega_p - \omega_\nu$. Este es el conocido como proceso *Stokes*. En el otro caso, un fotón incidente recibe energía de un fonón de manera que después del scattering tiene una frecuencia angular mayor $\omega_{aS} = \omega_p + \omega_\nu$, correspondiente al proceso *anti-Stokes*. Por descontado que estos procesos pueden producirse espontáneamente o pueden verse estimulados por fotones a las frecuencias de *Stokes* y *anti-Stokes*, respectivamente.

En el proceso *Stokes*, el estado inicial, que denotamos como $|i\rangle$, puede describirse como un sistema con n_p fotones incidentes a la frecuencia ω_p , n_s fotones dispersados a la frecuencia ω_s , y n_ν fonones de frecuencia ω_ν . El

estado final $|f\rangle$ será el sistema caracterizado por $n_p - 1$ fotones de frecuencia ω_p , $n_s + 1$ fotones dispersados con ω_s y $n_\nu + 1$ fonones con frecuencia ω_ν . De igual forma si queremos describir el proceso de absorción de un fotón a la frecuencia desplazada de *Stokes*, el estado final sería el de un sistema con $n_p + 1$ fotones con ω_p , $n_s - 1$ fotones dispersados con frecuencia ω_s , y $n_\nu - 1$ fonones a ω_ν .

Si denominamos $W_{i \rightarrow f}$ a la probabilidad de transición por unidad de tiempo entre los niveles inicial $|i\rangle$ y final $|f\rangle$, tendremos según la regla de oro de *Fermi*[168]:

$$W_{i \rightarrow f} = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle f | \hat{H}_{int} | i \rangle|^2 \rho(\hbar\omega_f) \quad (\text{A.1})$$

donde \hat{H}_{int} representa el operador hamiltoniano que describe la interacción entre los campos electromagnéticos que se propagan y las moléculas del material de la fibra, mientras que $\rho(\hbar\omega_f)$ es la densidad del estado final, que lógicamente incluye la contribución de la suma de todos los posibles estados finales.

Como aplicación del scattering *Raman* en un amplificador de fibra, restringimos nuestro análisis[169] a un único modo del campo dispersado. A partir de (A.1) podemos deducir las ecuaciones que gobiernan el crecimiento de los fotones de *Stokes* dentro del modo correspondiente. La densidad de estados $\rho(\hbar\omega_f)$ depende del amortiguamiento que aparece en las transiciones

moleculares entre el estado inicial y final. De hecho existen muchos procesos que llevan al sistema de vuelta al equilibrio térmico. A menudo se usa un perfil de distribución lorentziano [170] para esta densidad de estados.

En el proceso *Raman*, el scattering molecular se puede describir usando un oscilador cuántico para un dipolo. El hamiltoniano de interacción para un dipolo polarizado en un campo eléctrico es igual a[73]:

$$\hat{H}_{int} = -\frac{1}{2} \sum_n \mathbf{p}^R(\mathbf{r}_n) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}_n) \quad (\text{A.2})$$

en la que $\mathbf{p}^R(\mathbf{r}_n)$ es el momento dipolar que se produce cuando tiene lugar pequeños desplazamientos moleculares respecto a sus posiciones de equilibrio, y $\mathbf{E}(\mathbf{r}_n)$ es el vector de campo eléctrico, siendo \mathbf{r}_n la posición de la molécula *n*-ésima. La suma se ha de extender a todas las moléculas dentro del volumen de interacción.

Al momento dipolar contribuyen, por un lado, el tensor de polarizabilidad en el equilibrio α_{ij}^0 , que es el responsable del scattering elástico *Rayleigh*, y por otro el tensor de tercer orden de la polarizabilidad diferencial $\partial\alpha_{ij}/\partial q_k$, que es el responsable del scattering *Raman*[26]. El desplazamiento del oscilador de su posición de equilibrio activa la polarizabilidad diferencial a través del vector desplazamiento \mathbf{q} , y la componente *i*-ésima correspondiente al

momento dipolar vendrá dada por:

$$p_i^R(\mathbf{r}) = \sum_{i,j} \frac{\partial \alpha_{ij}}{\partial q_k} q_k(\mathbf{r}) E_j(\mathbf{r}) \quad (\text{A.3})$$

La coordenada que describe el desplazamiento de los osciladores q representa un grado de libertad que podemos interpretar como una onda que se propaga en la misma dirección del campo eléctrico, en nuestro caso, el eje axial z :

$$q = \sqrt{\frac{1}{Nm}} \sqrt{\frac{\hbar}{2\omega_\nu}} \left[b e^{i(\beta_\nu z - \omega_\nu t)} + b^+ e^{-i(\beta_\nu z - \omega_\nu t)} \right] \quad (\text{A.4})$$

Aquí b y b^+ son los operadores de destrucción y creación de un fonón de frecuencia angular ω_ν y m es la masa asociada a la vibración, N representa el número de osciladores en el volumen V de oscilación y β_ν es la constante de propagación de la onda asociada al fonón. El campo eléctrico tendrá dos componentes, una asociada al bombeo y otra correspondiente al campo dispersado. La forma cuantizada del campo eléctrico es entonces[169]:

$$\begin{aligned} \mathbf{E} = & -i \sqrt{\frac{\hbar \omega_p}{2\epsilon_p V}} \sum_{\sigma=1,2} \hat{\mathbf{e}}_\sigma^p \times [a_{p\sigma}^+ \exp(-i(\beta_p z - \omega_p t)) - a_{p\sigma} \exp(i(\beta_p z - \omega_p t))] - \\ & -i \sqrt{\frac{\hbar \omega_s}{2\epsilon_s V}} \sum_{\sigma=1,2} \hat{\mathbf{e}}_\sigma^s \times [a_{s\sigma}^+ \exp(-i(\beta_s z - \omega_s t)) - a_{s\sigma} \exp(i(\beta_s z - \omega_s t))] \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

donde los operadores a_i y a_i^+ son los operadores de destrucción y creación, respectivamente, de los fotones del campo señal y del bombeo ($i = s, p$). Se han aproximado las permitividades por las cantidades escalares ϵ_s y ϵ_p . Los

vectores unitarios \mathbf{e}_σ^i ($i = s, p$) especifican el estado de polarización. Por tanto el hamiltoniano dado en (A.2) estará formado por términos que contienen las frecuencias ω_p , ω_s , ω_ν y sus sumas y diferencias. Vamos a considerar sólo los términos que son relevantes para el proceso de scattering *Raman* que origina la onda *Stokes* y además suponemos que $\mathbf{e}_\sigma^p = \mathbf{e}_\sigma^s$ y que las componentes de los vectores de polarización son ortogonales, es decir, $\mathbf{e}_\sigma^i \cdot \mathbf{e}_{\sigma'}^j = \delta_{\sigma\sigma'}$ con ($i = s, p$).

En una descripción simplificada en la que representamos la polarizabilidad diferencial tensorial $\partial\alpha_{ij}/\partial q_k$ por la componente sencilla $\partial\alpha/\partial q$, el hamiltoniano cuántico de la interacción se reduce a:

$$\begin{aligned} \hat{H}_{int} = & -\frac{1}{\sqrt{\epsilon_s\epsilon_p}} \frac{\hbar^{3/2}}{2V} \frac{\partial\alpha}{\partial q} \sqrt{\frac{1}{Nm}} \sqrt{\frac{\omega_s\omega_p}{2\omega_\nu}} \\ & \times \left[\sum_{\sigma=1,2} (a_{s\sigma}^+ a_{p\sigma}) b^+ e^{i\{(\beta_p-\beta_s-\beta_\nu)z - (\omega_p-\omega_s-\omega_\nu)t\}} \right. \\ & \left. + \sum_{\sigma_{1,2}} (a_{s\sigma} a_{p\sigma}^+) b e^{-i\{(\beta_p-\beta_s-\beta_\nu)z - (\omega_p-\omega_s-\omega_\nu)t\}} \right] \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

El primer término representa el proceso *Raman* donde se emite un fotón con frecuencia ω_s mientras que el segundo describe la absorción de un fotón a la frecuencia ω_s debido al proceso de scattering. La conservación de la energía y del momento lineal obligan a que se satisfaga $\omega_\nu = \omega_p - \omega_s$ y que $\beta_\nu = \beta_p - \beta_s$ en el proceso de generación de los fotones de la onda *Stokes*.

De acuerdo con (A.1) la probabilidad de transición por unidad de tiempo desde un estado inicial a un estado final en el que se emiten fotones con frecuencia ω_s está relacionado con el elemento de matriz

$$\langle f | \sum_{\sigma=1,2} (a_{s\sigma}^+ a_{p\sigma}) b^+ | i \rangle = \sqrt{(n_s + 1)n_p(n_\nu + 1)} \quad (\text{A.7})$$

donde n_p y n_s representan el número de fotones incidentes y dispersados, respectivamente, mientras que n_ν es el número de ocupación de los fonones. A partir de aquí podemos obtener la tasa de emisión de los fotones con frecuencia ω_s :

$$W_{em} = \frac{\rho(\hbar\omega_f)}{\epsilon_s \epsilon_p} \left| \frac{\partial \alpha}{\partial q} \right|^2 \frac{\pi \hbar^2}{4V^2 Nm} \frac{\omega_p \omega_s}{\omega_\nu} (n_s + 1)n_p(n_\nu + 1) \quad (\text{A.8})$$

Los fonones se suponen en equilibrio a la temperatura T , por lo que el número de ocupación n_ν en equilibrio térmico será:

$$n_\nu = \frac{1}{\exp(\hbar\omega_\nu/k_B T) - 1} \quad (\text{A.9})$$

donde k_B es la constante de *Boltzmann*.

La absorción de un fotón a la frecuencia ω_s se puede obtener a partir del segundo sumando de (A.6). De esta forma:

$$\langle f | \sum_{\sigma=1,2} (a_{s\sigma} a_{p\sigma}^+) b | i \rangle = \sqrt{n_s(n_p + 1)n_\nu} \quad (\text{A.10})$$

La tasa neta de cambio por unidad de longitud del número de fotones dispersados a la frecuencia ω_s será la diferencia entre las tasas de emisión

y absorción, dividida por la velocidad de fase $v = c/\sqrt{\epsilon_s/\epsilon_0}$ [74]:

$$\begin{aligned} \frac{dn_s}{dz} = & \rho(\hbar\omega_f) \left| \frac{\partial\alpha}{\partial q} \right|^2 \frac{\pi\hbar^2}{4V^2Nm} \frac{\omega_p\omega_s}{\omega_\nu} \\ & \times \left(n_s(n_\nu + 1)n_p - n_s n_\nu n_p - n_s n_\nu + (n_\nu + 1)n_p \right) \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

Esta ecuación consta de cuatro términos que corresponden :

- $\propto n_s(n_\nu + 1)n_p \rightarrow$ a la emisión estimulada.
- $\propto -n_s n_\nu n_p \rightarrow$ a la absorción estimulada.
- $\propto -n_s n_\nu \rightarrow$ a la absorción espontánea.
- $\propto (n_\nu + 1)n_p \rightarrow$ a la emisión espontánea.

y a partir de ella se puede deducir:

1. El término de emisión espontánea es proporcional a $n_\nu + 1$ y por lo tanto depende de la temperatura de la fibra, según (A.9).
2. La diferencia entre los términos de absorción y emisión estimulada no depende del número de fonones n_ν y por lo tanto es independiente de la temperatura.
3. El término de absorción espontánea es típicamente mucho más pequeño que los otros y se puede despreciar.

Hasta aquí hemos evaluado el número de fotones a la frecuencia de *Stokes*. Igualmente podemos estimar la tasa de variación con la distancia en el número de fotones n_{as} a la frecuencia anti-*Stokes* $\omega_{as} = \omega_\nu + \omega_p$. Identificando en el hamiltoniano la frecuencia y la constante de propagación $\beta_{as} = \beta_\nu + \beta_p$, se puede obtener el resultado:

$$\frac{dn_{as}}{dz} \propto \frac{\omega_p \omega_{as}}{\omega_\nu} \left(n_p n_\nu - (1 + n_\nu + n_p) n_{as} \right) \quad (\text{A.12})$$

Apéndice B

Solución numérica a la ecuación no lineal de propagación.

Método del Split-Step *Fourier*

En general, no existen soluciones analíticas para la ecuación de onda completa de un sistema óptico no lineal obtenida a partir de las ecuaciones de *Maxwell*. Incluso las soluciones numéricas a la ecuación de onda son demasiado difíciles de implementar debido a la dimensión del problema. La forma vectorial de aquella responde a una ecuación en derivadas parciales de segundo orden en la que tenemos tres coordenadas espaciales y una temporal. Así, las aproximaciones basadas en determinadas condiciones de propagación,

como las vistas para la amplificación de pulsos solitónicos, y en resultados experimentales, como los utilizados para obtener el valor de ganancia *Raman* en fibras monomodo, son necesarias para resolver formas reducidas de la ecuación de onda como es por ejemplo la ecuación no lineal de *Schrödinger NLSE*. El propósito de este apéndice es el de proporcionar una introducción a un poderoso método de cálculo numérico para resolverla, conocido como el método del Split-Step *Fourier* (**SSFM**)[14].

El método de **SSFM** ha sido utilizado extensamente para resolver problemas de ecuaciones en derivadas parciales como el de la propagación de campos electromagnéticos en medios dispersivos no lineales debido a su relativamente sencilla implementación y velocidad comparado con otros, sobre todo con los métodos de diferencias finitas[171]. El método de diferencias finitas (**FDM**) resuelve la ecuación de onda de *Maxwell* explícitamente en el dominio del tiempo bajo la suposición de la aproximación paraxial[172]. En cambio, el **SSFM** entra dentro de la categoría de los métodos pseudoespectrales que resultan ser más rápidos hasta un orden de magnitud, aunque sacrificando parte de la exactitud en la solución[173]. La principal diferencia entre las técnicas en el dominio del tiempo y el **SSFM** es que las primeras tratan con todas las componentes del campo electromagnético sin eliminar la frecuencia portadora, como nosotros hemos hecho en la obtención de las ecuaciones de

propagación acopladas por la modulación de fase cruzada **XPM** y por la ganancia *Raman* en nuestros modelos de amplificación de pulsos. Así, los métodos de diferencias finitas serían más exactos que el **SSFM**, pero sólo a cambio de un coste computacional mucho más alto en tiempo. La relativa velocidad del **SSFM** respecto a la mayoría de los esquemas de diferencias finitas se puede atribuir en parte al uso que en su implementación se hace del algoritmo de la transformada rápida de *Fourier* **FFT**[174].

En la práctica, el método elegido para resolver la ecuación de propagación depende realmente del problema que tengamos entre manos. En el caso específico de la propagación de pulsos en fibras ópticas, el **SSFM** fue usado por primera vez en 1973[102]; la aplicación al campo de las comunicaciones ópticas (con pulsos de anchura del orden de $\sim 10 ps$) ha sido amplia y tiene más que demostrada su fiabilidad al producir resultados que están en excelente consonancia con los datos experimentales[36].

