

ESTIMACION DE LA CURVA DE CRECIMIENTO EN VACUNO RETINTO DESDE EL NACIMIENTO HASTA EL DESTETE

GROWTH CURVE IN RETINTO BEEF CATTLE FROM BIRTH TO WEANING

Berlanga García, M.E.¹, A. Molina Alcalá¹, A.J. Luque Moya¹, J.V. Delgado Bermejo¹ y
F. Salado de la Torre²

¹Departamento de Genética, Facultad de Veterinaria, Universidad de Córdoba, 14005 Córdoba, España.

²Centro Experimental Agrícola y Ganadero, Ctra. Jerez-Arcos km 4600, 11406 Jerez de la Frontera, España.

Palabras clave adicionales

Modelos de crecimiento, Vacuno de carne.

Additional keywords

Growth patterns, Predicted growth parameters.

RESUMEN

Existen diferentes ecuaciones de crecimiento atendiendo a los criterios de los distintos autores que lo han estudiado, pero prácticamente todos coinciden en que al analizar el crecimiento hasta la edad adulta la curva adquiere una forma sigmoidea, sin embargo, se asume que esta curva es lineal hasta el destete.

Para definir la función de crecimiento hasta el destete en el vacuno de carne de la raza Retinta se utilizó un lote formado por 35 terneros, con una media de 28 pesadas por animal.

Se estudiaron las ecuaciones de crecimiento de Von Bertalanffy, de Brody, de Richards, de Gompertz, Logística, polinómicas hasta el cuarto grado y diversas curvas exponenciales. Analizando el ajuste global mediante el mínimo CMR (Cuadrado Medio Residual) y el máximo coeficiente determinativo ajustado para el número de parámetros de cada ecuación (R^2_{Adj}), se dedujo que la ecuación de crecimiento de mejor ajuste es la ecuación lineal con un R^2 global de 0,903671, seguida de la ecuación cuadrática y de la cúbica. Las ecuaciones de peor ajuste fueron las exponenciales. Por tanto, en base a su mejor ajuste y a su menor complejidad, nos inclinamos por la ecuación lineal

como modelo para la tipificación de pesos a edades fijas hasta el destete.

SUMMARY

Several growth equations exist according to different approaches of authors that have studied this matter, but practically all coincide, on analyzing the growth up to mature age, that the curve acquires a sigmoid form; however, it is assumed that this curve is lineal up to weaning.

In order to define the function of growth up to weaning in the Retinta beef cattle, we used a lot formed by 35 calves, with an average of 28 weightings per animal.

We studied the growth equations of Von Bertalanffy, Brody, Richards, Gompertz, Logistics, and polynomial up to the fourth degree as well as diverse exponential curves. Analyzing the global adjustment by means of the minimum SRM (Square Residual Means) and the maximum R^2 adjusted for the number of parameters of each equation (R^2_{Adj}),

it was deduced that the better adjustment growth equation is the lineal equation with a R^2 global of 0.903671. Therefore, based on their better adjustment and their minor complexity, we support the lineal equation as the model for the weight adjustment to fixed ages up to the weaning.

INTRODUCCION

La curva de crecimiento se puede definir como la descripción matemática del comportamiento en el crecimiento y en el desarrollo de los animales. Pero existen muchos factores y características particulares del crecimiento, que deben ser tenidos en cuenta para establecer una curva que se adapte fielmente al crecimiento del animal, tales como el ambiente que ha influido en dicho crecimiento, características cronológicas del mismo, modificaciones genéticas y nutritivas que se hayan producido, etc..

Los objetivos primarios de este ajuste de la curva de crecimiento son dos: unos descriptivos, donde la información contenida en los distintos puntos peso-edad se resumen en muy pocos parámetros; y otros predictivos, donde los parámetros de la curva se pueden utilizar para presunciones muy diversas, tales como velocidades de crecimiento, requerimientos alimenticios, estrategias de comercialización, pesos a determinadas edades, etc. Si tenemos en cuenta que uno de los caracteres de mayor importancia económica en la mejora de vacuno de carne es el peso a una determinada edad, resulta de suma importancia el utilizar el método más exacto para estimar dichos pesos tipificados a partir de controles de campo.

El objetivo global planteado en el presente trabajo es la evaluación de la

curva de crecimiento que determina un mejor ajuste de los pesos hasta el destete en vacuno de carne de raza Retinta.

MATERIAL Y METODOS

Para definir la función de crecimiento hasta el destete se utilizó un lote experimental de terneros de raza Retinta, formado por 35 terneros del Centro Agrícola Ganadero de Jerez de la Frontera, hijos de toros selectos. Estos animales fueron suplementados con pienso cuando los recursos en el campo empezaban a escasear y pesados semanalmente desde el nacimiento hasta el destete.

El número de pesadas medio por animal fue de 28 (con un mínimo de 20 y un máximo de 31) equivalentes a una edad al destete de 140 a 217 días (196 de media). Si desglosamos por sexos, partimos de 27,5 pesadas (de 20 a 30) para los machos y 28,5 para las hembras (de 27 a 31) equivalentes a destetes con 140 a 210 días (193 de media) en machos y de 190 a 217 días (200 días de media) en hembras.

Se han estudiado las principales curvas crecimiento: Brody (Brody, 1945), Gompertz (Laird, 1966), Von Bertalanffy (Bertalanffy, 1957), Richards (Richards, 1959), diferentes curvas logísticas, exponenciales y las polinómicas (lineal hasta cuarto grado).

Una vez obtenidos los pesos, fueron informatizados, en Dbase IV v.1.1¹ y preparados mediante programas de elaboración propia, para su posterior tratamiento estadístico.

Se realizó el ajuste global de estas curvas, utilizando para ello el algoritmo

¹©Borland, Inc.

CURVA DE CRECIMIENTO EN GANADO RETINTO

Tabla I. Relación de curvas exponenciales estudiadas, parámetros obtenidos y ajuste global medido por el R^2_{Adj} y el CMR. (Exponential curves studied, parameters obtained and global adjustment measured by R^2_{Adj} and RMS, residual means square).

	MODELO	ECUACION	R^2_{Adj}	CMR
Número 1	$P=B \cdot e^{K \cdot D}$	$P=63,84 \cdot e^{0,007 \cdot D}$	0,8718524	474,502
Número 2	$P=A \cdot D^K$	$P=6,33 \cdot D^{2,677}$	0,8866123	419,761
Número 3	$P=A(1-e^{-K \cdot D})$	$P=321,7(1-e^{-0,006 \cdot D})$	0,8636399	504,804
Número 4	$P=A(1-e^{-K \cdot D}) \cdot CD$	$P=38,1(1-e^{-0,52 \cdot D}) + 1,0 \cdot D$	0,9021938	362,075
Número 5	$P=e^{K \cdot D} + A$	$P=e^{0,006 \cdot D} + 102,75$	0,616714	1418,922

DFA (*Derivate Free Algorithm*) del procedimiento PROC NLIN del paquete estadístico S.A.S.² (*Statistics Analysis System*) v.7.0 implementado en la workstation LUCANO del Centro de Cálculo Científico de la Universidad de Córdoba.

El hecho de que se hallan estimado algunas funciones no lineales ni linealizables, ha exigido un procedimiento iterativo no lineal, con diferente sensibilidad según la función, no sólo a la frecuencia y regularidad de los datos, sino también a los valores de partida de los parámetros. La dificultad computacional para la estima de los parámetros varía mucho según la ecuación (especialmente en cuanto al número de parámetros y a la relación entre ellos).

El criterio seguido para la comparación del ajuste de las diferentes ecuaciones fue:

- El coeficiente determinativo (R^2), que expresa el porcentaje de variabilidad del peso que es explicado por la edad, pero ajustado para el número de parámetros, a fin de poder comparar el

ajuste de las con diferente número de parámetros (R^2_{Adj}).

- Cuadrado Medio Residual (CMR), que indica la varianza no explicada por la ecuación.

- Comparación entre los valores reales y los estimados, especialmente en las primeras y en la últimas edades del rango de edades analizado.

RESULTADOS Y DISCUSION

Para el análisis se ordenan las curvas en cuatro grupos. En primer lugar estudiaremos las exponenciales y otras curvas de difícil clasificación, seguidas por un segundo grupo formado por las curvas logísticas, seguido a continuación del grupo de las curvas biológicas y por último las polinómicas.

CURVAS EXPONENCIALES Y OTRAS CURVAS

En este apartado incluimos un grupo de curvas exponenciales y potenciales (tabla I). En general, estas curvas han dado peores ajustes que el resto (polinómicas, logísticas y biológicas), no obteniéndose un buen ajuste en ningún

²©S.A.S. Institute Inc., Cary, USA.

rango de edades (**figura 1**), salvo en el caso de la ecuación exponencial número 4 que puede considerarse una modificación de la ecuación de Brody a la que se le añade el término $C \cdot \text{Días}$.

En cuanto al ajuste global medido por el R^2 y CMR varía desde la exponencial Número 5 ($R^2_A = 0,6167$, $\text{CMR} = 1418,9$) hasta la exponencial Número 2 ($R^2_B = 0,8866$, $\text{CMR} = 419,76$) con excepción de la ecuación número 4, como se observa en la **tabla I**, con la que obtenemos un ajuste semejante al del resto de *curvas biológicas* ($R^2_A = 0,90219$, $\text{CMR} = 362,075$).

CURVAS LOGISTICAS

En general, estas curvas presentan un aceptable ajuste a nuestros datos con excepción de la logística número 4 (**figura 2**). La primera ecuación logística presenta peor ajuste que las polinómicas

pero superiores en general a las exponenciales-potenciales y a alguna curva *biológica* (**tabla II**). Si comparamos la representación de esta curva con la lineal (**figura 2**), tomada como referencia al ser la que presenta un mejor ajuste, se observa una subestimación de los valores previstos a cortas edades (aproximadamente hasta el mes de vida), seguida de una fase de ligera subestimación desde el mes hasta los cuatro meses, y una sobrestimación en el último rango de edades analizadas; estos resultados coinciden con un $P_0 = 44,97$ (equivalente al peso al nacimiento), y un $P_f = 419,88$ (equivalente al peso asintótico en la madurez).