Para comprender su estilo hemos de recordar que los términos correspondientes a la dispersión y a la no linealidad están separados y desacoplados en la ecuación de propagación. Es precisamente este hecho el que utiliza el **SSFM** para resolverla. Es útil escribir formalmente el modelo completo de la ecuación de propagación con ganancia *Raman* que hemos trabajado en la

ecuación (2.34):

$$\frac{\partial A_s}{\partial z} + i\frac{\beta_2}{2}\frac{\partial^2 A_s}{\partial T^2} + \frac{\Gamma_s(\Omega_R, z)}{2}A_s = i\gamma|A_s|^2A_s \quad (\text{B.1})$$

Agrupando los términos dispersivos y no lineales en forma de operadores:

$$\frac{\partial A_s}{\partial z} = \left(\widehat{D} + \widehat{N}\right)A_s, \quad (\text{B.2})$$

donde \widehat{D} representa el operador diferencial que tiene en cuenta los términos de dispersión y absorción-ganancia en el medio de la fibra que estudiamos en este trabajo, es decir:

$$\widehat{D} = -\frac{\Gamma_s(\Omega_R, z)}{2} - \frac{i}{2}\beta_2\frac{\partial^2}{\partial T^2}, \quad (\text{B.3})$$

mientras que \widehat{N} da cuenta del operador no lineal que incluirá las contribuciones de automodulación de fase **SPM**, a saber:

$$\widehat{N} = i\gamma|A_s|^2 \quad (\text{B.4})$$

La solución de la ecuación (B.2) para el paso $z = jh$, con h el tamaño de la partición sería:

$$A_s(jh, T) = \exp \left[h \left(\widehat{D} + \widehat{N} \right) \right] A_s((j-1)h, T) \quad (\text{B.5})$$

Notar que el operador \widehat{N} multiplica a la envolvente del campo y es función de la solución $A_s(z, T)$. El operador \widehat{D} está expresado en términos de la derivada en el tiempo que actúa sobre $A_s(z, T)$. Para reducir el tiempo de cómputo,

la operación de \hat{D} se realiza en el dominio de la frecuencia; esto transforma las derivadas en el tiempo a una multiplicación en este dominio. Después de tomar la transformada de *Fourier* \mathbb{T}_F sobre \hat{D} , el operador multiplicativo en el dominio de la frecuencia queda:

$$\hat{D}(i\omega) \equiv \mathbb{T}_F \left\{ \frac{\Gamma_s(\Omega_R, z)}{2} - \frac{i}{2} \beta_2 \frac{\partial^2}{\partial T^2} \right\} = \frac{\Gamma_s(\Omega_R, z)}{2} - \frac{i}{2} \beta_2 (i\omega)^2 \quad (\text{B.6})$$

De forma general, la dispersión y la no linealidad intervienen juntas a lo largo de la fibra. El Método del Split-Step *Fourier* es un proceso iterativo que determina una solución aproximada del campo asumiendo que en cada paso espacial de pequeña distancia h los efectos dispersivos y no lineales actúan independientemente. El proceso seguido se ilustra en la Fig.B.1. Un medio dieléctrico de longitud L se divide en $S_L = L/h$ pasos de longitud h . La solución en la propagación del campo $A_s(jh, t)$ en el paso jh ($j = 1, 2, \dots, S_L$) se obtendría a partir de (B.5):

$$A_s(jh, t) \approx \mathbb{T}_F^{-1} \left\{ \exp \left(h \hat{D}(i\omega) \right) \mathbb{T}_F \left\{ \exp \left(h \hat{N} \right) A_s((j-1)h, t) \right\} \right\}, \quad (\text{B.7})$$

donde $A_s((j-1)h, t)$ es la solución del campo en el paso anterior y se ha usado la aproximación:

$$\exp \left[h(\hat{D} + \hat{N}) \right] \approx \exp \left[\exp(h\hat{D}) \right] \exp \left[\exp(h\hat{N}) \right]. \quad (\text{B.8})$$

Es decir, la propagación desde z hasta $z + h$ se realiza en dos pasos:

1. En el primero, sólo actuaría la no linealidad a través del operador \hat{N} en la mitad del segmento j -ésimo mientras que \hat{D} se supone nulo.
2. En el segundo la dispersión actúa sólo y $\hat{N} = 0$

Matemáticamente podemos expresar esta idea como diferencias finitas:

$$\frac{1}{h} \left(A_s(z+h, t) - A_s(z, t) \right) = \left(\hat{D} + \hat{N} \right) A_s(z, t) \quad (\text{B.9})$$

$$A_s(z+h, t) = \left[1 + h \left(\hat{D} + \hat{N} \right) \right] A_s(z, t) \quad (\text{B.10})$$

que de manera recurrente se pondría como:

$$A_s(z+h, t) = \exp h\hat{D} \exp h\hat{N} A_s(z, t) \quad (\text{B.11})$$

De hecho, para implementar de forma más eficaz la acción de los operadores, en nuestras simulaciones hemos utilizado una variante que mejora la exactitud del procedimiento numérico, mediante la cual los efectos de la no linealidad se incluyen en la mitad del segmento de propagación. De esta forma \hat{N} tiene lugar en mitad del paso y el efecto de la dispersión representado en el operador \hat{D} se produce en el dominio de la frecuencia. De esta forma la ecuación (B.11) se puede reemplazar por[14]:

$$A_s(z+h, t) = e^{\frac{h}{2}\hat{D}} \exp \left[\int_z^{z+h} \hat{N}(z') dz' \right] e^{\frac{h}{2}\hat{D}} A_s(z, t) \quad (\text{B.12})$$

A causa de la forma simétrica de los operadores en (B.12) este método se le denomina **Split-Step Fourier Simetrizado**. Resulta útil incluir la

dependencia con la coordenada axial z del operador no lineal \hat{N} en la exponencial central de la integral. Si el tamaño del paso h es suficientemente pequeño se puede aproximar la integral:

$$\int_z^{z+h} \hat{N}(z') dz' \approx \hat{N}(z) h \quad (\text{B.13})$$

Pero la exactitud del método se puede mejorar evaluando la integral en (B.12) de manera más precisa que simplemente aproximando por $h\hat{N}(z)$. Por ejemplo aplicando *la regla del trapecio* que nos permite poner:

$$\int_z^{z+h} \hat{N}(z') dz' \approx \frac{h}{2} [\hat{N}(z) + \hat{N}(z+h)] \quad (\text{B.14})$$

La implementación de esta última ecuación no es simple habida cuenta que no conocemos el valor del operador $\hat{N}(z+h)$ en el punto medio $z+h/2$. Es necesario seguir un procedimiento iterativo que se inicia sustituyendo $\hat{N}(z+h)$ por $\hat{N}(z)$. A continuación usamos la ecuación (B.12) para calcular $A_s(z+h, t)$ que volvemos a usar para obtener el nuevo valor de $\hat{N}(z+h)$. Lógicamente el proceso de iteración aumenta el tiempo de cálculo pero puede reducir el tiempo de cómputo total si aumentamos el tamaño del paso h que se ve compensado por la mejora en la exactitud del algoritmo numérico. En general dos iteraciones son suficientes para asegurar la convergencia del método en la práctica [14].

Debemos tener cierto cuidado a la hora de decidir el formato, la longitud y la resolución de la cadena compleja que ha de representar numéricamente la envolvente $A_s(z, t)$. Aunque el uso de la **FFT** proporciona un método robusto y bien comprobado para el cálculo de la transformada de *Fourier*, impone determinadas restricciones en el formato de la cadena de muestra, que debe tener $N = 2^m$ puntos para cada valor de z . De forma general, el campo inicial $A_s(0, t)$ contendrá la información sobre la intensidad y la fase del pulso de inicio y la cadena que lo represente debe muestrearlo con la resolución temporal adecuada para evitar errores asociados al suavizado del perfil del pulso. Para considerar una “correcta” tasa de muestreo podemos partir del criterio de *Nyquist*, que establece que la mínima frecuencia de muestra de una señal debe ser el doble de la frecuencia sinusoidal más alta de la amplitud predominante en dicha señal [96]. Por ejemplo, para un pulso gaussiano representado por una función $E_s(t)$ que tenga una anchura a mitad de altura (FWHM) de su intensidad máxima de $\Delta t = 100 \text{ fs}$ (lo que equivale a una anchura espectral de $\Delta\nu = 4,41 \text{ THz}$), una estimación de la componente de frecuencia significativa más alta sería de $4\Delta\nu$ ó $17,7 \text{ THz}$. La función intensidad $I(t) \propto |E(t)|^2$ deberá ser muestreada al menos por $\delta t = 1/2*4*\Delta\nu$ para estar de acuerdo con el criterio de *Nyquist*. De manera habitual, el muestreo se realiza con cuatro veces la tasa de *Nyquist* ($\nu_N = 8\Delta\nu$) o lo que

es ,lo mismo $\delta t = 2,3 \text{ fs}$. Si la resolución temporal δt que elijamos es mayor que la exigida por este criterio, pueden aparecer problemas de alisado en el perfil del espectro del pulso. Así pueden aparecer componentes de frecuencias más allá de la frecuencia de *Nyquist* de forma errónea en la ventana espectral. lógicamente este problema se puede resolver disminuyendo el tamaño de δt , lo que incrementa la tasa de muestreo y el tiempo de cómputo.

La anchura de la ventana temporal ($N * \delta t$) debe ser lo suficientemente ancha como para acomodar cualquier efecto de ensanchamiento debido a a la dispersión que aparezca a lo largo del recorrido por la longitud z de la fibra. De la misma forma la anchura de la ventana espectral ($N * \delta \nu = 1/\delta t$) deberá ser lo suficientemente amplia como para recoger cualquier efecto de ensanchamiento espectral que se produzca a lo largo de la misma longitud del tendido de fibra debido a la no linealidad. El siguiente guión proporciona una práctica referencia de cómo elegir δt y N para muestrear con mayor exactitud la función $A_s(t)$:

1. Determinar la resolución temporal necesaria δt en el muestreo de $A_s(0, t)$. Como regla general se toma $\delta t = 1/(2 \cdot 4 \cdot \Delta \nu)$ donde $\Delta \nu$ es la **FWHM** espectral inicial. Suele ser suficiente con tomar ~ 10 puntos en la **FWHM** temporal del pulso.

2. Determinar la ventana temporal $N\delta t$ que será al menos el doble de la **FWHM** temporal final del pulso en $z = L$.
3. Determinar si la correspondiente resolución espectral $\delta\nu = 1/N\delta t$ puede muestrear bien el espectro $\tilde{A}_s(0, \nu)$. De nuevo resulta suficiente con tomar ~ 10 puntos sobre la **FWHM** espectral del pulso.
4. Determinar si la correspondiente ventana espectral $N\delta\nu$ será como mínimo el doble de la **FWHM** espectral final en $z = L$.
5. Determinar si la elección de N nos conducirá a la solución que pueda obtenerse en un tiempo razonable.

La ventana temporal entonces será lo suficientemente ancha como para asegurar que la energía del pulso permanece confinada dentro de la misma. Generalmente, basta con tomar ventanas temporales que sean 10-20 veces la anchura del pulso. En algunos problemas una parte de la energía del pulso puede extenderse tan rápidamente que resulte difícil prevenir el que llegue a los contornos de la ventana elegida. Esto puede conducir a inestabilidades numéricas de manera que la energía que alcance uno de los extremos vuelva a aparecer por el otro a consecuencia de las condiciones periódicas que exige las FFT. Satisfacer todas las condiciones anteriores no es un problema para pulsos que se encuentren por encima de 1 ps , como ha sido nuestro caso,

pero sí puede dar algún quebradero de cabeza para pulsos ultracortos donde las **FWHM** temporales de los pulsos se encuentren en el orden de 100 fs o menos.

En principio, a diferencia de las precauciones que debemos tomar en el momento de hacer la elección del muestreo temporal δt , podríamos pensar que no existen restricciones numéricas para el tamaño del paso espacial h en este método *SSFM*. Por supuesto, la elección de h muy pequeño produciría una mayor exactitud a costa de un mayor tiempo de cómputo. Además, tomar el paso espacial más pequeño que la longitud de onda $\lambda_{s,0}$ no tiene sentido físico. Sin embargo, elegir h excesivamente grande puede hacer que no se conserve la distribución de energía en las distintas componentes espectrales del pulso. El límite superior en la elección del tamaño del paso espacial dependerá de las propiedades específicas dispersivas y no lineales de la propagación y que se manifiestan en las longitudes de dispersión L_D y no lineal L_{NL} . Ya sabemos que estas cantidades representan escalas de longitud características que cuantifican, respectivamente, la cantidad de dispersión y no linealidad asociada con la propagación en una fibra dada.

Los efectos dispersivos asociados a la *GVD* dominan la propagación del pulso en la fibra cuando $L \geq L_D$ y $L \ll L_{NL}$. Así el operador \hat{N} en la ecuación de propagación debería ser ignorado y se podría resolver analíticamente.

Los efectos no lineales asociados a la *SPM* fundamentalmente dominarían la propagación del pulso si $L \geq L_{NL}$ y $L \ll L_D$. En este caso podríamos prescindir de la parte correspondiente al operador dispersivo que contiene los efectos de *GVD* y proceder a una solución analítica.

Si acometemos la solución numérica ya que las dos longitudes típicas son del mismo orden, el tamaño del paso deberá ser mucho menor que ellas para que el método **SSFM** conserve la energía. Podemos exponer las guías básicas para su elección:

1. Calcular L_D y L_{NL} y compararlas con la longitud de la fibra.
2. Si $L \ll L_{NL}$ y $L \geq L_D$ o $L \ll L_D$ y $L \geq L_{NL}$, la ecuación de propagación **NLSE** puede resolverse analíticamente.
3. Elegir un tamaño de h tal que $\lambda_{s,0} < h < L_D$ y $\lambda_{s,0} < h < L_{NL}$. Si L es comparable a L_D y L_{NL} , podemos tomar h más pequeño, a costa de un mayor tiempo de cómputo.
4. Calcular la solución mediante el método **SSFM**. A continuación calcular en ausencia de pérdidas y amplificación la energía espectral antes y después de la propagación. Si estos valores no son aproximadamente iguales, disminuir a la mitad el tamaño del paso. Si las energías iniciales

y finales son aproximadamente iguales, podemos aumentar el tamaño del paso hasta que observemos un descenso en el tiempo de cómputo.

Algunas variaciones del método **SSFM** calculan la energía espectral en cada iteración y adaptan el valor de h con una acotación del error dada, implementando variantes del algoritmo con un ajuste automático del paso que mejora la exactitud del método[175]. Esta adaptación del tamaño del paso se puede efectuar en propagaciones muy largas en la fibra para reducir el tiempo de cálculo[176].

Como hemos visto hasta ahora, la elección del tamaño del paso y de las ventanas temporal y espectral depende del criterio de *Nyquist*, de las condiciones específicas de propagación y de una cantidad tolerable de error. Si tenemos una elección equivocada de las ventanas temporal y espectral, el error procede del suavizado que se haga en los puntos de frontera de las mismas. De una no acertada elección del tamaño del paso espacial, podríamos tener la no conservación de la energía durante la propagación con el **SSFM**. Lógicamente, escogiendo de forma apropiada el tamaño del paso h y el de las ventanas Δt - $\Delta \nu$ estos errores se pueden evitar, bien aumentando el tamaño de las ventanas y/o cambiando el tamaño de la cadena de muestreo, pero a cambio de un aumento del coste computacional en tiempo y en necesidad de memoria.

Sin embargo, la primera fuente de error para el método **SSF**M procede del hecho de que los operadores \hat{D} y \hat{N} , en general, no conmutan:

$$[\hat{D}, \hat{N}] = \hat{D}\hat{N} - \hat{N}\hat{D} \neq 0 \quad (\text{B.15})$$

Físicamente esto implica que el origen de los efectos dispersivos y no lineales están intrínsecamente acoplados. Si los operadores \hat{D} y \hat{N} no conmutan, el error en la aproximación (B.8) se puede estimar a partir del teorema de *Baker-Hausdorff* que establece la relación para dos operadores[177]:

$$\exp h\hat{D} \exp h\hat{N} = \exp \left[h(\hat{D} + \hat{N}) + \frac{h^2}{2} [\hat{D}, \hat{N}] + \frac{h^3}{12} [\hat{D} - \hat{N}, [\hat{D}, \hat{N}]] + \dots \right] \quad (\text{B.16})$$

Por lo tanto se observa que el término que empezamos a despreciar está en el orden de h^2 . La inclusión de más términos añade más dificultad en su implementación y añade tiempo de cómputo. Sin embargo, para problemas que involucren alta dispersión, alta no linealidad efectiva y cortas anchuras de pulsos ($< 1 ps$), la aproximación dada por (B.8) puede ser insuficiente.