La segunda ecuación logística difiere de la anterior en que sólo presenta 3 parámetros (P_0 , P_f y B), siendo el ajuste global básicamente igual al de la anterior (**tabla II**). En cuanto a sus parámetros

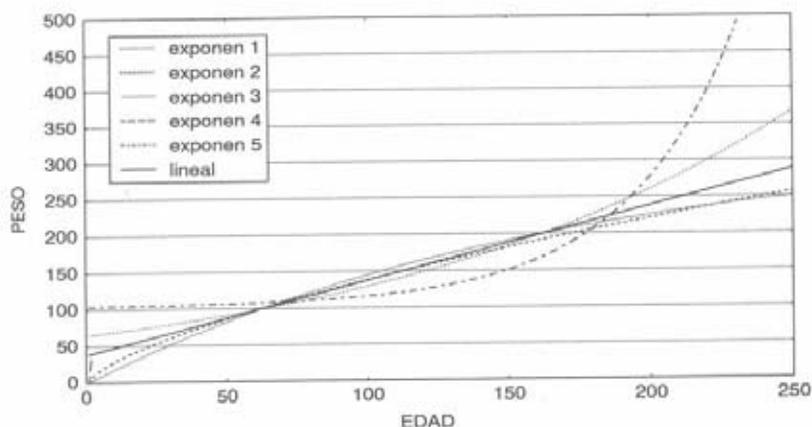


Figura 1. Representación gráfica de las curvas exponenciales (peso en kg, edad en días).
(Exponential growth curves plotting; age in days, weight in kg).

CURVA DE CRECIMIENTO EN GANADO RETINTO

Tabla II. Relación de curvas logísticas estudiadas, junto con los parámetros obtenidos y el ajuste global medido por el R^2_{ADJ} y el CMR. (Logistics curves studied, along with the parameters obtained and the global adjustment measured by R^2_{ADJ} and RMS, residual means square).

	MODELO	ECUACION	R^2_{ADJ}	CMR
Número 1	$P=Pf/(1+((Pf-Po)/Po).e^{K \cdot D})$	$P=419,9/(1+(8,34.e^{0,00002D^{0,016D}}))$	0,902245	361,4943
Número 2	$P=Pf/(1+((Pf-Po)/Po).e^{K \cdot D})$	$P=289,5/(1+(5,14.e^{0,016D}))$	0,902243	361,8928
Número 3	$P=A(1+e^{K \cdot D})^M$	$P=324,7(1+e^{0,001D})^{2,87}$	0,902360	361,463
Número 4	$P=A(1+e^{K \cdot D})^{-1}$	$P=188,6(1+e^{0,014D})^{-1}$	0,569291	1594,47

da unos valores de $Po= 47,14$ y $Pf= 289,5$, determinando por tanto una peor estima del peso asintótico, probablemente debido a la menor flexibilidad al no tener el término aD^2 en su ecuación con respecto a la logística anterior. Otra forma de expresar esta ecuación sería $P=Pf/(1+(Be^{-KD}))$, o lo que es lo mismo $P= A/(1+Be^{-KD})^{-1}$, siendo A el peso asintótico y $B=(Pf-Po)/Po$, expresión bastante próxima a funciones que veremos posterior-

mente (curvas biológicas). En nuestro caso $B= 5,145$, que expresaría la relación entre el peso ganado por el animal desde el nacimiento hasta su peso máximo y el peso al nacimiento, siendo por lo tanto muy subestimado por la ecuación. En esta función, el punto de inflexión está fijado con respecto al peso asintótico, siendo igual a $1/2 \cdot A$, 144,8 kg en nuestro caso, con una edad de $-K^{-1} \ln (1/B) = 107$ días.

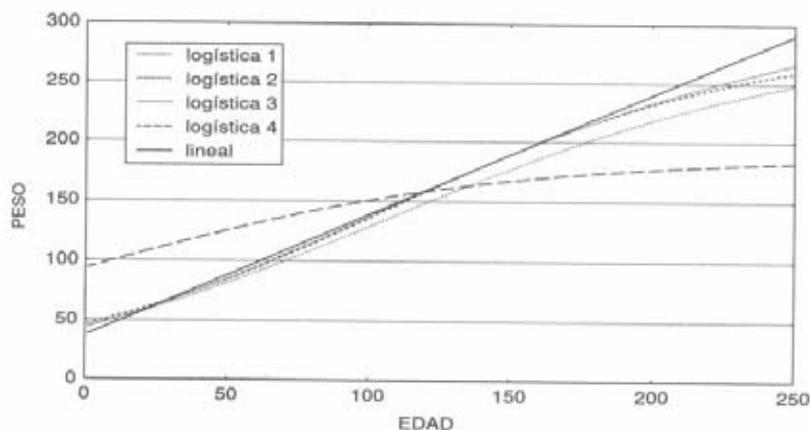


Figura 2. Representación gráfica de las curvas logísticas (peso en kg, edad en días). (Logistic growth curves plotting; age in days, weight in kg).

La tercera ecuación, conocida como logística generalizada (Nelder, 1961), presenta como ecuación, expresándola en un formato parecido a las anteriores, $P = A/(1 + e^{-KD})^M$, siendo A el peso asintótico (equivalente a P_t), K el grado de madurez y M el parámetro de forma de la curva (define un punto de inflexión variable).

Por sus características está considerada una curva *biológica*, ya que sus parámetros pueden interpretarse en clave *fisiológica*, aunque nosotros hemos optado, dadas sus características comunes con el resto de curvas logísticas, por incluirlo en este apartado.

El valor de B (parámetro relacionado con los cambios de peso a edades tempranas) en esta ecuación es fijado a 1, fijación que restringe el valor del parámetro M entre 2 y 4. De la expresión de la curva, se deduce que el peso en este punto, es función de A y M: $A[M/(M+1)]^M$, por lo que si sustituimos por el rango de variación de M, obtenemos un punto de inflexión entre 0,41 A y 0,44 A. El valor encontrado para el parámetro de forma, M, relacionado con el grado de madurez en el punto de inflexión, de 2,871303, muestra un valor aceptable. Así, el peso en el punto de inflexión sería de 0,42408 A, lo que da un peso de 137,7 kg y una edad aproximada en el punto de inflexión de 100 días muy próximo al de la ecuación anterior [$D = -\ln(((M+1)/M) - 1)/K = \ln(M)/K$]. Este valor de M es semejante al obtenido por Brown *et al.*, (1976) de 2,9 en las razas Jersey, Hereford y sus cruces; si bien el peso en el punto de inflexión obtenido por estos autores (203 kg) es superior al presentar un peso asintótico de 480 kg, sensiblemente mayor al obtenido por nosotros en la raza Retinta (289,5). Esta diferencia

podría ser atribuida a diferencias intrínsecas a la raza analizada, o bien, al hecho de que estos autores han utilizado un rango de edades mucho más amplio que nosotros.

Mientras que unos autores consideran que esta curva es la que da un mejor ajuste estadístico para el crecimiento postnatal de los animales (Eisen, 1976), otros estudios han demostrado que sus cuadrados medios residuales obtenidos, son más altos que en el resto de modelos *biológicos* (Brown *et al.*, 1976). En nuestro estudio, los valores de R^2 y CMR obtenidos para esta curva ($R^2 = 0,90236$ y $CMR = 361,463$) apoyan los resultados de los autores anteriores (tabla II).

Por otra parte se la considera como una ecuación que subestima los pesos a edades maduras y tempranas, sobrestimando el parámetro K y subestimando el valor de A (Brown *et al.*, 1976). Nuestros resultados apoyan todos estos resultados, ya que esta ecuación muestra una ligera subestima de A con respecto a otros modelos *biológicos* (324,7 kg), y un valor de K sobrestimado ($K = 0,0105$). Este valor del cociente de madurez es significativamente inferior al obtenido por Brown *et al.*, (1976) que fue de 0,116, lo que indicaría una madurez mucho más tardía que en el caso de las razas Hereford y Jersey, pudiéndose deber a las mismas causas que para el parámetro A.

Si realizamos la misma comparación, con los datos observados y con la ecuación lineal, que la realizada en el resto de curvas logísticas (figura 2), podemos observar una sobrestimación de los pesos a edades muy tempranas (aproximadamente hasta los primeros 20 días de edad) y una ligera subestimación a partir de los 6 meses de edad.

CURVA DE CRECIMIENTO EN GANADO RETINTO

La ecuación logística número 4, expresada también como $P = A(1 + e^{-KD})^{M-1}$, tiene un mal ajuste debido a que, al faltarle el parámetro B, fija un punto de inflexión al 50 p.100, por lo que fuerza a una subestimación y sobrestimación en la curva dependiendo donde esté el verdadero valor de este punto de inflexión.

CURVAS BIOLÓGICAS

Son un grupo de curvas caracterizadas por presentar unos parámetros que pueden ser interpretados biológicamente. Son bastante complejas y de elevado coste computacional debido al número de parámetros a estimar, y a las correlaciones entre estos.

Una característica común de estos modelos de crecimiento es el utilizar directa o indirectamente 2 parámetros biológicos importantes: El primero establece la posición del individuo o del grupo dentro del posible rango de pesos a una determinada edad, generalmente la madurez (A), y se le considera como una tendencia media independiente del estado reproductivo, nutricional, etc. que afecte al peso de un determinado animal a una edad concreta. El segundo parámetro importante (K) es el índice de crecimiento relativo al peso a la madurez, parámetro que nos indica el tiempo medio que se tarda en alcanzar la madurez. Adicionalmente la mayoría de estas curvas definen un tercer parámetro, el punto de inflexión, el cual describiría un cambio en la curva de una fase de *autoaceleración* hacia otra fase de *autoinhibición* dentro de la típica curva sigmoidea.

En este grupo se incluyen como principales curvas la de Richards, Brody, Von Bertalanffy, Gompertz y algunas Logísticas (curvas ya analizadas bajo el

epígrafe de curvas logísticas). Todas ellas se pueden considerar casos especiales de la ecuación de Richards (para Von Bertalanffy, $M=3$; para Brody, $M=1, \dots$).

CURVA DE BRODY

Se considera que es una buena curva de crecimiento, con fácil ajuste y, al menos, de igual bondad de ajuste que la ecuación de Richards, siempre que se utilice a edades superiores a los 6 meses de edad (Brown *et al.*, 1976; López de Torre y Rankin, 1978), a partir del 30 p.100 del peso adulto (Brody, 1945) o tras el punto de inflexión (alrededor de los 20 meses en ganado Angus, según Beltrán *et al.*, 1992). No obstante, para otros autores (DeNise y Brinks, 1985), a pesar de que esta ecuación es más rápida de estimar y presenta un menor coste computacional, se adapta menos a las fluctuaciones de los pesos en comparación con la de Richards.

En nuestro estudio, los valores de R^2 y CMR obtenidos para esta curva ($R^2=0,90313995$ y $CMR = 358,572$) son superiores a los obtenidos para la curva de Richards (tabla III), lo que estaría en aparente contradicción con los resultados de los anteriores autores, si bien podría justificarse por el hecho de que, al estar utilizando sólo pesos hasta el destete aún no se manifiesta la mayor flexibilidad de la ecuación de Richards.