Otro error encontrado en (B.8) es ignorar la posible dependencia del parámetro no lineal γ con la coordenada axial z . En general, no es una fuente de error en el caso del modelizado de fibras monomodo SMF, como las que hemos realizado en esta tesis; sin embargo, podría ser un problema cuando se trata con fibras de dispersión decreciente DDF. Estas fibras se fabrican

reduciendo el diámetro del núcleo a lo largo de su longitud, normalmente de forma inversamente exponencial a la coordenada axial. El operador \hat{N} dependerá en consecuencia de z ya que la no linealidad es inversamente proporcional al área efectiva de la fibra.

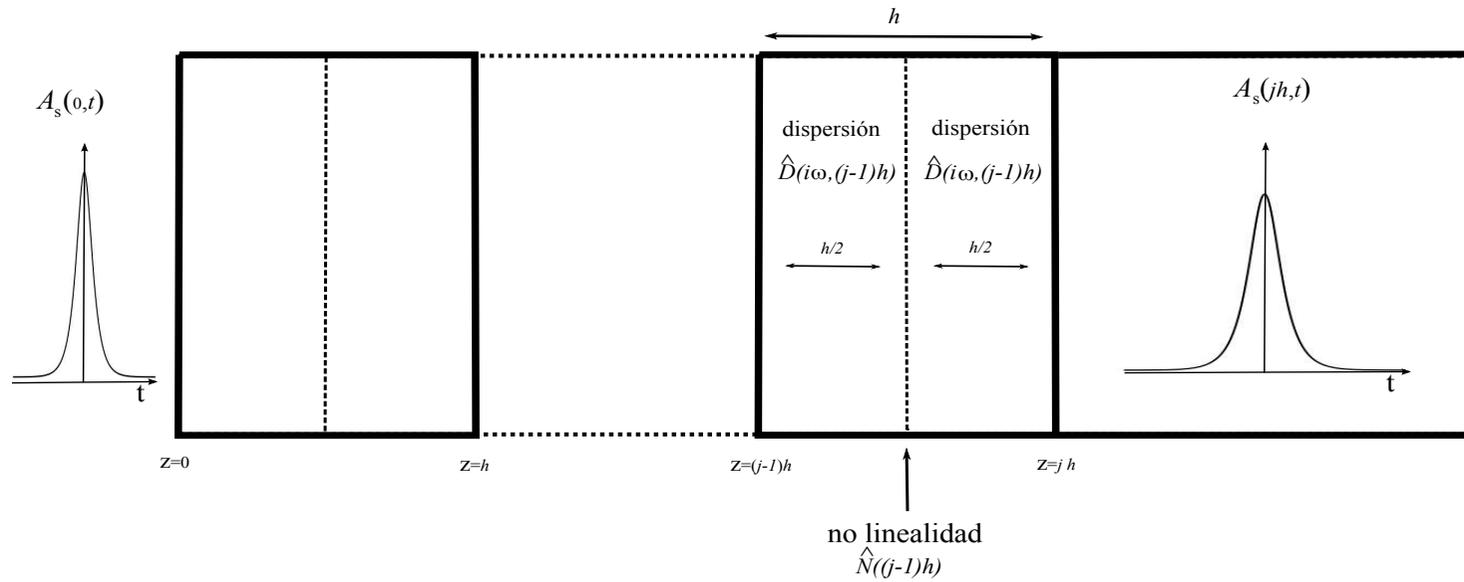


Figura B.1: Ilustración esquemática del método **SSFM** para una iteración de paso h comenzando en $z = (j - 1)h$. El pulso inicial con envolvente $A_s(0, t)$ se introduce en el medio de longitud L , de la que se ha hecho una partición de $S_L = L/h$ pasos de longitud h

Apéndice C

Método de los Momentos en régimen de ganancia *Raman*

El Método de los Momentos fue desarrollado a comienzo de la década de los 70's[131] y proporciona una forma relativamente sencilla de estudio de los parámetros que caracterizan la evolución de un pulso óptico durante su propagación en un medio dieléctrico. La idea básica del método es la de tratar al pulso como una partícula cuya energía E , posición temporal central T_m y el desplazamiento de la frecuencia central del mismo Ω están definidas a partir de la amplitud de variación lenta $A(z, t)$ que describe la envolvente del mismo mediante:

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} |A|^2 dt, \quad (\text{C.1})$$

$$T_m = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{+\infty} t|A|^2 dt, \quad (\text{C.2})$$

$$\Omega = \frac{i}{2E} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(A^* \frac{\partial A}{\partial t} - A \frac{\partial A^*}{\partial t} \right) dt. \quad (\text{C.3})$$

La desviación cuadrática media (*RMS*) para la anchura de un pulso se define como:

$$\sigma^2 = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{+\infty} (t - T_m)^2 |A|^2 dt \quad (\text{C.4})$$

La anchura efectiva del pulso está relacionada con la *RMS* mediante un factor constante que depende de su forma funcional. Podemos introducir un momento más relacionado con el valor de chirp del pulso mediante el mismo factor constante usando la definición[129]:

$$\tilde{C} = \frac{i}{2E} \int_{-\infty}^{+\infty} (t - T_m) \left(A^* \frac{\partial A}{\partial t} - A \frac{\partial A^*}{\partial t} \right) dt \quad (\text{C.5})$$

Por supuesto, la variación de estos parámetros dependerá de cómo evolucione el pulso durante su propagación en la fibra, evolución que está gobernada en régimen de ganancia *Raman* por la ecuación de propagación (2.34). A continuación la utilizaremos para determinar más apropiadamente la forma de los parámetros del pulso junto con (C.1)-(C.5).

Evolución del parámetro energía E

En primer lugar consideramos la evolución de la energía del pulso. Para ello diferenciamos la ecuación (C.1) respecto a z y obtenemos:

$$\frac{dE}{dz} = \int_{-\infty}^{+\infty} \left(A^* \frac{\partial A}{\partial z} - A \frac{\partial A^*}{\partial z} \right) dt \quad (\text{C.6})$$

Añadiendo la ecuación escalar de propagación en régimen de ganancia *Raman*(2.34) obtenemos:

$$\frac{dE}{dz} = \frac{i}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(A \frac{\partial^2 A^*}{\partial t^2} - A^* \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} \right) dt - \Gamma_s(\Omega_R, z)E \quad (\text{C.7})$$

Integrando por partes podemos encontrar que:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(A \frac{\partial^2 A^*}{\partial t^2} - A^* \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} \right) dt &= A \frac{\partial A^*}{\partial t} \Big|_{-\infty}^{+\infty} - \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial A^*}{\partial t} \frac{\partial A}{\partial t} dt - \\ &\quad - A^* \frac{\partial A}{\partial t} \Big|_{-\infty}^{+\infty} + \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial A}{\partial t} \frac{\partial A^*}{\partial t} dt = 0 \end{aligned} \quad (\text{C.8})$$

dado que para $t \rightarrow \infty$, tanto $A(z, t)$ como $\frac{\partial A}{\partial t}$ tienden a cero exponencialmente.

Por lo tanto la energía del pulso sólo dependerá del término que proporciona el balance de pérdidas-ganancia entre tramos de amplificación:

$$\frac{dE}{dz} = -\Gamma_s(\Omega_R, z)E \quad (\text{C.9})$$

Evolución de la posición central del pulso T_m

A continuación encontraremos la forma de evolución de la posición del pulso durante su propagación. Diferenciando en la ecuación (C.2) respecto a z obtenemos:

$$\frac{dT_m}{dz} = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{+\infty} t \left(A^* \frac{\partial A}{\partial z} + A \frac{\partial A^*}{\partial z} \right) dt \quad (\text{C.10})$$

Si en ella introducimos (2.34) y su conjugada obtenemos:

$$\frac{dT_m}{dz} = \frac{i\beta_2}{2E} \int_{-\infty}^{+\infty} t \left(A \frac{\partial^2 A^*}{\partial t^2} - A^* \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} \right) dt \quad (\text{C.11})$$

A continuación, integrando por partes nos quedará:

$$\frac{dT_m}{dz} = \frac{i\beta_2}{2E} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ tA \frac{\partial A^*}{\partial t} \Big|_{-\infty}^{+\infty} - \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial A^*}{\partial t} \frac{\partial(tA)}{\partial t} dt - tA^* \frac{\partial A}{\partial t} \Big|_{-\infty}^{+\infty} + \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial A}{\partial t} \frac{\partial(tA^*)}{\partial t} dt \right\} \quad (\text{C.12})$$

El primer y tercer sumando van a cero en los límites y así tendremos:

$$\begin{aligned} \frac{dT_m}{dz} &= \frac{i\beta_2}{2E} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{\partial A}{\partial t} \frac{\partial(tA^*)}{\partial t} - \frac{\partial A^*}{\partial t} \frac{\partial(tA)}{\partial t} \right) dt \\ &= \frac{i\beta_2}{2E} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(t \left| \frac{\partial A}{\partial t} \right|^2 + A^* \frac{\partial A}{\partial t} - t \left| \frac{\partial A}{\partial t} \right|^2 - A \frac{\partial A^*}{\partial t} \right) dt \\ &= \frac{i\beta_2}{2E} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(A^* \frac{\partial A}{\partial t} - A \frac{\partial A^*}{\partial t} \right) dt \end{aligned} \quad (\text{C.13})$$

A partir de la definición de la frecuencia en la ecuación (C.3) podemos escribir

(C.13):

$$\frac{dT_m}{dz} = \frac{i\beta_2}{2E} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(A^* \frac{\partial A}{\partial t} - A \frac{\partial A^*}{\partial t} \right) dt = \frac{i\beta_2}{2E} (-2iE\Omega) \quad (\text{C.14})$$

Así la evolución de la posición del pulso a lo largo de la fibra está dada por:

$$\frac{dT_m}{dz} = \beta_2 \Omega \quad (\text{C.15})$$

que demuestra cómo estará afectada por cualquier desplazamiento que se pueda producir en la frecuencia debido a la dispersión en la velocidad de grupo (*GVD*).

Evolución del desplazamiento de frecuencia Ω

Ahora vamos a encontrar la evolución del desplazamiento de frecuencia Ω a lo largo de la propagación en la fibra. Diferenciando en la ecuación (C.3) con respecto a z obtenemos:

$$\frac{d\Omega}{dz} = \frac{i}{2E} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(A^* \frac{\partial A}{\partial t} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(A \frac{\partial A^*}{\partial t} \right) \right] dt \quad (\text{C.16})$$

Si consideramos este resultado:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(A^* \frac{\partial A}{\partial t} \right) = A^* \frac{\partial^2 A}{\partial z \partial t} + \frac{\partial A^*}{\partial z} \frac{\partial A}{\partial t}, \quad (\text{C.17})$$

usamos la ecuación (2.34) podemos terminar escribiendo:

$$\frac{d\Omega}{dz} = \frac{i}{2E} \int_{-\infty}^{\infty} i \frac{\beta_2}{2} \left[\left(\frac{\partial^2 A^*}{\partial t^2} \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} \frac{\partial A^*}{\partial t} \right) - \left(A \frac{\partial^3 A^*}{\partial t^3} + A^* \frac{\partial^3 A}{\partial t^3} \right) \right] dt. \quad (\text{C.18})$$

Para determinar $d\Omega/dz$ evaluamos por partes cada una de las integrales que aparecen en (C.18):

$$\begin{aligned}
 \frac{d\Omega}{dz} = & -\frac{\beta_2}{4E} \left[\left| \frac{\partial A}{\partial t} \right|^2 \Big|_{-\infty}^{+\infty} - \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial A^*}{\partial t} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} dt \right. \\
 & + \left| \frac{\partial A}{\partial t} \right|^2 \Big|_{-\infty}^{+\infty} - \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial A}{\partial t} \frac{\partial^2 A^*}{\partial t^2} dt \\
 & + \frac{\partial^2 A^*}{\partial t^2} \frac{\partial A}{\partial t} \Big|_{-\infty}^{+\infty} - \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 A^*}{\partial t^2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} dt \\
 & \left. - \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} \frac{\partial A^*}{\partial t} \Big|_{-\infty}^{+\infty} + \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} \frac{\partial^2 A^*}{\partial t^2} dt \right] = 0. \quad (C.19)
 \end{aligned}$$

Como conclusión se obtiene que sólo con presencia de *GVD* de segundo orden β_2 y *SPM* la desviación de la frecuencia central del pulso es nula durante la propagación:

$$\frac{d\Omega}{dz} = 0 \quad (C.20)$$

Evolución del parámetro de desviación cuadrática media RMS para la anchura del pulso σ

Para encontrar la forma en que evoluciona el parámetro de anchura del pulso a partir de la desviación cuadrática media RMS, diferenciamos la ecuación (C.4) también respecto a z :

$$2\sigma \frac{d\sigma}{dz} = \frac{1}{E^2} \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(\int_{-\infty}^{\infty} (t-T_m)^2 |A|^2 dt \right) E - \frac{dE}{dz} \int_{-\infty}^{\infty} (t-T_m)^2 |A|^2 dt \right] \quad (C.21)$$

A partir de (C.21) podemos escribir:

$$\begin{aligned}
 2\sigma \frac{d\sigma}{dz} &= \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial}{\partial z} \left((t - T_m)^2 \right) |A|^2 dt \\
 &+ \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{+\infty} (t - T_m)^2 \left(A^* \frac{\partial A}{\partial z} + A \frac{\partial A^*}{\partial z} \right) dt \\
 &+ \frac{\Gamma_s(\Omega_R, z)}{E} \int_{-\infty}^{+\infty} (t - T_m)^2 |A|^2 dt \tag{C.22}
 \end{aligned}$$

Usando las ecuaciones (C.4),(C.15) tendremos como resultado:

$$\frac{d\sigma}{dz} = -\frac{\beta_2 \Omega}{\sigma E} \int_{-\infty}^{+\infty} (t - T_m) |A|^2 dt + \frac{1}{2\sigma E} \int_{-\infty}^{+\infty} (t - T_m)^2 \left(A^* \frac{\partial A}{\partial z} + A \frac{\partial A^*}{\partial z} \right) dt + \frac{\Gamma_s(\Omega_R, z) \sigma}{2} \tag{C.23}$$

El primer sumando del segundo término es claramente nulo a partir de la definición (C.2); usando de nuevo la ecuación (2.34) con su conjugada sólo nos quedaría:

$$\frac{d\sigma}{dz} = i \frac{\beta_2}{4\sigma E} \int_{-\infty}^{+\infty} (t - T_m)^2 \left(A \frac{\partial^2 A^*}{\partial t^2} - A^* \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} \right) dt \tag{C.24}$$

Evaluamos a continuación por partes la integral que depende del parámetro de la dispersión en la velocidad de grupo GVD en (C.24) como sigue:

$$\begin{aligned}
 \int_{-\infty}^{+\infty} (t - T_m)^2 \left(A \frac{\partial^2 A^*}{\partial t^2} - A^* \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} \right) dt &= (t - T_m)^2 A \frac{\partial A^*}{\partial t} \Big|_{-\infty}^{+\infty} - \\
 &- \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial A^*}{\partial t} \left(2(t - T_m)A + (t - T_m)^2 \frac{\partial A}{\partial t} \right) dt - \\
 &- (t - T_m)^2 A^* \frac{\partial A}{\partial t} \Big|_{-\infty}^{+\infty} + \\
 &+ \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial A}{\partial t} \left(2(t - T_m)A^* + (t - T_m)^2 \frac{\partial A^*}{\partial t} \right) dt \\
 &= 2 \int_{-\infty}^{+\infty} (t - T_m) \left(A^* \frac{\partial A}{\partial t} - A \frac{\partial A^*}{\partial t} \right) dt \tag{C.25}
 \end{aligned}$$

A partir de la definición del parámetro de chirp dada en (C.5) podemos escribir (C.25) como:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (t - T_m)^2 \left(A \frac{\partial^2 A^*}{\partial t^2} - A^* \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} \right) dt = -4i\tilde{C}E \quad (\text{C.26})$$