De la expresión de la curva se deduce que la estima del peso al nacimiento depende de los parámetros A y B ($P_0 = A(1-B)$), considerándose generalmente que subestima este peso al sobrestimar B (Brown *et al.*, 1976; Butts *et al.*, 1992). Nuestros resultados muestran una ligera subestimación del peso al nacimiento (34,2 kg), debido a la sobrestimación de B y a pesar de la sobrestimación de A.

Tabla III. Relación de curvas biológicas estudiadas, parámetros obtenidos y ajuste global medido por el R^2_{adj} y el CMR. (Biologic curves studied, parameters obtained and global adjustment measured by R^2_{adj} and RMS, residual means square).

	MODELO	ECUACION	R^2_{adj}	CMR
BRODY	$P=A(1-B \cdot e^{-Kt})$	$P=855,1(1-0,96 \cdot e^{-0,00140t})$	0,903139	358,572
GOMPertz	$P=A \cdot e^{-e^{-a(K-P)}}$	$P=365,6 \cdot e^{-e^{-2,14 \cdot a(0,0080t)}}$	0,902881	359,532
BERTALANFFY	$P=A(1-B \cdot e^{-K \cdot t^D})^3$	$P=441,3(1-0,54 \cdot e^{-0,0040t})^3$	0,903265	358,110
RICHARDS	$P=A(1-B \cdot e^{-K \cdot t^D})^M$	$P=525,2(1-0,95 \cdot e^{-0,0007t})^{0,88}$	0,892542	397,374

Este hecho estaría apoyado por el menor valor de K (índice de madurez) obtenido por nosotros en comparación con el estimado por el resto de autores, dada la correlación negativa existente entre ambos parámetros (López de Torre y Rankin, 1978; Wong *et al.*, 1975; Brown *et al.*, 1972; McLaren y Butts, 1978). Para otros autores la curva sobrestima el peso al nacimiento y subestima los pesos al destete, en comparación con el modelo de Richards (Beltrán *et al.*, 1992). Nuestros resultados no coinciden con el de estos autores, ya que el peso al nacimiento estimado por la curva de Brody es menor a los 35,7 de la ecuación de Richards, con un peso al destete (estimado a los 180 días de edad) de 214,6 y 209,4 respectivamente para ambas curvas, si bien al ser diferencias no muy elevadas, podrían explicarse por el rango de edades utilizados para la estima de las curvas y las escasas diferencias en cuanto a la bondad de ajuste de ambas. Por tanto, como resultado del estudio de la curva de Brody, y tal como se observa en la **figura 3**, deducimos que esta ecuación tiene un buen ajuste en general, con una ligera subestimación de los pesos en las primeras edades (entre los 0 y 21 días), una posterior sobrestimación (entre los 21 y

los 130 días) y, finalmente, una ligera subestimación a partir de los 130 días.

CURVA DE GOMPertz

Curva triparamétrica cuya ecuación puede escribirse también como:

$P = Ae^{-Be^{-aD}}$, siendo $A = Po \cdot e^{L/a}$ y $B = L/a$, donde Po , es la estima del peso al nacimiento; L , es un parámetro relacionado con la pendiente de la curva, y a ; índice de declinación del crecimiento.

En esta ecuación por lo tanto el parámetro K es representado por a y L (índice de madurez referido al índice de crecimiento relativo al peso maduro, es decir, el índice de madurez medio).

La bondad de ajuste global obtenido para esta curva ($CMR = 359,532$ y $R^2_{adj} = 0,90288$) la sitúan en una posición intermedia dentro de las curvas biológicas (**tabla III**). Si comparamos los valores previstos con los reales (**figura 3**), observamos un buen ajuste, salvo en las primeras y últimas edades, en las que se da una sobrestimación de los pesos tempranos y una subestimación de los más tardíos. En este sentido nuestros resultados coinciden con el hecho descrito por Brown *et al.*, (1976) de que es la curva biológica que presenta mayor sobrestimación del peso al nacimiento y

CURVA DE CRECIMIENTO EN GANADO RETINTO

una mayor extensión de esta sobrestimación a edades tempranas (el peso al nacimiento estimado por la curva ha sido de 42,9 kg con sobrestimación de los pesos iniciales hasta pasado el primer mes de vida del animal). También coincidimos con estos autores en que la subestimación de los pesos más tardíos es intermedia con respecto a todas las curvas biológicas. Presenta una subestimación del peso asintótico (365,6), siendo de los menores valores obtenidos para las curvas relacionadas, resultado que no concuerda con los de Brown *et al.*, (1976) que encuentra valores intermedios con respecto al resto de las curvas. Si comparamos los parámetros estimados por la curva con los obtenidos por otros autores como Brown, Fitzhugh y Cartwright (1976) ($A=491$ kg, $L=0,238$, $\alpha=0,103$) encontramos una fuerte subestimación de nuestros parámetros, salvo en el peso al nacimiento (61 kg para estos autores), pudiendo explicarse por las mismas causas descritas para las

curvas anteriores.

En cuanto al último parámetro relacionado, el punto de inflexión, de la ecuación de la curva se obtiene una edad en el punto de inflexión de $a^{-1}\ln(L/a)$, en torno a los 96 días de edad, con un peso de $e^{-1}A=134,5$ kg resultados ambos próximos a los obtenidos con otras curvas como la logística generalizada (con un punto de inflexión a los 100 días y un peso de 137 kg) o la logística número 2 (punto de inflexión a los 107 días con 149 kg).