Por lo tanto llegamos al resultado que estábamos buscando para la evolución del parámetro σ cuando sólo se tiene en cuenta la dispersión de segundo orden:

$$\frac{d\sigma}{dz} = \frac{\beta_2 \tilde{C}}{\sigma} \quad (\text{C.27})$$

Evolución del parámetro de chirp \tilde{C}

Si diferenciamos la ecuación (C.5) respecto a z podemos obtener la evolución del parámetro de chirp:

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{C}}{dz} &= \frac{i}{2E} \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial}{\partial z} (t - T_m) \left(A^* \frac{\partial A}{\partial t} - A \frac{\partial A^*}{\partial t} \right) dt \right. \\ &\quad \left. + \int_{-\infty}^{+\infty} (t - T_m) \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(A^* \frac{\partial A}{\partial t} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(A \frac{\partial A^*}{\partial t} \right) \right] dt \right\} \\ &\quad - \frac{i}{2E^2} \frac{dE}{dz} \int_{-\infty}^{+\infty} (t - T_m) \left(A^* \frac{\partial A}{\partial t} - A \frac{\partial A^*}{\partial t} \right) dt \quad (\text{C.28}) \end{aligned}$$

Para evaluar el primer término de (C.28) utilizamos la ecuación (C.15) y la definición dada para el desplazamiento de la frecuencia central del pulso

(C.3):

$$\begin{aligned}
 \frac{i}{2E} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial}{\partial z} (t - T_m) \left(A^* \frac{\partial A}{\partial t} - A \frac{\partial A^*}{\partial t} \right) dt &= -\frac{i\beta_2\Omega}{2E} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(A^* \frac{\partial A}{\partial t} - A \frac{\partial A^*}{\partial t} \right) dt \\
 &= -\frac{i\beta_2\Omega}{2E} (-2iE\Omega) \\
 &= \beta_2\Omega^2
 \end{aligned} \tag{C.29}$$

En cuanto a la segunda integral de (C.28), utilizamos el resultado de (C.17)

que con ayuda de la ecuación de propagación (2.34) nos permite escribir:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(A^* \frac{\partial A}{\partial t} \right) = \frac{i\beta_2}{2} \left(\frac{\partial^2 A^*}{\partial t^2} \frac{\partial A}{\partial t} - A^* \frac{\partial^3 A}{\partial t^3} \right) + i\gamma |A|^2 \frac{\partial |A|^2}{\partial t} - \Gamma_s(\Omega_R, z) A^* \frac{\partial A}{\partial t} \tag{C.30}$$

por lo que podemos poner:

$$\begin{aligned}
 &\int_{-\infty}^{+\infty} (t - T_m) \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(A^* \frac{\partial A}{\partial t} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(A \frac{\partial A^*}{\partial t} \right) \right] dt = \\
 = &\int_{-\infty}^{+\infty} (t - T_m) \left[\left(\frac{\partial^2 A^*}{\partial t^2} \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} \frac{\partial A^*}{\partial t} \right) - \left(A \frac{\partial^3 A^*}{\partial t^3} + A^* \frac{\partial^3 A}{\partial t^3} \right) \right] dt + \\
 &\quad + 2i\gamma \int_{-\infty}^{+\infty} (t - T_m) |A|^2 \frac{\partial |A|^2}{\partial t} dt + \\
 &\quad + \Gamma_s(\Omega_R, z) \int_{-\infty}^{+\infty} (t - T_m) \left(A \frac{\partial A^*}{\partial t} - A^* \frac{\partial A}{\partial t} \right) dt \tag{C.31}
 \end{aligned}$$

A partir de (C.29), (C.30) y (C.31), la ecuación para la evolución del chirp

nos queda:

$$\begin{aligned}
 \frac{d\tilde{C}}{dz} &= -\beta_2\Omega^2 \\
 &- \frac{\beta_2}{4E} \int_{-\infty}^{+\infty} (t - T_m) \left[\left(\frac{\partial^2 A^*}{\partial t^2} \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} \frac{\partial A^*}{\partial t} \right) - \left(A \frac{\partial^3 A^*}{\partial t^3} + A^* \frac{\partial^3 A}{\partial t^3} \right) \right] dt \\
 &- \frac{\gamma}{E} \int_{-\infty}^{+\infty} (t - T_m) |A|^2 \frac{\partial |A|^2}{\partial t} dt \tag{C.32}
 \end{aligned}$$

Con ayuda de los siguientes resultados:

$$\begin{aligned}
 & \int_{-\infty}^{\infty} (t - T_m) \left(A \frac{\partial^3 A^*}{\partial t^3} + A^* \frac{\partial^3 A}{\partial t^3} \right) dt = \\
 &= (t - T_m) A \frac{\partial^2 A^*}{\partial t^2} \Big|_{-\infty}^{+\infty} - \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 A^*}{\partial t^2} \left(\frac{\partial A}{\partial t} (t - T_m) + A \right) dt + \\
 &+ (t - T_m) A^* \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} \Big|_{-\infty}^{+\infty} - \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} \left(\frac{\partial A^*}{\partial t} (t - T_m) + A^* \right) dt = \\
 &= - \int_{-\infty}^{+\infty} (t - T_m) \left(\frac{\partial A}{\partial t} \frac{\partial^2 A^*}{\partial t^2} + \frac{\partial A^*}{\partial t} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} \right) dt - \\
 &- \int_{-\infty}^{+\infty} \left(A \frac{\partial^2 A^*}{\partial t^2} + A^* \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} \right) dt \tag{C.33}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \int_{-\infty}^{+\infty} \left(A \frac{\partial^2 A^*}{\partial t^2} + A^* \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} \right) dt &= A \frac{\partial A^*}{\partial t} \Big|_{-\infty}^{+\infty} - \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \frac{\partial A}{\partial t} \right|^2 dt + \\
 &+ A^* \frac{\partial A}{\partial t} \Big|_{-\infty}^{+\infty} - \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \frac{\partial A}{\partial t} \right|^2 dt = \\
 &= -2 \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \frac{\partial A}{\partial t} \right|^2 dt, \tag{C.34}
 \end{aligned}$$

podemos escribir para la primera integral del lado derecho de (C.32):

$$\begin{aligned}
 & \int_{-\infty}^{+\infty} (t - T_m) \left[\left(\frac{\partial^2 A^*}{\partial t^2} \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} \frac{\partial A^*}{\partial t} \right) - \left(A \frac{\partial^3 A^*}{\partial t^3} + A^* \frac{\partial^3 A}{\partial t^3} \right) \right] dt = \\
 &= 2 \int_{-\infty}^{+\infty} (t - T_m) \left(\frac{\partial^2 A^*}{\partial t^2} \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} \frac{\partial A^*}{\partial t} \right) dt - 2 \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \frac{\partial A}{\partial t} \right|^2 dt. \tag{C.35}
 \end{aligned}$$

Ahora integramos por partes el primer término del lado derecho de la ecuación anterior y resulta:

$$\begin{aligned}
 \int_{-\infty}^{+\infty} (t - T_m) \left(\frac{\partial^2 A^*}{\partial t^2} \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} \frac{\partial A^*}{\partial t} \right) dt &= (t - T_m) \left| \frac{\partial A}{\partial t} \right|^2 \Big|_{-\infty}^{+\infty} - \\
 - \int_{-\infty}^{+\infty} \left((t - T_m) \frac{\partial A^*}{\partial t} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - \left| \frac{\partial A}{\partial t} \right|^2 \right) dt &+ (t - T_m) \left| \frac{\partial A^*}{\partial t} \right|^2 \Big|_{-\infty}^{+\infty} - \quad (C.36) \\
 - \int_{-\infty}^{+\infty} \left((t - T_m) \frac{\partial A}{\partial t} \frac{\partial^2 A^*}{\partial t^2} - \left| \frac{\partial A}{\partial t} \right|^2 \right) dt &= - \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \frac{\partial A}{\partial t} \right|^2 dt.
 \end{aligned}$$

Por lo tanto podemos concluir a partir de (C.35) y (C.36) que:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (t - T_m) \left[\left(\frac{\partial^2 A^*}{\partial t^2} \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} \frac{\partial A^*}{\partial t} \right) - \left(A \frac{\partial^3 A^*}{\partial t^3} + A^* \frac{\partial^3 A}{\partial t^3} \right) \right] dt = -4 \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \frac{\partial A}{\partial t} \right|^2 dt. \quad (C.37)$$

Para evaluar la última integral de (C.32) se procede integrando nuevamente por partes como sigue:

$$\begin{aligned}
 \frac{\gamma}{E} \int_{-\infty}^{\infty} (t - T_m) |A|^2 \frac{\partial |A|^2}{\partial t} dt &= (t - T_m) |A|^4 \Big|_{-\infty}^{+\infty} - \int_{-\infty}^{+\infty} |A|^2 \left(|A|^2 + (t - T_m) \frac{\partial |A|^2}{\partial t} \right) dt \\
 &= -\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} |A|^4 dt. \quad (C.38)
 \end{aligned}$$

Usando los resultados dados por (C.37) y (C.38), la ecuación de evolución del chirp (C.32) podremos expresarla en los siguientes términos:

$$\frac{d\tilde{C}}{dz} = \beta_2 \left(\frac{1}{E} \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \frac{\partial A}{\partial t} \right|^2 dt - \Omega^2 \right) + \frac{\gamma}{2E} \int_{-\infty}^{+\infty} |A|^4 dt \quad (C.39)$$

Como podemos ver, para pulsos ultracortos el chirp no sólo está afectado por la dispersión en la velocidad de grupo sino también por la contribución no lineal.

Pulsos de secante hiperbólica

Consideremos la propagación de pulsos solitones estándar en una fibra de dispersión constante en un régimen de ganancia *Raman*. Normalmente los solitones convencionales no son chirpeados de inicio en ausencia de términos no lineales de orden superior, pero en este trabajo nos ha interesado estudiar la influencia precisamente de esta modulación temporal en la fase de entrada del pulso (input chirp) como técnica compensadora de los efectos dispersivos durante la propagación en un régimen de ganancia obtenido mediante scattering *Raman* estimulado en contrapropagación. Proponemos una forma funcional perturbada para la envolvente del pulso solitónico dada por (ver Capítulo 2):

$$A(z, T) = a(z) \operatorname{sech}\left(\frac{T - T_m}{\tau(z)}\right) \exp\left[\frac{i\phi - \Omega(t - T_m) iC(z)(T - T_m)^2}{2\tau^2(z)}\right] \quad (\text{C.40})$$

El parámetro de anchura τ y el de chirp C que aparecen en esta ecuación están relacionados con el RMS de anchura σ y el momento \tilde{C} respectivamente por un factor constante. La relación entre parámetros según esta forma para el solitón fundamental chirpeado es:

$$E(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} |A(z, T)|^2 dT = \int_{-\infty}^{+\infty} a^2(z) \operatorname{sech}^2\left(\frac{T - T_m}{\tau(z)}\right) dT = 2 a^2(z) \tau(z) \quad (\text{C.41})$$

El parámetro de anchura $\tau(z)$ está relacionado con el RMS para la anchura σ^2 :

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{\infty} (T - T_m)^2 |A(z, T)|^2 dT \\ &= \frac{1}{E(z)} \int_{-\infty}^{+\infty} \tau^3 a^2(z) u^2 \operatorname{sech}^2 u du \\ &= K\tau^2 = \frac{\pi^2}{12}\tau^2\end{aligned}\tag{C.42}$$

donde se ha hecho uso de las identidades integrales que aparecen en la tabla **C.1** Para el chirp a partir de (2.41) se obtiene de forma análoga:

$$C(z) = K\tilde{C} = \frac{12}{\pi^2}\tilde{C}(z)\tag{C.43}$$

La ecuación para la evolución de la energía del pulso ya la conocemos según (C.9). Por otro lado, la ecuación (C.20) nos demuestra que, en ausencia de términos dispersivos y no lineales de orden superior, el desplazamiento de la frecuencia central del pulso (*frequency shift*) se mantendrá constante a lo largo de la propagación. Por lo tanto por simplicidad suponemos que de inicio $\Omega = 0$ con lo que, según (C.15), la posición central en tiempos del pulso en este régimen no experimenta cambio a lo largo de su propagación, es decir, $\frac{dT_m}{dz} = 0$.

Para concretar la forma en la que evolucionaría la anchura del pulso τ sustituimos (C.40) en (C.27) y como $K = 12/\pi^2$ obtenemos:

$$\frac{d\tau}{dz} = \frac{\beta_2 C}{\tau}\tag{C.44}$$

$f(x)$	1	x^{2n+1}	x^2	x^{2n}	$\tanh^2(x)$	$\operatorname{sech}^2(x)$	$\operatorname{sech}^2(x)$	$\operatorname{sech}^2(x)$	$x\operatorname{sech}^2(x)$
				$\tanh(x)$			$\tanh^2(x)$	$x^{2n+1}\tanh^2(x)$	$\tanh(x)$
$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\operatorname{sech}^2x dx$	2	0	$\pi^2/6$	0	2/3	4/3	4/15	0	1/3

Cuadro C.1: Tabla de integrales para encontrar los momentos del solitón perturbado.

Análogamente si queremos encontrar la ecuación que gobierna la evolución del chirp para un pulso de la forma (C.40), podemos escribir en (C.39), teniendo en cuenta las consideraciones anteriores:

$$\frac{dC}{dz} = \frac{12\beta_2}{\pi^2 E} \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \frac{\partial A}{\partial t} \right|^2 dt + \frac{6\gamma}{\pi^2 E} \int_{-\infty}^{+\infty} |A|^4 dt - \frac{12}{\pi^2} \beta_2 \Omega^2 \quad (\text{C.45})$$

A continuación efectuamos la integración de cada uno de los términos que aparecen en (C.45). Para ello necesitamos:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial t} = - & \left[\frac{a}{\tau} \operatorname{sech} \left(\frac{t - T_m}{\tau} \right) \tanh \left(\frac{t - T_m}{\tau} \right) + a \operatorname{sech} \left(\frac{t - T_m}{\tau} \right) \left(-i\Omega - iC(t - T_m)/\tau^2 \right) \right] \\ & \exp \left[i\phi - i\Omega(t - T_m) - iC(t - T_m)^2/2\tau^2 \right]. \end{aligned} \quad (\text{C.46})$$

De manera que se obtiene:

$$\left| \frac{\partial A}{\partial t} \right|^2 = \frac{a^2}{\tau^2} \operatorname{sech}^2 \left(\frac{t - T_m}{\tau} \right) \tanh^2 \left(\frac{t - T_m}{\tau} \right) + a^2 \operatorname{sech}^2 \left(\frac{t - T_m}{\tau} \right) \left[\Omega + C(t - T_m)/\tau^2 \right]^2 \quad (\text{C.47})$$

La integración de (C.47) se puede llevar a cabo a partir de la tabla **C.1** y el resultado final es:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left| \frac{\partial A}{\partial t} \right|^2 dt = \Omega^2 E + \frac{E}{3\tau^2} \left(1 + \frac{\pi^2}{4} C^2 \right) \quad (\text{C.48})$$

donde para la forma secante hiperbólica hemos utilizado (C.41). Por otro lado para la segunda integral de (C.45) tenemos otra vez utilizando los resultados de la tabla **C.1**:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |A|^4 dt = \frac{E^2}{3\tau} \quad (\text{C.49})$$

Usando (C.48) y (C.49) concretamos para la evolución del parámetro de chirp:

$$\frac{dC}{dz} = \frac{\beta_2}{\tau^2} \left(\frac{4}{\pi^2} + C^2 \right) + \frac{2\gamma E}{\pi^2 \tau} \quad (\text{C.50})$$

Apéndice D

Métodos de

Runge-Kutta-Fehlberg con

coeficientes de *Cash-Karp*

Los métodos de *Runge-Kutta* son una importante familia de métodos iterativos para la aproximación numérica de soluciones de ecuaciones diferenciales ordinarias **ODE** que fueron desarrollados alrededor de 1900 por los matemáticos alemanes *C. Runge* (1856-1927) y *M. W. Kutta* (1867-1944). Su punto de partida fue considerar un problema de valores iniciales como el siguiente:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = f(t, \mathbf{x}(t)), \quad (\text{D.1})$$

$\mathbf{x}(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))^T$, $f \in [a, b] \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$, con la condición inicial:

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \quad (\text{D.2})$$

La idea es la de buscar una aproximación numérica de la solución continuamente diferenciable $\mathbf{x}(t)$ del problema de valores iniciales (D.1) y (D.2) en el intervalo $t \in [a, b]$. Con este propósito se divide el intervalo $[a, b]$ en M subintervalos iguales donde seleccionamos los puntos del mallado t_j :

$$t_j = a + jh, \quad j = 0, 1, 2, \dots, M, \quad h = \frac{b-a}{M} \quad (\text{D.3})$$

La familia de métodos explícitos de *Runge-Kutta* (RK) de orden m está dado por[137]:

$$\mathbf{x}_{n+1} \equiv \mathbf{x}(t_{n+1}) = \mathbf{x}_n + h \sum_{i=1}^m c_i k_i \quad (\text{D.4})$$

donde

$$k_1 = f(t_n, \mathbf{x}_n)$$

$$k_2 = f(t_n + \alpha_2 h, \mathbf{x}_n + h\beta_{21}k_1(t_n, \mathbf{x}_n))$$

$$k_3 = f(t_n + \alpha_3 h, \mathbf{x}_n + h\beta_{31}k_1(t_n, \mathbf{x}_n) + \beta_{32}k_2(t_n, \mathbf{x}_n))$$

\vdots

$$k_m = f(t_n + \alpha_m h, \mathbf{x}_n + h \sum_{j=1}^{m-1} \beta_{mj} k_j)$$

Para especificar un método en concreto, necesitamos indicar el número del orden m y los coeficientes α_i (para $i = 2, 3, \dots, m$), β_{ij} (para $1 \leq j \leq m$), y

c_i (con $i = 1, 2, \dots, m$). Estos datos normalmente se sitúan en una tabla del estilo que aparece en el cuadro **D.1**[178].