VON BERTALANFFY

La bondad de ajuste global ($R^2_{adj}=0,903265$ y $CMR=358,1$) es la mejor de todas las curvas biológicas (tabla III), siendo superada solamente por las ecuaciones polinómicas. Presenta una ligera sobrestimación de los pesos iniciales ($P_0=41,56$) aunque de menor extensión que en el resto de las curvas (aproximadamente hasta las 3 semanas de vida) y una menor subestimación de

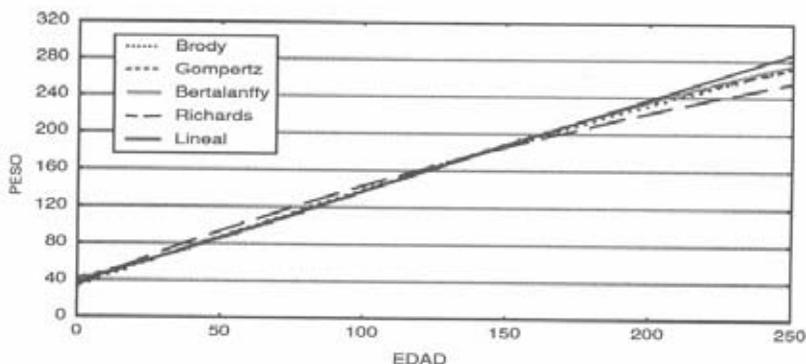


Figura 3. Representación gráfica de las curvas biológicas (peso en kg, edad en días). (Biologic growth curves plotting; age in days, weight in kg).

los pesos finales en relación al resto de las curvas biológicas (figura 3).

El peso asintótico a la madurez estimado por esta curva es de 441,3 kg superior a la de Gompertz (365 kg) y logísticas (188 a 419 kg) e inferior a la de Brody (855 kg) y Richards (525 kg), con lo que podría ser considerada la de mejor ajuste global de todas las biológicas, siendo superada sólo por las polinómicas. En cuanto al punto de inflexión, al estar fijado ($M=3$), este está condicionado exclusivamente por el peso asintótico A , presentando un peso ($8/27A$), de 130,7 kg con una edad de 92 días ($-\ln(1/3)K^{-1}$), ligeramente inferior al del resto de las curvas analizadas hasta este momento.

Si comparamos nuestros resultados con los obtenidos por Brown, Fitzhugh y Cartwright (1976), el peso asintótico A (416-533 kg según la raza) y B (0,5-0,65) estarían muy próximos, a pesar de estar trabajando con diferentes razas y con un intervalo de edades mucho más amplia. Este resultado apoyaría el buen ajuste de esta curva. En cuanto al último parámetro de la curva, K , el valor obtenido por nosotros es sensiblemente inferior ($K=0,0053$) al de estos autores ($K=0,064-0,117$), confirmándose en este caso, la lejanía del rango de edades estudiado por nosotros con respecto a la madurez media de esta raza.

RICHARDS

Se la considera como el caso más general de las ecuaciones biológicas, así como la de mayor coste computacional, no solo por tener que estimar 4 parámetros, sino también por la elevada correlación existente entre estos (Brown *et al.*, 1976; DeNise y Brinks, 1985; Beltrán *et al.* 1992), y por la indefinición de la curva cuando los parámetros toman

determinados valores. En concreto cuando $B>1$, el componente $1-Be^{-KD}$ puede ser negativo, dando una solución matemáticamente imposible si, al mismo tiempo, M es menor de 0, por lo que es necesario la restricción de estos parámetros a $B\leq 1$ y $0<M\leq 6$.

La bondad de ajuste global observada en la tabla III ($R^2_{Adj}=0,8925429$; $CMR=397,37435$) nos indica un mal ajuste relativo, en relación con el resto de curvas biológicas (siendo mejor solamente que la logística número 2, y que la logística generalizada si sólo nos basamos en el CMR en este último caso). Este resultado está aparentemente en contradicción con los de Brown *et al.*, (1976) que afirman que es la que mejor se ajusta en toda la curva o solo hasta los 12 primeros meses (DeNise y Brinks, 1985; Beltrán *et al.*, 1992), o entre los 12 y 24 meses (Beltrán *et al.*, 1992). No obstante, si consideramos la mayor sensibilidad de esta curva al rango de edades utilizado para la estima de la curva (Brown *et al.* 1976) y el pequeño tramo de la curva utilizado por nosotros, no es de extrañar nuestros resultados. Esta bondad de ajuste es consecuente con los resultados de la comparación de los pesos estimados y reales y/o con la recta de crecimiento, ya que, a pesar de tener una menor diferencia con el peso al nacimiento real ($P_0=35,7$), prácticamente desde la primera semana de vida existe una evidente sobrestimación de los pesos hasta los 4 meses, para pasar a una creciente subestimación de los pesos hacia el final del rango de edades estudiado, siendo en estas edades la curva biológica con mayores diferencias con el peso real (figura 3).