0					
α_2	β_{21}				
α_3	β_{31}	β_{32}			
\vdots	\vdots	\vdots	\ddots		
\vdots	\vdots	\vdots			
α_m	β_{m1}	β_{m2}	\cdots	β_{mm-1}	
	c_1	c_2	\cdots	c_{m-1}	c_m

Cuadro D.1: Tabla de *Butcher* para el método R-K explícito.

Para el caso $m = 1$ tendríamos:

$$k_1 = f(t_n, \mathbf{x}_n)$$

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{x}_n + hc_1 f(t_n, \mathbf{x}_n)$$

Como según el desarrollo de *Taylor* se tiene:

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{x}_n + h \left(\frac{d\mathbf{x}}{dt} \right)_{t_n} + \cdots = \mathbf{x}_n + hf(t_n, \mathbf{x}_n) + \mathcal{O}(h^2) \Rightarrow c_1 = 1.$$

Así, el método R-K de primer orden es equivalente al método explícito de *Euler*. En el caso de $m = 2$ las ecuaciones del método serían:

$$\begin{aligned} k_1 &= f(t_n, \mathbf{x}_n) \\ k_2 &= f(t_n + \alpha_2 h, \mathbf{x}_n + h\beta_{21}k_1) \\ \mathbf{x}_{n+1} &= \mathbf{x}_n + h(c_1k_1 + c_2k_2). \end{aligned}$$

En el entorno de t_n el desarrollo de *Taylor* hasta el orden h^2 sería:

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{x}_n + h\left(\frac{d\mathbf{x}}{dt}\right)_{t_n} + \frac{h^2}{2}\left(\frac{d^2\mathbf{x}}{dt^2}\right)_{t_n} + \mathfrak{O}(h^3).$$

Pero como sabemos que $\frac{d\mathbf{x}}{dt} = f(t, \mathbf{x})$, implica que:

$$\frac{d^2\mathbf{x}}{dt^2} \equiv \frac{df(t, \mathbf{x})}{dt} = \frac{\partial f(t, \mathbf{x})}{\partial t} + f(t, \mathbf{x})\frac{\partial f(t, \mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}}$$

De aquí que la serie de *Taylor* se pueda escribir en la forma:

$$\mathbf{x}_{n+1} - \mathbf{x}_n = hf(t_n, \mathbf{x}_n) + \frac{h^2}{2}\left(\frac{\partial f}{\partial t} + f\frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}}\right)_{(t_n, \mathbf{x}_n)} + \mathfrak{O}(h^3). \quad (\text{D.5})$$

Por otro lado el coeficiente k_2 en el método que propuesto se puede desarrollar también hasta el orden $\mathfrak{O}(h^3)$ de la forma:

$$k_2 = f(t_n + \alpha_2 h, \mathbf{x}_n + h\beta_{21}k_1) = hf(t_n, \mathbf{x}_n) + h\alpha_2\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{(t_n, \mathbf{x}_n)} + h\beta_{21}f\left(\frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}}\right)_{(t_n, \mathbf{x}_n)} + \mathfrak{O}(h^3)$$

Sustituyendo esta relación en el valor de k_2 en la ecuación del método se alcanza la siguiente expresión:

$$\mathbf{x}_{n+1} - \mathbf{x}_n = h(c_1 + c_2)f(t_n, \mathbf{x}_n) + h^2c_2\alpha_2\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{(t_n, \mathbf{x}_n)} + h^2c_2\beta_{21}f\left(\frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}}\right)_{(t_n, \mathbf{x}_n)} + \mathfrak{O}(h^3)$$

Si comparamos esta última ecuación con (D.5) podemos escribir el sistema de ecuaciones algebraicas para los coeficientes:

$$\begin{aligned} c_1 + c_2 &= 1, \\ c_2\alpha_2 &= \frac{1}{2}, \\ c_2\beta_{21} &= \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Este sistema es indeterminado y se debe dar una condición adicional para su resolución. Como ejemplo tomamos $\alpha_2 = 1/2$. En este caso $c_2 = 1$, $c_1 = 0$, $\beta_{21} = 1/2$. El correspondiente cuadro de *Butcher* sería:

0	
1	1
	1/2 1/2

Cuadro D.2: Tabla de coeficientes para el método R-K de segundo orden

En este caso el método R-K de segundo orden de (D.4) se puede escribir:

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{x}_n + hf(t_n + \frac{h}{2}, \mathbf{x}_n + \frac{h}{2}f(t_n, \mathbf{x}_n)) \tag{D.6}$$

Un miembro de la familia de los métodos *Runge-Kutta* se conoce como método R-K clásico de 4º orden y representa una de las soluciones para $m = 4$. Al igual que el caso anterior podemos llegar a un conjunto de ecuaciones algebraicas

0				
1/2	1/2			
1/2	0	1/2		
1	0	0	1	
	1/6	1/3	1/3	1/6

Cuadro D.3: Tabla de *Butcher* para el método R-K clásico de 4° orden.

cuya solución más útil nos proporciona el cuadro de coeficientes **D.3**. Las ecuaciones iterativas que definen este método:

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{x}_n + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4), \quad (\text{D.7})$$

donde

$$\begin{aligned} k_1 &= f(t_n, \mathbf{x}_n) \\ k_2 &= f\left(t_n + \frac{h}{2}, \mathbf{x}_n + \frac{h}{2}k_1\right) \\ k_3 &= f\left(t_n + \frac{h}{2}, \mathbf{x}_n + \frac{h}{2}k_2\right) \\ k_4 &= f(t_n + h, \mathbf{x}_n + hk_3). \end{aligned}$$

Este método es razonablemente simple y proporciona una vía de solución numérica de ecuaciones diferenciales ordinarias con condiciones iniciales dadas mediante algoritmos iterativos de muy fácil implementación.

Una forma de garantizar exactitud en la solución del problema (D.1) con las condiciones iniciales (D.2) es mediante el uso de algoritmos que ajusten el tamaño del paso utilizado, basándose en las fórmulas *Runge-Kutta*. Estos métodos se diseñaron para proporcionar una estimación del error de truncamiento local de la solución en cada paso del proceso iterativo R-K. El método de *Runge-Kutta-Fehlberg RK45* realiza esta función empleando una aproximación de orden $\mathfrak{O}(h^4)$ junto con una de orden $\mathfrak{O}(h^5)$. En cada paso se realizan dos diferentes aproximaciones para la solución y se comparan. Habitualmente un método de cuarto orden con cinco etapas se usa junto con un método de quinto orden con seis pasos, que usa todos los puntos del primero de ellos. La forma general de las fórmulas R-K de quinto orden es[137]:

$$\begin{aligned} k_1 &= f(t_n, \mathbf{x}_n) \\ k_2 &= f(t_n + \alpha_2 h, \mathbf{x}_n + h\beta_{21}k_1) \\ &\vdots \end{aligned} \tag{D.8}$$

$$\begin{aligned} k_6 &= f(t_n + \alpha_6 h, \mathbf{x}_n + h \sum_{j=1}^5 \beta_{6j}k_j) \\ \mathbf{x}_{n+1} &= \mathbf{x}_n + h \sum_{i=1}^6 c_i k_i + \mathfrak{O}(h^6) \end{aligned} \tag{D.9}$$

La fórmula incrustada de cuarto orden es:

$$\mathbf{x}_{n+1}^* = \mathbf{x}_n + h \sum_{i=1}^6 c_i^* k_i + \mathfrak{O}(h^5) \tag{D.10}$$

El error estimado es:

$$\epsilon = \mathbf{x}_{n+1} - \mathbf{x}_{n+1}^* = \sum_{i=1}^6 (c_i - c_i^*) k_i \quad (\text{D.11})$$

De los posibles coeficientes que se suelen utilizar para la implementación del método nosotros hemos utilizado los dados por *Cash-Karp*[179] y que aparecen en la tabla **D.4**. Estos proporcionan un método más eficiente que los originales valores de *Fehlberg*, con mejores propiedades en el comportamiento del error que cometemos[137]. Para ilustrar esta aproximación, consideremos

i	α_i		β_{ij}			
1						
2	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$				
3	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{40}$	$\frac{9}{40}$			
4	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{10}$	$-\frac{9}{10}$	$\frac{6}{5}$		
5	1	$-\frac{11}{54}$	$\frac{5}{2}$	$-\frac{70}{27}$	$\frac{35}{27}$	
6	$\frac{7}{8}$	$\frac{1631}{55296}$	$\frac{175}{512}$	$\frac{575}{13824}$	$\frac{44275}{110592}$	$\frac{253}{4096}$
c_i	$\frac{37}{378}$	0	$\frac{250}{621}$	$\frac{125}{594}$	0	$\frac{512}{1771}$
c_i^*	$\frac{2825}{27648}$	0	$\frac{18575}{48384}$	$\frac{13525}{55296}$	$\frac{277}{14336}$	$\frac{1}{4}$

Cuadro D.4: Tabla de *Butcher* con los coeficientes *Cash-Karp* para el método incrustado *Runge-Kutta-Fehlberg* de sexto orden.

el método R-K de orden p y notamos como solución exacta en $t_{n+1} = t_n + h$ a $\tilde{\mathbf{x}}_{n+1}$, mientras que \mathbf{x}_1 y \mathbf{x}_2 representarán soluciones aproximadas, correspondientes a los pasos h y $h/2$. Si ahora implementamos un paso con tamaño h y a continuación dos pasos cada uno de tamaño $h/2$, la solución verdadera y las dos aproximaciones numéricas estarían relacionadas por:

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{x}}_{n+1} &= \mathbf{x}_1 + Ch^{p+1} + \mathfrak{O}(h^{p+2}) \\ \tilde{\mathbf{x}}_{n+1} &= \mathbf{x}_2 + 2C\left(\frac{h}{2}\right)^{p+1} + \mathfrak{O}(h^{p+2})\end{aligned}$$

Lo cual quiere decir que:

$$|\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2| = Ch^{p+1}\left(1 - \frac{1}{2^p}\right) \Leftrightarrow C = \frac{|\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2|}{(1 - 2^{-p})h^{p+1}}$$

Sustituyendo el valor de C en la segunda estimación para la verdadera solución obtenemos:

$$\tilde{\mathbf{x}}_{n+1} = \mathbf{x}_2 + \varepsilon + \mathfrak{O}(h^{p+2})$$

donde

$$\varepsilon = \frac{|\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2|}{2^p - 1}$$

Para nuestro caso $p = 4$ con lo que

$$\varepsilon = \frac{|\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2|}{15}$$

Para tener un control sobre el tamaño del paso adecuado hemos procedido a usar los valores \mathbf{x}_j en t_j encontrando el valor más alto posible del tamaño del

paso h_{opt} de manera que el error de truncamiento después de cada iteración con este tamaño de paso permaneciera por debajo de un valor deseado ε_{tol} , es decir:

$$Ch_{opt}^{p+1} \leq \varepsilon_{tol} \Leftrightarrow \left(\frac{h_{opt}}{h}\right)^{p+1} \frac{|\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2|}{2^p - 1} \leq \varepsilon_{tol}$$

Esto es

$$h_{opt} = h \left(\frac{\varepsilon_{tol}}{\varepsilon}\right)^{1/p+1}$$

Si $\varepsilon > \varepsilon_{tol}$ el tamaño del paso debe ser reducido, mientras que si $\varepsilon < \varepsilon_{tol}$ operaríamos de manera contraria. Por supuesto la elección inicial de ε_{tol} depende del problema de valores iniciales que queremos resolver. En nuestro caso hemos usado un valor proporcional al tamaño inicial del paso h de manera que al realizar las sucesivas iteraciones, el tamaño del nuevo paso cumpliría[137]:

$$h_{opt} = \begin{cases} \beta h \left(\frac{\varepsilon_{tol}}{\varepsilon}\right)^{1/0,2}, & \varepsilon \geq \varepsilon_{tol} \\ \beta h \left(\frac{\varepsilon_{tol}}{\varepsilon}\right)^{1/0,25}, & \varepsilon < \varepsilon_{tol} \end{cases} \quad (D.12)$$

donde $\beta = 0.8, 0.9$ es un valor que hemos escogido como factor de proporcionalidad.

Bibliografía

- [1] F.P. Kapron, D.B. Keck and R.D. Maurer, “Radiation Losses in Glass Optical Waveguides,” *Applied Physics Letters*, vol. 17, no. 10, pp. 423–425, 1970.

- [2] G.P. Agrawal, *Fiber-Optic Communications Systems*. Ed. Wiley, 4^a ed., 2010.

- [3] T. Izawa and S. Sudo, *Optical Fibers: Materials and Fabrication*. Kluwer Academic, 1987.

- [4] E.M. Dianov and V.M. Mashinsky, “Germania-Based Core Optical Fibers,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 23, no. 11, pp. 3500–3508, 2005.

- [5] J. Capmany, F.J. Fraile-Pélaez and J. Martí, *Fundamentos de Comunicaciones Ópticas*. Editorial Síntesis, 1998.

- [6] I.P. Kaminov and T. Li and A.E. Willner, ed., *Optical Fiber Telecommunications V B*. Academic Press, 2008.

- [7] M. Premaratne and G.P. Agrawal, *Light Propagation in Gain Media: Optical Amplifiers*. Cambridge University Press, 2011.
- [8] S. Sudo, *Optical Fiber Amplifiers: Materials, Devices and Applications*. Artech House Inc., 1997.
- [9] H. Ghafouri-Shiraz, *Laser Diode Amplifiers*. John Wiley & Sons, 1996.
- [10] E. Desurvire, *Erbium Doped Fiber Amplifiers*. John Wiley & Sons, 1994.
- [11] A.J.G. Ellison et al., “Extending the L-band to 1620 nm using MCS fiber,” in *Optical Fiber Communications*, (CA), OFC, 2001.
- [12] S. Shimada and H. Ishio, *Optical Amplifiers and Their Applications*. John Wiley & Sons, 1994.
- [13] A. Srivastava and Y. Sun, “Advances in Erbium-Doped Fiber Amplifiers,” in *Optical Fiber Telecommunications IV A*, pp. 174–212, Academic Press, 2002.
- [14] G.P. Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics*. Academic Press, 3^a ed., 2001.
- [15] C. Headley and G.P. Agrawal, ed., *Raman Amplification in Fiber Optical Communications Systems*. Elsevier Academic Press, 2005.
- [16] M.N. Islam, ed., *Raman Amplifiers for Telecommunications 1. Physical Principles*. New York: Springer-Verlag, 2002.

- [17] E.B. Desurvire, “Capacity Demand and Technology Challenges for Lightwave Systems in the Next Two Decades,” *Journal of Lightwave technology*, vol. 24, no. 12, pp. 4697–4710, 2006.
- [18] R.H. Stolen and E.P. Ippen, “Raman Gain in Glass Optical Waveguides,” *Applied Physics Letters*, vol. 22, no. 6, pp. 276–278, 1973.
- [19] L. Helczynski and A. Berntson, “Comparison of EDFA and Bidirectionally Pumped Raman Amplifier in a 40-Gb/s RZ Transmission System,” *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 13, no. 7, pp. 669–671, 2001.
- [20] A.S. Gouveia-Neto, A.S. Gomes and J.R. Taylor, “High-Efficiency Single-Pass Solitonlike Compression of Raman Radiation in an Optical Fiber around 1.4 μm ,” *Optics Letters*, vol. 12, no. 12, pp. 1035–1037, 1987.
- [21] D. Bisping, D. Pucicki, M. Fischer, J. Koeth, C. Zimmermann, P. Weinmann, S. Hoffing, M. Kamp and A. Forchel, “GaInNAs-Based High-Power and Tapered Laser Diodes for Pumping Applications ,” *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, vol. 15, no. 3, pp. 968–972, 2009.

- [22] Z.M. Liao and G.P. Agrawal, "Role of Distributed Amplification in Designing High-Capacity Soliton Systems," *Optics Express*, vol. 9, no. 2, pp. 66–71, 2001.
- [23] V.E. Perlin and H.G. Winful, "On Distributed Raman Amplification for Ultrabroad Band Long-Haul WDM Systems," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 20, no. 3, pp. 409–416, 2002.
- [24] H. Kidorf, K. Rottwitt, M. Nissov, M. Ma and E. Rabarijaona, "Pump Interactions in a 100-nm Bandwidth Raman Amplifier," *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 11, no. 5, pp. 530–532, 1999.
- [25] E. Schulze, M. Malacha and F. Raub, "All-Raman Amplified Links in Comparison to EDFA Links in Case of Switched Traffic," in *Optical Fiber Communications*, (Paper S3.08), ECOC, 2002.
- [26] R.W. Boyd, *Nonlinear Optics*. San Diego, CA: Academic Press, 2^a ed., 2003.
- [27] R.H. Stolen, J.P. Gordon, W.J. Tomlinson and H.A. Haus, "Raman Response Function of Silica-Core Fibers," *Journal of Optical Society of America B*, vol. 6, no. 6, pp. 1159–1166, 1989.

- [28] D. Gupta, G. Kumar and K. Thyagarajan, “Nonlinear Pulse Propagation in Dispersion Decreasing Fibers,” *Optics Communications*, vol. 237, pp. 309–317, 2004.
- [29] D. Dahan and G. Eisenstein, “Numerical Comparison Between Distributed and Discrete Amplification in a Point-to-Point 40-Gb/s 40-WDM-Based Transmission System With Three Different Modulation Formats,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 20, no. 3, pp. 379–388, 2002.
- [30] A. Pizzinat, M. Santagiustina and C. Schivo, “Impact of Hybrid EDFA-Distributed Raman Amplification on a 4x40-Gb/s WDM Optical Communications System,” *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 15, no. 2, pp. 341–343, 2003.
- [31] A. Sano, T. Kobayashi, E. Yoshida and Y. Miyamoto, “Ultra-High Capacity Optical Transmission Technologies for 100 Tbit/s Optical Transport Networks,” *IEICE Transactions and Communications*, vol. 94, no. 2, pp. 400–408, 2011.
- [32] M. Bottacini, F. Poli, A. Cucinotta and S. Selleri, “Modeling of Photonic Crystal Fibers,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 22, no. 7, pp. 1707–1713, 2004.

- [33] S. Varshney, K. Saitoh, and M. Koshihba, “A Novel Design for Dispersion Compensating Photonic Crystal Fiber Raman Amplifier,” *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 17, no. 10, pp. 2062–2064, 2005.
- [34] J.D. Ania-Castañón, T.J. Ellingham, X. Chen, L. Zhang and S. K. Turitsyn, “Ultralong Raman Fiber Lasers as Virtually Lossless Optical Media,” *Physics Review Letters*, vol. 96, no. 2, p. 023902, 2006.
- [35] S.K. Turitsyn, J.D. Ania-Castañón, S.A. Babin, V. Karalekas, P. Harper, D. Churkin, S.I. Kablukov, A.E. El-Taher, E.V. Podivilov, and V.K. Mezentsev, “270-Km Ultralong Raman Fiber Laser,” *Physics Review Letters*, vol. 103, no. 13, p. 133901, 2009.
- [36] G.P. Agrawal, *Applications of Nonlinear Fiber Optics*. Academic Press, 2^a ed., 2008.
- [37] A. Hasegawa and M. Matsumoto, *Optical Solitons in Fibers*. Springer-Verlag, 3^a ed., 2003.
- [38] A.N. Pinto, G.P. Agrawal and J. Ferreira, “Effect of Soliton Interaction on Timing Jitter in Communication Systems,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 16, no. 4, pp. 515–519, 1998.

- [39] M.N. Islam, L.F. Mollenauer, R.H. Stolen, J.R. Simpson and H.T. Shang, “Cross-phase Modulation in Optical Fibers,” *Optics Letters*, vol. 12, no. 8, pp. 625–627, 1987.
- [40] R. Stolen and J. Bjorkholm, “Parametric Amplification and Frequency Conversion in Optical Fibers,” *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 18, no. 7, pp. 1062–1072, 1982.
- [41] A. Efimov, A. Taylor, F. Omenetto, J. Knight, W. Wadsworth and P. Russell, “Phase-matched Third Harmonic Generation in Microstructured Fibers,” *Optics Express*, vol. 11, no. 20, pp. 2567–2576, 2003.
- [42] A. Dengra and R. Gómez-Alcalá, “Multisoliton Generation and Control in Fibre Ring Lasers Including Two Linear Polarizers,” *Journal of Optics*, vol. 14, no. 5, p. 055204, 2012.
- [43] M. Takahashi, R. Sugizaki, J. Hiroishi, M. Tadakuma, Y. Taniguchi and T. Yagi, “Low-Loss and Low-Dispersion-Slope Highly Nonlinear Fibers,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 23, no. 11, pp. 3615–3628, 2005.
- [44] P. Rusell, “Photonic Crystal Fibers,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 24, no. 12, pp. 4729–4749, 2006.

- [45] A. Diaz-Soriano, A. Ortiz-Mora and A. Dengra, “Comparative Study of Numerical Methods Used in Modelling of Photonic Crystal Fibers,” *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 55, pp. 1049–1053, 2013.
- [46] T. Eidam, C. Wirth, C. Jauregui, F. Stutzki, F. Jansen, H. Otto, O. Schmidt, T. Scheiber, J. Limpert and A. Tünnermann, “Experimental Observations of the Threshold-Like Onset of Mode Instabilities in High Power Fiber Amplifiers,” *Optics Express*, vol. 19, no. 14, pp. 13218–13224, 2012.
- [47] A. Galtarossa, L. Palmery, M. Schiano and T. Tambosso, “Measurement of Birefringence Correlation Length in Long-Single Mode Fibers,” *Optics Letters*, vol. 26, pp. 962–964, 2001.
- [48] A. Galtarossa and C.R. Menyuk(Ed.), ed., *Polarization Mode Dispersion*. Optical and Fiber Communications Report, Springer-Science, 2005.
- [49] J.D. Jackson, *Classical Electrodynamics*. Ed. Wiley, 3^a ed., 1999.
- [50] R. Ashcroft and L. Mermin, *Solid State Physics*. Ed. Thomson, 1985.
- [51] R.W. Hellwarth, “Third-order optical susceptibilities of liquids and solids,” *Progress in Quantum Electronics*, vol. 5, pp. 1–68, 1977.

- [52] G. E. Walrafen and P. N. Krishnan , “Model Analysis of the Raman Spectrum from Fused Silica Optical Fibers,” *Applied Optics*, vol. 21, no. 3, pp. 359–360, 1982.
- [53] K.J. Blow and D. Wood, “Theoretical Description of Transient Stimulated Raman Scattering in Optical Fibers,” *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 25, no. 12, pp. 2665–2673, 1989.
- [54] D. Hollenbeck and C.D. Cantrell, “Multiple-Vibrational-Mode Model for Fiber-Optic Raman Gain Spectrum and Response Function,” *Journal of Optical Society of America B*, vol. 19, no. 12, pp. 2886–2892, 2002.
- [55] Q. Lin and G.P. Agrawal, “Raman Response Function for Silica Fibers,” *Optics Letters*, vol. 31, no. 21, pp. 3086–3088, 2006.
- [56] R.H. Stolen, C. Lee and R.K. Jain, “Development of the Stimulated Raman Spectrum in Single-Mode Silica Fibers,” *Journal of Optical Society of America B*, vol. 1, no. 4, pp. 652–657, 1984.
- [57] F.A. Oguama, H. Garcia and A.M. Johnson, “Simultaneous Measurement of the Raman Gain Coefficient and the Nonlinear Refractive Index of Optical Fibers: Theory and Experiment,” *Journal of Optical Society of America B*, vol. 22, no. 2, pp. 426–436, 2005.

- [58] K. Rottwitt and J.H. Povlsen, “Analyzing de Fundamental Properties of Raman Amplification in Optical Fibers,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 23, no. 11, pp. 3597–3605, 2005.
- [59] C. V. Raman and K. S. Krishnan, “A New Type of Secondary Radiation,” *Nature*, vol. 121, p. 3048, 1928.
- [60] Y.R. Shen, *The Principles of Nonlinear Optics* . Ed. Wiley, 3^a ed., 2003.
- [61] G.L Lan, P.K. Barnerjee and S.S. Mitra, “Raman scattering in Optical Fibers,” *Journal of Raman Spectroscopy*, vol. 11, no. 5, pp. 416–423, 1981.
- [62] N. Bloembergen, “The Stimulated Raman Scattering,” *American Journal of Physics*, vol. 35, p. 989, 1967.
- [63] N. Shibate, M. Horigudhi and T. Edahiro, “Raman Spectra of Binary High-Silica Glasses and Fibers Containing GeO_2 , P_2O_5 and B_2O_3 ,” *Journal of Non-crystalline Solids*, vol. 45, pp. 115–126, 1981.
- [64] N.R. Newbury, “Pump-Wavelength Dependence of Raman Gain in Single-Mode Optical Fibers,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 21, no. 12, p. 3364, 2003.

- [65] P.D. Maker and R.W. Terhune, "Study of Optical Effects Due to an Induced Polarization Third Order in the Electric Field Strength," *Physical Review A*, vol. 137, pp. 801–818, 1965.
- [66] R.H. Stolen, "Polarizations Effects in Fiber Raman and Brillouin Lasers," *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. QE-15, pp. 1157–1160, 1979.
- [67] S. Seikai, T. Nakashima and N. Shibata, "Theory of Signal Light Amplification by Stimulated Raman Scattering in Twisted Single-Mode Optical Fibers," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 4, no. 6, pp. 583–589, 1989.
- [68] D. J. Dougherty, F. X. Kartner, H. A. Haus and E. P. Ippen, "Measurement of the Raman Gain Spectrum of Optical Fibers," *Optics Letters*, vol. 20, no. 1, pp. 31–33, 1995.
- [69] M.N. Islam, "Raman Amplifiers for Telecommunications," *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, vol. 8, no. 3, pp. 548–559, 2002.
- [70] R.H. Stolen, "Issues in Raman Gain Measurements," in *Tech. Dig. Symp. Optical Fiber Measurements*, (MD), NIST Special Publication, 2000.

- [71] E. Garmire, F. Pandarese and C.H. Townes , “Coherently Driven Molecular Vibrations and Light Modulation,” *Physical Review Letters*, vol. 11, no. 4, pp. 160–163, 1963.
- [72] J.R. Reitz, F.J. Milford and R.W. Christy, *Fundamentos de la Teoría Electromagnética*. Ed.Addison-Wesley, 3^a ed., 2003.
- [73] A. Yariv, *Quantum Electronics*. Ed.Wiley, 1989.
- [74] K. Rottwitt, J. Bromage, A.J. Stentz, L. Leng, M.E. Lines and H. Smith, “Scaling of the Raman Gain Coefficient: Applications to Germanosilicate Fibers,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 21, no. 7, pp. 1652–1662, 2003.
- [75] M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics*. Cambridge University Press, 7^a ed., 1999.
- [76] F.L. Galeener, A.J. Leadbetter and M.W. Stringfello, “Comparison of the Neutron, Raman, and Infrared Vibrational Spectra of Vitreous SiO_2 , GeO_2 and BeF_2 ,” *Physical Review B*, vol. 27, pp. 1052–1078, 1983.
- [77] V.K. Malinovsky and A.P. Sokolov, “The Nature of Boson Peak in Raman Scattering in Glasses,” *Solid State Communications*, vol. 57, no. 9, pp. 757–761, 1986.

-
- [78] C.A. Angell, K.L. Ngai, G.B. McKenna, P.F. McMillan and S.W. Martin, “Relaxation in Glassforming Liquids and Amorphous Solids,” *Journal of Applied Physics*, vol. 88, no. 6, pp. 3113–3157, 2000.
- [79] S.N. Yannopoulos, “Experimental Study of the Boson Peak in Glasses with Broken Isotropic Orientational Symmetry,” *Physics Letters A*, vol. 296, pp. 295–300, 2002.
- [80] G.N. Greaves, F. Meneau, O. Majérus, D.G. Jones and J. Taylor, “Identifying Vibrations That Destabilize Crystals and Characterize the Glassy State,” *Science*, vol. 308, pp. 1299–1302, 2005.
- [81] V.L. Gurevich, D.A. Parshin and H.R. Schober, “On the Theory of Boson Peak in Glasses,” *JETP Letters*, vol. 76, no. 9, pp. 553–557, 2002.
- [82] C. McIntosh, J. Toulouse and P. Tickb, “The Boson Peak in Alkali Silicate Glasses,” *Journal of Non-Crystalline Solids*, vol. 222, pp. 335–341, 1997.
- [83] R.G. Smith, “Optical Power Handling Capacity of Low Loss Optical Fibers as Determined by Stimulated Raman and Brillouin Scattering,” *Applied Optics*, vol. 11, no. 11, pp. 2489–2494, 1972.

- [84] J. Auyeung and A. Yariv, "Spontaneous and Stimulated Raman Scattering in Low-Loss Fibers," *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. QE-14, pp. 347–351, 1978.
- [85] Y. Aoki, "Properties of Fiber Raman Amplifiers and Their Applicability to Digital Optical Communication Systems," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 6, no. 7, pp. 1225–1239, 1988.
- [86] J. Bromage, "Raman Amplification for Fiber Communications Systems," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 22, no. 1, pp. 79–93, 2004.
- [87] M.N. Islam, ed., *Raman Amplifiers for Telecommunications 2. Sub-System and Systems*. New York: Springer-Verlag, 2002.
- [88] M. Ikeda, "Stimulated Raman Amplification Characteristics in Long Span Single-Mode Silica Fibers," *Optics Communications*, vol. 39, no. 3, pp. 148–152, 1981.
- [89] C. Headley and G.P. Agrawal, "Simultaneous Amplification and Compression of Picosecond Optical Pulses During Raman Amplification in Optical Fibers," *Journal of Optical Society of America B*, vol. 10, no. 12, pp. 2383–2389, 1993.