El peso asintótico estudiado de 525 kg se sitúa en una buena situación, sien-

CURVA DE CRECIMIENTO EN GANADO RETINTO

do inferior a la estima de Brody y superior a la del resto de ecuaciones relacionadas. En cuanto a K , su estima es inferior a la del resto de curvas ($K=0,0021684$), exceptuando la de Brody. Si la comparamos con la obtenida por Brown *et al.*, (1976) en las razas Jersey y Hereford, nuestro valor es muy inferior confirmándose una vez más lo alejado del tramo de la curva estudiado del peso a la madurez. En cuanto al punto de inflexión, la derivación de la curva nos ofrece un peso de $[(M-1)/M]^M$ a una edad de $K^{-1} \ln(MB)$. Si sustituimos los parámetros estimados encontramos un punto de inflexión a los -70 días que, aún matemáticamente correcto, es biológicamente imposible, confirmando una vez más la complejidad de esta curva y, tal vez, la elevada sensibilidad al rango de edades utilizado para su estimación.

CURVAS POLINOMICAS

Evaluamos en este apartado el grupo de curvas más utilizadas en la bibliografía para describir el crecimiento de los terneros desde el nacimiento hasta el destete. Si bien no se ha estudiado en profundidad en la mayoría de los casos,

se asume como la de mejor ajuste, siendo por tanto la base de la tipificación estándar de los pesos a una base de edad constante (generalmente de los 180 a 210 días de vida).

En nuestro estudio hemos analizado solamente hasta el polinomio de cuarto grado, ya que el mejor ajuste para una serie de n puntos peso-edad es siempre un polinomio de $(n-1)$ grados, pero este polinomio no mantiene generalmente más información que un polinomio de menor grado, y el número de parámetros estudiados es mayor, así como la complejidad de su interpretación.

En estas ecuaciones, a sería la ordenada en origen (estimación del peso al nacimiento), b la pendiente media de la curva (estimación de la ganancia media diaria desde el nacimiento hasta la edad máxima utilizada en el análisis), mientras que c , d y e serían parámetros que determinan la variación de la linealidad en los polinomios de segundo, tercer y cuarto grado.

Llama la atención en primer lugar la escasa magnitud de los coeficientes de los términos cuadráticos, cúbicos y de cuarto grado (tabla IV), en relación al

Tabla IV. Relación de curvas polinómicas estudiadas, parámetros obtenidos y ajuste global medido por el R^2_{Adj} y el CMR. (Polynomial curves studied, parameters obtained and global adjustment measured by R^2_{Adj} and RMS, residual means square).

	MODELO	ECUACION	R^2_{Adj}	CMR
LINEAL	$P=a+b \cdot D$	$P=38,10+1,00 \cdot D$	0,90367	356,610
CUADRATICA	$P=a+bD+cD^2$	$P=37,84+1,01 \cdot D-0,000004 \cdot D^2$	0,90357	356,980
CUBICA	$P=a+bD+cD^2+dD^3$	$P=37,79+1,01 \cdot D-0,000006 \cdot D^2+0,0000001 \cdot D^3$	0,90346	357,364
CUARTICA	$P=a+bD+cD^2+dD^3+eD^4$	$P=39,2+0,87 \cdot D+0,0003 \cdot D^2-0,00002 \cdot D^3+0,00000006 \cdot D^4$	0,90343	357,488

coeficiente del término lineal, lo cual indica una muy baja desviación de la linealidad. Este hecho es menos patente (en el caso del término cuadrático) en el polinomio de cuarto grado, y podría ser el responsable de la desviación de la recta que se aprecia en la **figura 4**.

Si analizamos el ajuste global de estas 4 curvas vemos como es el mejor de todas las analizadas, oscilando el CMR desde 356,610 (lineal) a 357,487 (polinómica de cuarto grado).

Si nos basamos en el R^2 , la de mejor ajuste sería la de cuarto grado, seguida del tercero, segundo y lineal, aunque con diferencias totalmente despreciables (0,903745, 0,903675, 0,903675 y 0,903671 respectivamente). Si nos basamos en el R^2 ajustado para el número de parámetros de la curva, la situación se invierte, siendo la de mejor ajuste la lineal seguida de la de segundo, tercer y cuarto grado con $R^2_{Adj.}$ de 0,903671,

0,903571, 0,903467 y 0,903433 respectivamente, resultado que coincide plenamente con la elección basándonos en el CMR (356,61, 356,98, 357,36 y 357,49 para estas mismas funciones).

Si comparamos nuestros resultados con otros de similar objetivo, como podría ser el de Moore (1985), encontraríamos una aparente contradicción, ya que para este autor el polinomio de tercer grado presenta un ajuste mejor, si bien, este autor utiliza un rango de pesadas que va desde el nacimiento hasta la edad madura, mientras que nosotros sólo evaluamos el crecimiento hasta el destete.

Por otra parte, el porcentaje de variabilidad absorbido de 90,37 p.100, si bien muy elevado, no es perfecto, aunque hay que tener en cuenta que es un ajuste global de los 38 animales, cada uno con un peso al nacimiento y una ganancia media diaria (GMD) diferente, por lo que habrá que descontar, del 10 p.100 de

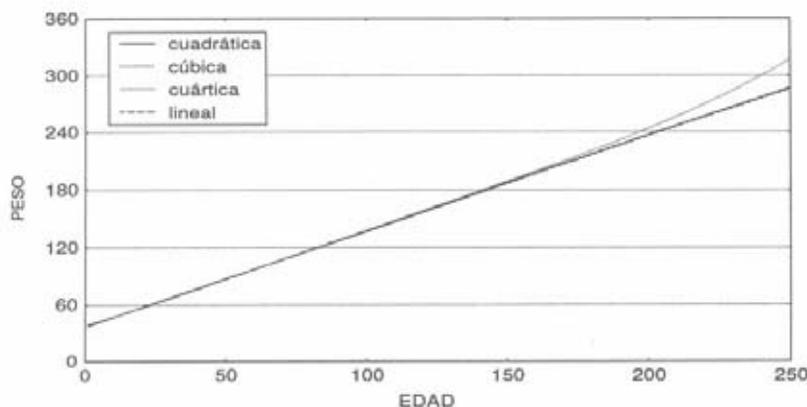


Figura 4. Representación gráfica de las curvas polinómicas (peso en kg, edad en días). (Polynomial growth curves plotting; age in days, weight in kg).