-
- [90] C. Headley and G.P. Agrawal, “Unified Description of Ultrafast Stimulated Raman Scattering in Optical Fibers,” *Journal of Optical Society of America B*, vol. 13, no. 10, pp. 2170–2177, 1996.
- [91] S.A.E. Lewis, S.V. Chernikov and J.R. Taylor, “Temperature-Dependent Gain and Noise in Fiber Raman Amplifiers,” *Optics Letters*, vol. 24, no. 24, pp. 1823–1825, 1999.
- [92] R. Stolen, “Nonlinear properties in optical fibers,” in *Optical Fibers Telecommunications* (S. Miller and A. Chynoweth, eds.), ch. 5, New York Academic, 1979.
- [93] D.N. Christodoulides and R.I. Joseph, “Theory of Stimulated Raman Scattering in Optical Fibers in the Pulse Walkoff Regime,” *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 25, no. 3, pp. 273–279, 1989.
- [94] G.E. Keiser, “A Review of WDM Technology and Applications,” *Optical Fiber Technology*, vol. 5, no. 1, pp. 3–39, 1999.
- [95] J. Capmany, F.J. Fraile-Pélaez and J. Martí, *Dispositivos de Comunicaciones Ópticas*. Editorial Síntesis, 1999.
- [96] M.C. Jeruchim, P. Balaban and K.S. Shanmugan, *Simulation of Communication Systems*. Kluwer Academic, 2000.

- [97] S.T. Cundiff, B.C. Collings, L. Boivin, M.C. Nuss, K. Bergam, W. H. Knox and S.G. Evangelides, "Propagation of Highly Chirped Pulses in Fiber-Optic Communications Systems," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 17, no. 5, pp. 811–816, 1999.
- [98] R.M. Mu, T. Yu, S. Grigoryan and C.R. Menyuk, "Dynamics of the Chirped Return-to-Zero Modulation Format," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 20, no. 1, pp. 47–57, 2002.
- [99] A.R. Chraplyvy, D. Marcuse and P.S. Henry, "Carrier-Induced Phase Noise in Angle-Modulated Optical-Fiber Systems," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 2, no. 1, pp. 6–10, 1984.
- [100] M.J. Potasek and G.P. Agrawal, "Power-Dependent Enhancement in Repeater Spacing for Dispersion-Limited Optical Communication Systems," *Electronics Letters*, vol. 22, no. 14, pp. 759–760, 1986.
- [101] N.J. Zabusky and M.D. Kruskal, "Interaction of 'Solitons' in a Collisionless Plasma and the Recurrence of Initial States," *Physical Review Letters*, vol. 15, no. 6, pp. 240–243, 1965.
- [102] A. Hasegawa and F. Tappert, "Transmission of Stationary Nonlinear Optical Pulses in Dispersive Dielectric Fibers. I: Anomalous Dispersion," *Applied Physics Letters*, vol. 23, no. 3, pp. 142–144, 1973.

- [103] L.F. Mollenauer, R. H. Stolen and J. P. Gordon, “Experimental Observation of Picosecond Pulse Narrowing and Solitons in Optical Fibers,” *Physical Review Letters*, vol. 45, no. 13, pp. 1095–1098, 1980.
- [104] N.N. Akhmediev and A. Ankiewicz, *Solitons: Nonlinear pulses and beams*. Chapman and Hall, 1997.
- [105] V.E. Zakharov and A.B. Shabat, “Exact theory of two-dimensional self-focusing and one-dimensional self-modulation of waves in nonlinear media,” *Trans. Soviet Phys. JETP*, vol. 34, pp. 62–69, 1972.
- [106] A. Hasegawa and Y. Kodama, *Solitons in Optical Communications*. Oxford University Press, 1995.
- [107] T. Miwa, M. Jimbo and E. Date, *Solitons: Differential equations, symmetries and infinite dimensional algebras*. Cambridge University Press, 2000.
- [108] Y. Kodama and K. Nozaki, “Soliton Interaction in Optical Fibers,” *Optics Letters*, vol. 12, no. 12, pp. 1038–1040, 1987.
- [109] K.J. Blow and N.J. Doran, “The Asymptotic Dispersion of Soliton Pulses in Lossy Fibres,” *Optics Communications*, vol. 52, no. 5, pp. 367–370, 1985.

- [110] A.G. Okhrimchuk, G. Onishchukov and F. Lederer, “Long-Haul Soliton Transmission at 1.3 μm Using Distributed Raman Amplification,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 19, no. 6, pp. 837–841, 2001.
- [111] L.F. Mollenauer, J.P. Gordon and M.N. Islam, “Soliton Propagation in Long Fibers with Periodically Compensated Loss ,” *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 22, no. 1, pp. 157–173, 1986.
- [112] Y.Kodama and A.Hasegawa, “Amplification and Reshaping of Optical Solitons in Glass Fiber—III. Amplifiers with Random Gain ,” *Optics Letters*, vol. 8, no. 6, pp. 342–344, 1983.
- [113] C. Lester, K. Bertilsson, K. Rottwitt, P.A. Andrekson, M.A. Newhouse, A.J. Antos, “Soliton Transmission Over More than 90 km Using Distributed Erbium-Doped Fibres ,” *Electronics Letters*, vol. 31, no. 3, pp. 219–220, 1995.
- [114] L. F. Mollenauer, R. H. Stolen and M. N. Islam , “Experimental Demonstration of Soliton Propagation in Long Fibers: Loss Compensated by Raman Gain,” *Optics Letters*, vol. 10, no. 5, pp. 229–231, 1985.
- [115] A. Hasegawa, “Numerical Study of Optical Soliton Transmission Amplified Periodically by Stimulated Raman Process,” *Applied Optics*,

- vol. 23, no. 19, pp. 3302–3309, 1984.
- [116] S.K. Turitsyn, E.G. Shapiro, S.B. Medvedev, M.P. Fedoruk, V.K. Mezentsev, “Physics and Mathematics of Dispersion-Managed Optical Solitons,” *Comptes Rendus Physique*, vol. 4, no. 1, pp. 145–161, 2003.
- [117] A. Hasegawa, “Soliton-Based Optical Communication: an Overview,” *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, vol. 6, no. 6, pp. 1161–1172, 2000.
- [118] K.J. Blow and N.J. Doran, “Average Soliton Dynamics and the Operation of Soliton Systems with Lumped Amplifiers,” *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 3, no. 4, pp. 369–371, 1991.
- [119] L.F. Mollenauer, S.G. Evangelides and H.A. Haus, “Long-distance Soliton Propagation Using Lumped Amplifiers and Dispersion-Shifted Fibers,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 9, no. 2, pp. 194–197, 1991.
- [120] A. Sano and Y. Miyamoto, “Performance Evaluation of Prechirped RZ and CS-RZ Formats in High-Speed Transmission Systems with Dispersion Management,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 19, no. 12, pp. 1864–1871, 2001.

- [121] Z.M. Liao, C.J. McKristie and G.P. Agrawal, "Importance of Prechirping in Constant-Dispersion Fiber Links with a Large Amplifier Spacing," *Journal of Optical Society of America A*, vol. 17, no. 4, pp. 514–518, 2000.
- [122] M. Kumar, A.K. Sharma and T.S. Kamal, "Significance of Prechirping on Long-Haul Path-Averaged Soliton Impulse in Recirculating Loop at 10 and 20 Gb/s whit TOD," *Optik- International Journal for Light and Electron Optics*, vol. 120, no. 3, pp. 106–114, 2009.
- [123] T. Georges and B. Charbonnier, "Reduction of the Dispersive Wave in Periodically Amplified Links with Initially Chirped Solitons ," *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 9, no. 1, pp. 127–129, 1997.
- [124] C.R.S. Fludger, V. Handerek and R.J. Mears, "Pump to Signal RIN Transfer in Raman Fibre Amplifiers," *Electronic Letters*, vol. 37, no. 1, pp. 15–17, 2001.
- [125] A. Galtarossa, L. palmieri, M. Santagiustina and L. Ursini, "Polarized Backward Raman Amplification in Randomly Birefringent Fibers," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 24, no. 11, pp. 4055–4063, 2006.
- [126] S. Wen, T.Y. Wang and S. Chi, "The Optical Soliton Transmission Amplified by Directionally Raman Pumps with Nonconstant Depletion,"

-
- IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 27, no. 8, pp. 2066–2073, 1991.
- [127] H. Zheng, S. Liu, X. Li and Z. Tian, “Temporal Characteristics of an Optical Soliton with Distributed Raman Amplification,” *Journal of Applied Physics*, vol. 102, no. 10, pp. 103106–1–103106–4, 2007.
- [128] A. Ortiz-Mora, A. Diaz, R. Gómez-Alcalá, A. Dengra, “Determination of the Optimum Launch Conditions in Counter-Raman Amplification Using the Method of Moments,” *Optik - International Journal for Light and Electron Optics*, vol. 124, no. 13, pp. 1505–1513, 2013.
- [129] M.V. Kozlov, C.J. McKinstrie and C. Xie, “Moment Equations for Optical Pulses in Dispersive and Dissipative Systems,” *Optics Communications*, vol. 251, no. 1, pp. 194–208, 2005.
- [130] C.J. McKinstrie, R.O. Moore, S. Radic and R. Jiang, “Phase-Sensitive Amplification of chirped Optical Pulses in Fibers,” *Optics Express*, vol. 15, no. 7, pp. 3737–3758, 2007.
- [131] S.N. Vlasov, V.A. Petrishchev and V.I. Talanov, “Averaged Description of Wave Beams in Linear and Nonlinear Media (The Method of Moments),” *Radiophysics and Quantum Electronics*, vol. 14, no. 9, pp. 1062–1070, 1971.

- [132] V.S. Grigoryan, C.R. Menyuk and R.M. Mu, “Calculation of Timing and Amplitude Jitter in Dispersion-Managed Optical Fiber Communications Using Linearization,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 17, no. 8, pp. 1347–1356, 1999.
- [133] J. Santhanam and G.P. Agrawal, “Raman-Induced Spectral Shifts in Optical Fibers: General Theory Based on the Moment Method,” *Optics Communications*, vol. 222, pp. 413–420, 2003.
- [134] D. Anderson, “Variational Approach to Nonlinear Pulse Propagation in Optical Fibers,” *Physical Review A*, vol. 27, pp. 3135–3145, 1983.
- [135] M. Abramowitz (Ed.) and I. A. Stegun (Ed.), *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*. Dover Publications, 1965.
- [136] J. Sondow, “An Antisymmetric Formula for Euler’s Constant,” *Mathematics Magazine*, vol. 71, pp. 219–220, 1998.
- [137] W.H. Press (Ed.), *Numerical Recipes in Fortran 90: The Art of Scientific Computing*. Cambridge University Press, 2^a ed., 1996.
- [138] D. Marcuse, “RMS width of pulses in nonlinear dispersive fibers,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 10, no. 1, pp. 17–21, 1992.

- [139] E. Collet, *Polarized Lights in Fiber Optics*. The Polawave Group, 1^a ed., 2003.
- [140] J.P. Gordon and H. Kogelnik, “PMD Fundamentals: Polarization Mode Dispersion in Optical Fibers,” *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, vol. 97, pp. 4541–4550, 2000.
- [141] L. Nelson and R. Jopson, “Introduction to polarization mode dispersion in optical systems,” in *Polarization Mode Dispersion* (A. Galtarossa and C. Menyuk, eds.), pp. 1–33, Springer Science, 2005.
- [142] C.D. Poole and R.E. Wagner, “Phenomenological Approach to Polarisation Dispersion in Long Single-Mode Fibres,” *Electronics Letters*, vol. 22, no. 19, pp. 1029–1030, 1986.
- [143] M. Karlsson and H. Sunnerud, “Pmd impact on optical systems: Single- and multichannel effects,” in *Polarization Mode Dispersion* (A. Galtarossa and C. Menyuk, eds.), pp. 198–215, Springer Science, 2005.
- [144] C.D. Poole, “Statistical Treatment of Polarization Dispersion in Single-Mode Fiber,” *Optics Letters*, vol. 13, pp. 687–689, 1988.

- [145] P.K.A. Wai and C.R. Menyuk, “Polarization Mode Dispersion, Decorrelation and Diffusion in Optical Fibers with Randomly Varying birefringence,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 14, pp. 148–157, 1996.
- [146] C. Poole and J. Nagel, “Polarization effects in lightwave systems,” in *Optical Fibers Telecommunications IIIA* (I. Kaminov and T. Koch, eds.), pp. 114–161, Academic Press CA, 1997.
- [147] G.J. Foschini and C.D. Poole, “Statistical Theory of Polarization Dispersion in Single Mode Fibers,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 9, pp. 1439–1456, 1991.
- [148] F. Bruyère, “Impact of First- and Second-Order PMD in Optical Digital Transmission Systems,” *Optical Fiber Technology*, vol. 2, no. 3, pp. 269–280, 1996.
- [149] C.R. Menyuk and B.S. Marks, “Interaction of Polarization Mode Dispersion and Nonlinearity in Optical Fiber Transmission Systems,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 24, no. 7, pp. 2806–2826, 2006.
- [150] R. H. Hellwarth, “Theory of Phase Conjugation by Stimulated Raman Scattering in a Waveguide,” *Journal of Optical Society of America A*, vol. 68, no. 8, pp. 1050–1056, 1978.

- [151] Q. Lin and G.P. Agrawal, “Vector Theory of Stimulated Raman Scattering and its Application to Fiber-Based Raman Amplifiers,” *Journal of Optical Society of America B*, vol. 20, no. 8, pp. 1616–1631, 2003.
- [152] C.R. Menyuk, “Pulse Propagation in an Elliptically Birefringent Kerr Medium,” *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 23, pp. 174–176, 1987.
- [153] C.R. Menyuk, “Nonlinear Pulse Propagation in Birefringent Optical Fibers,” *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 25, no. 12, pp. 2674–2682, 1989.
- [154] Y. Chen, “Combined Processes of Stimulated Raman Scattering and Four-Wave Mixing in Optical Fibers ,” *Journal of Optical Society of America B*, vol. 7, no. 1, pp. 43–52, 1990.
- [155] M.J. Ablowitz and P.A. Clarkson, *Solitons, Nonlinear Evolution Equations and Inverse Scattering*. Cambridge University Press, 1^a ed., 1991.
- [156] S. Popov, E. Vanin and G. Jacobsen, “Polarization Dependence of Gain in Discrete Raman Amplifiers with Dispersion Compensating Fibers,” *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*, vol. 4, pp. 46–51, 2002.

- [157] N. Azami, “Characterization of Polarization-Dependent Gain in Raman Fiber Amplifier,” *Optics Communications*, vol. 230, pp. 181–184, 2003.
- [158] Q. Lin and G.P. Agrawal, “Statistics of Polarization Dependent Gain in Fiber-Based Raman Amplifiers,” *Optics Letters*, vol. 28, no. 4, pp. 227–229, 2003.
- [159] N.J. Muga et al., “Polarization-Dependent Gain in Raman Amplification Based All-Optical Polarization Control Schemes ,” in *Transparent Optical Networks*, (UK), ICTON, 2012.
- [160] S. Sergeyev, S. Popov and A.T. Friberg, “Modelling Polarization-Dependent Gain in Fiber Raman Amplifier with Randomly Varying Birefringence,” *Optics Communications*, vol. 262, pp. 114–119, 2006.
- [161] M. Zhang, D. Liu, Y. Wang and D. Huang, “Efficient Numerical Method for Predicting the Polarization-Dependent Raman Gain in Fiber Raman Amplifiers,” *Journal of Optical Society of America A*, vol. 21, no. 2, pp. 263–266, 2004.
- [162] M. Matsumoto, Y. Akagi and A. Hasegawa, “Propagation of Solitons in Fibers with Randomly Varying Birefringence: Effects of Soliton Transmission Control,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 15, no. 4, pp. 584–589, 1997.

- [163] D.R. Kumar and B. P. Rao, “Soliton Interaction in Birefringent Optical Fibers: Effects of Nonlinear Gain Devices,” *Optik*, vol. 123, pp. 117–124, 2012.
- [164] P.K.A. Wai C.R. Menyuk and H.H. Chen, “Stability of Solitons in Randomly Varying Birefringent Fibers,” *Optics Letters*, vol. 16, pp. 1231–1233, 1991.
- [165] S.G. Evangelides, L.F. Mollenauer, J. P. Gordon and N.S. Bergano, “Polarization Multiplexing with Solitons,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 10, pp. 28–35, 1992.
- [166] S.V. Manakov, “ On the Theory of Two-Dimensional Stationary Self-Focusing of Electromagnetic Waves,” *Soviet Physics-JETP*, vol. 38, pp. 248–253, 1974.
- [167] L.F. Mollenauer, K. Smith, J.P. Gordon and C.R. Menyuk, “Resistance of solitons to Effects of Polarization Dispersion in Optical Fibers,” *Optics Letters*, vol. 21, pp. 1219–1221, 1989.
- [168] A. Penzkofer, A. Laubereau and W. Kaiser, “High Intensity Raman Interactions,” *Progress in Quantum Electronics*, vol. 6, no. 2, pp. 55–140, 1979.

- [169] R. Loudon, *The Quantum Theory of Light*. Oxford University Press, 3^a ed., 2003.
- [170] Y. R. Chen and N. Bloembergen, “Theory of Stimulated Brillouin and Raman Scattering,” *Physical Review*, vol. 137, p. A1787, 1965.
- [171] E.H. Twizell, A.G. Bratsos and J.C. Newby, “A Finite-Difference Method for Solving the Cubic Schrödinger Equation,” *Mathematics and Computers in Simulation*, vol. 43, no. 1, pp. 67–75, 1997.
- [172] A. Taflove, *Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method*. Artech House Inc., 1^a ed., 1995.
- [173] S.Z. Pilinsky et al., “On Accuracy of Finite-Difference Method in Optical Pulse Propagation Modeling,” in *Optical Fiber Communications*, (Dubrovnik-Croatia), ICEcom 03: Applied Electromagnetics and Communications, 2003.
- [174] J.W. Cooley and J.W. Tukey, “An Algorithm for the Machine Calculation of Complex Fourier Series,” *Mathematics of Computation*, vol. 19, no. 90, pp. 297–301, 1965.
- [175] X. Liu, “Adaptive Higher-Order Split-Step Fourier Algorithm for Simulating Lightwave Propagation in Optical Fiber,” *Optics Communications*, vol. 282, pp. 1435–1439, 2009.

- [176] O.V. Sinkin, R. Holzlöhner, J. Zweck, C.R. Menyuk, “Optimization of the Split-Step Fourier Method in Modeling Optical-Fiber Communications Systems,” *Journal of Lightwave Technology*, vol. 21, no. 1, pp. 61–68, 2003.
- [177] L. Mandel and E. Wolf, *Optical Coherence and Quantum Optics*. Cambridge University Press, 1^a ed., 1995.
- [178] J.C. Butcher, “A Transformed Implicit Runge-Kutta Method,” *Journal of the ACM*, vol. 26, no. 4, pp. 731–738, 1979.
- [179] J.R. Cash and A.H. Karp, “A Variable Order Runge-Kutta Method for Initial Value Problems with Rapidly Varying Right-hand Sides,” *ACM Transactions on Mathematical Software*, vol. 16, pp. 201–222, 1990.

Índice de figuras

1.1. Esquema en sección de una fibra óptica que muestra el principio de reflexión total con los ángulos de incidencia reflexión y transmisión. θ_c es el ángulo crítico.	9
1.2. Pérdidas en la fibra	14
1.3. Esquema de un sistema de comunicaciones ópticas que emplea la amplificación <i>Raman</i>	28
1.4. Scattering <i>Raman</i> espontáneo	45
1.5. Diagrama de niveles de energía que describe (a) la línea <i>Stokes</i> y (b) la línea anti- <i>Stokes</i> del scattering <i>Raman</i> espontáneo	47

1.6.	Esquema de niveles del scattering <i>Raman</i> estimulado para la amplificación de una señal a partir del bombeo. Para que el proceso sea eficiente la diferencia de frecuencia entre bombeo ω_p y señal ω_S debe coincidir con la de los niveles de energía vibracional del material. . . .	50
1.7.	Curva de ganancia <i>Raman</i> en fibras de sílice para haces de bombeo y señal copolarizados. La longitud de onda de bombeo es de $\lambda_P = 1550 \text{ nm}$ (según Stolen et. (1989)).	51
1.8.	Espectro de ganancia <i>Raman</i> normalizado en fibras de sílice para haces de bombeo y señal copolarizados(línea continua) y ortogonalmente polarizados(línea discontinua). La longitud de onda de bombeo es de $\lambda_P = 1550 \text{ nm}$ (según Stolen(2000)).	54
1.9.	Modelo de osciladores moleculares acoplados para la descripción del scattering <i>Raman</i> estimulado	57
1.10.	Dibujo esquemático que representa la aparición de las nuevas frecuencias asociadas al scattering <i>Raman</i> estimulado	60

1.11. Parte real $\chi'_R(\Omega) = Re(\chi_R(\Omega))$ y parte imaginaria $\chi''_R(\Omega) = Im(\chi_R(\Omega))$ de la susceptibilidad *Raman* para las fibras de sílice. Aquí $\gamma = 10,4THz$, $\omega_v = 14,2THz$ y a la longitud de onda $\lambda_S = 1550nm$ el valor $R_0 = 2,62 \times 10^{-12} cm^2/W \cdot ps^2$ (según Stolen et al.(1984)). 62

1.12. Función de respuesta *Raman* para las fibras de sílice: $\Omega_R = 13,2THz$, $\gamma = 10,4THz$, y a la longitud de onda $\lambda_S = 1550nm$ el valor $R_0 = 2,62 \times 10^{-12} cm^2/W \cdot ps^2$ (según Stolen et al.(1989)). 64

1.13. Espectro de ganancia *Raman* para las dos configuraciones de polarización (curvas lisas azules con puntos) basado en datos experimentales según Stolen (2000). La curva de puntos muestra el resultado del modelo clásico lorentziano según Blow and Wood (1989) mientras que las curvas lisas rojas presentan el modelo que tiene en cuenta las contribuciones isótropa y anisótropa de la respuesta *Raman* en el sílice (Lin and Agrawal 2006). 75

1.14. Forma en la que evoluciona la potencia de la señal para diferentes razones de la potencia de bombeo en copropagación respecto a la potencia total con $L_0 = 100 Km$. Se ha dibujado también el perfil en caso de ausencia de bombeo. 86

<p>1.15. Importancia de los efectos no lineales como función de la ganancia neta en un tramo de fibra de 100 Km para un sistema de amplificación <i>Raman</i> bidireccionalmente bombeado con distintas proporciones de potencia en copropagación, como en la Fig.1.14.</p>	<p>88</p>
<p>1.16. Variación de la ganancia G_A con la potencia de bombeo según Ikeda (1981). Se representan los resultados experimentales para tres valores distintos de potencia de la señal. Las líneas continuas muestran los resultados numéricos. ©1981 Elsevier.</p>	<p>93</p>
<p>1.17. Características de la saturación en ganancia en el proceso de amplificación <i>Raman</i> para varios valores de potencia de entrada de la señal.</p>	<p>95</p>
<p>2.1. Ilustración esquemática de un sistema de comunicaciones ópticas de fibra con amplificación segmentada y concentrada. Los amplificadores ópticos actúan como dispositivos autónomos con su propia estación de bombeo incorporada.</p>	<p>129</p>
<p>2.2. Esquema de un sistema de comunicaciones ópticas con amplificación distribuida. En estos sistemas las etapas de bombeo se alojan paralelas a las líneas de fibra conectándose a ellas mediante los adecuados acopladores ópticos.</p>	<p>131</p>

2.3. Esquema de los dos formatos digitales básicos: cadena de bits
 10110011 codificada usando un formato de no retorno a cero NRZ
 y de retorno a cero RZ. 133

2.4. Evolución de un solitón fundamental $N = 1$ sobre la distancia de un
 período solitónico $z = \pi/2$ 148

2.5. Evolución de un solitón de tercer orden $N = 3$ sobre la misma distancia
 de un período solitónico $z = \pi/2$ como en la Fig.2.4. 149

2.6. Cadena de bits en formato RZ formada por solitones. Cada pulso ocupa
 una pequeña fracción del tamaño temporal del bit $T_B(\textit{bit slot})$ de
 manera que el solitón vecino se encuentra suficientemente apartado. . 152

2.7. Esquema del sistema con dispersión constante de amplificación *Raman*
 distribuida en contrapropagación con emplazamiento de aisladores a la
 frecuencia de bombeo. La distancia entre las estaciones de bombeo
 viene dada por L_A 166

2.8. Pico de potencia normalizada N^2 y chirp inicial para $z_A \ll 1$ en ampli-
 ficación *Raman* en contrapropagación y en amplificación segmentada
 (según *Liao and Agrawal (2000)*) para diferentes longitudes normal-
 izadas de amplificación αL_A 179

2.9. Diagrama de flujo del algoritmo que hemos utilizado para la búsqueda del pico de potencia normalizado y chirp óptimos con los que lanzar los solitones en un sistema DRA en contrapropagación a partir de las ecuaciones de los momentos. 182

2.10. Potencia de pico normalizada y chirp de inicio óptimos del solitón en un sistema DRA en contrapropagación en función de la distancia normalizada de amplificación z_A . Han sido obtenidos mediante resolución numérica de las ecuaciones de los momentos cuando las estaciones de bombeo consecutivas están separadas 40 km 184

2.11. Evolución de la anchura normalizada y del chirp tal y como predice el **Método de los Momentos** en una etapa de amplificación cuando se usa el chirp óptimo con diferentes picos de potencia normalizada de inicio: potencia óptima (—), con una variación del 10% por encima (\cdots) y 10% por debajo(— —). La longitud de amplificación es de $z_A = 0,5$ para (a) y (b); $z_A = 2$ para (c) y (d). 187

2.12. Desviación cuadrática media (RMS) de la anchura del solitón perturbado en 10 etapas de amplificación calculada a partir de la solución numérica de la ecuación de propagación mediante SSFM. El valor para las condiciones de lanzamiento óptimas aparece en (—), mientras que las variaciones del 10 % sobre la potencia óptima son las mismas que en la Fig.2.11 para $z_A = 0,5$ y $z_A = 2$ 189

2.13. Mapas de *Poincaré* obtenidos representando el parámetro RMS_{width} frente al pico normalizado de potencia a la inicialmente inyectada tras cada una de las 50 etapas de amplificación consecutivas (2000 km) para z_A : (a) $P_0(z = 0)$ está 10 % por debajo de la potencia óptima, (b) cuando $P_0(z = 0)$ es la potencia óptima y (c) cuando $P_0(z = 0)$ es un 10 % más alta. En todos los casos se ha utilizado el parámetro de chirp óptimo. 191

2.14. Evolución del parámetro de chirp desde su valor inicial durante 10 etapas de amplificación para $z_A = 0,5$ (fila superior) y $z_A = 2$ (fila inferior). A la izquierda, (a) y (c), representan nuestros resultados numéricos cuando se usa el pico de potencia óptima en los solitones. En la columna de la derecha, (b) y (d), con variaciones del 10 % por arriba (- - -) y por debajo (···). 194

2.15. Evolución de la anchura normalizada y chirp en una etapa de amplificación para un solitón inicialmente chirpeado con el valor óptimo (—) y para un solitón con $C_0 = 0$ (···) cuando $z_A = 4$ según predice el **Método de los Momentos**. 196

2.16. Evolución de los parámetros RMS_{width} y chirp para $z_A = 4$ en una etapa de amplificación como en la Fig.2.15 para un solitón inicialmente chirpeado con el valor óptimo (—) y sin chirp de inicio (···) obtenidos a partir de la solución numérica de la ecuación de propagación mediante el método **SSFM**. 197

2.17. Mapa de *Poincaré* obtenido para $z_A = 4$ al final de cada tramo de bombeo para 50 etapas de amplificación en el tendido de fibra (2000 km) cuando el solitón no es prechirpeado ($C_0 = 0$) a la izquierda, y cuando se inyecta de inicio con el chirp óptimo a la derecha. 199

2.18. Simulación de la evolución del perfil en potencia de un solitón prechirpeado en un sistema de amplificación *Raman* distribuida en contrapropagación con las condiciones de lanzamiento óptimas obtenidas para $z_A = 2$ mediante la resolución numérica de la ecuación de propagación entre dos estaciones de bombeo. La anchura del solitón es $T_0 = 7 ps$ y el parámetro de dispersión de la fibra tomado es de $\beta_2 = -2,5 ps^2/km$ 200

3.1. Variación de la polarización y longitud de batido en un elemento de fibra con birrefringencia lineal y uniforme.	205
3.2. División de un pulso debido a la birrefringencia. El estado de polarización a la entrada de la fibra está orientado a 45° de los ejes principales.	206
3.3. Modelo de fibra de transmisión con dos secciones birrefringentes con diferentes secciones de entrada para sus estados principales de polarización y valores de birrefringencia.	208
3.4. Muestra del efecto de la PMD en la distorsión del pulso debido al efecto de la birrefringencia local, que cambia de forma aleatoria, combinada con el acople entre segmentos birrefringentes consecutivos.	212
4.1. Sucesión de elementos de fibra con birrefringencia lineal de igual longitud con el que modelizamos nuestra fibra de birrefringencia aleatoria.	236
4.2. Dependencia del factor efectivo K_{eff}^{PDG} con la distancia normalizada a l_p .	237
4.3. Evolución de la energía del pulso solitónico vectorial para $z_A = 2$ en un tramo de amplificación con la potencia óptima P_{0opt} repartida entre las componentes de polarización según (4.30)-(4.31) con $\theta = \pi/4$ y chirp óptimo. El valor tomado para el parámetro de PMD es $D_p = 0,5 ps \cdot km^{-1/2}$	249

- 4.4. Variación del factor de ensanchamiento promedio del solitón vectorial tras una etapa de amplificación con $z_A = 0,5$ frente al valor del chirp inicial en las componentes del pulso, para distintas potencias de pico en $z = 0$. El valor tomado para el parámetro de *PMD* es $D_p = 0,5 \text{ ps} \cdot \text{km}^{-1/2}$ 252
- 4.5. Variación del factor de ensanchamiento promedio del solitón vectorial tras una etapa de amplificación con $z_A = 2$ frente al valor del chirp inicial en las componentes del pulso, para distintas potencias de pico en $z = 0$. El valor tomado para el parámetro de *PMD* es $D_p = 0,5 \text{ ps} \cdot \text{km}^{-1/2}$ 254
- 4.6. Evolución del ensanchamiento normalizado del pulso solitónico vectorial para $z_A = 2$ en un tramo de amplificación. Se han utilizado diferentes picos de potencia normalizada de inicio: potencia óptima (—), con una variación del 10 % por encima (···) y 10 % por debajo(---), en todos los casos repartida entre las componentes de polarización según (4.30)-(4.31) con $\theta = \pi/4$ y chirp óptimo. El valor tomado para el parámetro de *PMD* es $D_p = 0,5 \text{ ps} \cdot \text{km}^{-1/2}$ 255

B.1. Ilustración esquemática del método **SSF**M para una iteración de paso h comenzando en $z = (j-1)h$. El pulso inicial con envolvente $A_s(0, t)$ se introduce en el medio de longitud L , de la que se ha hecho una partición de $S_L = L/h$ pasos de longitud h 292

Índice de cuadros

1.1. Diferentes escalas de longitud en el proceso de amplificación <i>Raman</i> útiles en comunicaciones ópticas.	117
C.1. Tabla de integrales para encontrar los momentos del solitón perturbado.	306
D.1. Tabla de <i>Butcher</i> para el método R-K explícito.	311
D.2. Tabla de coeficientes para el método R-K de segundo orden	313
D.3. Tabla de <i>Butcher</i> para el método R-K clásico de 4º orden.	314
D.4. Tabla de <i>Butcher</i> con los coeficientes <i>Cash-Karp</i> para el método incrustado <i>Runge-Kutta-Fehlberg</i> de sexto orden.	316