CURVA DE CRECIMIENTO EN GANADO RETINTO

variabilidad restante, las diferencias entre las curvas individuales (que son incluidas en el CMR residual).

Estos resultados nos llevan a la conclusión de que la base de la tipificación estándar, basada en un crecimiento lineal hasta el destete, es correcta, aunque es necesario analizar más en profundidad esta curva a fin de evaluar la necesidad o no de poner restricciones o modificaciones a este sistema de tipificación.

CONCLUSIONES

En general, las curvas exponenciales han dado peores resultados que el resto de funciones analizadas.

Los valores para las ecuaciones logísticas indican peor ajuste que las polinómicas pero superiores en general a las exponenciales y a alguna curva *biológica*. Presentan un aceptable ajuste, con ligeras sobrestimaciones a edades tempranas, y ligeras subestimaciones desde los 30 días hasta el final de la curva, con excepción de la logística nº 4.

BIBLIOGRAFIA

- Beltrán, J.J., W.T. Butts, T.A. Olson and M. Koger. 1992.** Growth patterns of two lines of Angus cattle selected using predicted growth parameters. *J. Anim. Sci.* 70:734-741.
- Bertalanffy, L. von. 1957.** Quantitative laws metabolism and growth. *Quart. Rev. Biol.* 32:217.
- Brody, S. 1945.** Bioenergetics and Growth. Reinhold Publ. CO., New York.
- Brown, J.E., C.J. Brown and W.T. Butts. 1972.** A

Las curvas biológicas son generalmente complejas y de elevado coste computacional debido al elevado número de parámetros a estimar. De entre ellas la de peor ajuste es la ecuación de Richards y la mejor la ecuación de Von Bertalanffy, situándose la ecuación de Brody y de Gompertz en una posición intermedia.

Las ecuaciones polinómicas son las de mejor ajuste, especialmente la lineal, siendo además la de cálculo más fácil. Con lo cual consideramos que es la más adecuada para la tipificación de pesos a edades fijas, si bien son necesarios nuevos estudios para ver que rango de edades son las que determinan un mejor ajuste, a fin de obtener tipificaciones con la máxima precisión.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido realizado gracias a la financiación del convenio de la Diputación Provincial de Cádiz con el Departamento de Genética de la Universidad de Córdoba.

discussion of the genetic aspects of weight, mature weight and rate of maturing in Hereford and Angus cattle. *J. Anim. Sci.* Vol. 34:525-537.

Brown, J.E., C.J. Brown and W.T. Butts. 1972. Relationships among weights, gains and earliness of maturing in Hereford and Angus females. *J. Anim. Sci.* Vol. 35:507-517.

Brown, J.E., A.Jr. Fitzhugh and T.C. Cartwright. 1976. A comparison of non linear models for describing weight age relationships in cattle. *J.*

Anim. Sci. 42:810.

Eisen, E.J. 1976. Results of growth curve analyses in mice and rats. *J. Anim. Sci.* Vol. 42:1008-1023.

Fitzhugh, H.A. 1976. Analysis of growth curves and strategies for altering their shape. *J. Anim. Sci.* Vol. 42: 1036-1051.

Kersey DeNise, R.S. and J.S. Brinks. 1985. Genetic and environmental aspects of the growth curve parameters in beef cows. *J. Anim. Sci.* Vol. 61:1431-1440.

Laird, A. 1966. Postnatal growth of birds and mammals. *Growth* 30:349.

López de Torre, G. and B.J. Rankin. 1978. Factors affecting growth curve parameters of Hereford and Brangus cows. *J. Anim. Sci.* Vol. 46:604-613.

Molina, A., M.I. Serrano, A. Burgos, J.M. Jimenez,

J.M. Salado, F. Cabeza de Vaca, E. Espárrago and A. Rodero. 1992. Growth curve estimation for Retinto beef cattle: Practice aspects for tipification of weights. *Arch. Zootec.* 41 (extra):534-548.

Moore, A.J. 1985. A mathematical equation for animal growth from embryo to adult. *Anim. Prod.* 40:441-453.

Morrow, R.F., J.B. McLaren and W.T. Butts. 1978. Effect of age on estimates of bovine growth-curve parameters. *J. Anim. Sci.* Vol. 47:352-357.

Nelder, J. 1961. The fitting of a generalization of the logistic curve. *Biometrics* 17:89.

Richards, J. 1959. A flexible growth function for empirical use. *J. Exp. Bot.* 10:290-300.

Wong, Y.K., D.E. Franke, W.C. Burs and M. Koger. 1975. Genetics aspects of growth curves of beef females. *Breeding and Genetics Abstract* 27:174.