# De la aritmética al álgebra: Dos métodos de resolución de problemas a lo largo de la historia

María José Madrid; Alexander Maz-Machado; Carmen León-Mantero

email: mmadrid@uco.es; ma1mama1@uco.es; cmleon@uco.es

Universidad de Córdoba

**RESUMEN**

A lo largo de este trabajo se presenta una comparación entre la resolución de problemas a través de la regla de la falsa posición, muy común entre los libros de aritmética comercial del siglo XVI, y el método de resolución que es posible encontrar en un libro de texto actual para problemas de características similares. De cara a realizar este trabajo, se ha utilizado como metodología el análisis de contenido de libros de texto. Los resultados obtenidos muestran los dos diferentes métodos de resolución para un mismo tipo problemas, a través del álgebra o de la aritmética.

***Palabras Clave****: Historia de la Educación Matemática, Libros de texto de matemáticas, siglo XVI, Aritmética, Falsa Posición*

## Introducción

La investigación en Historia de las Matemáticas y la Educación Matemática hace posible conocer más sobre la evolución de los conocimientos matemáticos y su transmisión a lo largo de tiempo. Dentro de estas investigaciones, el libro de texto resulta una herramienta de gran utilidad pues en un libo de texto se manifiesta cómo los conocimientos se enseñan, comparten y difunden socialmente, transmitiendo por tanto ideas educativas [11].

Por eso durante los últimos años son muchos los estudios en Educación Matemática, tanto nacionales como internacionales, que han centrado su atención en el análisis de libros de texto históricos, por ejemplo los de Schubring [21], Glaeser [4], Sierra, González y López [22] o Maz y Rico [10].

Siguiendo con esta línea de investigación, este trabajo se ha centrado en el siglo XVI motivado fundamentalmente por el concurrir de dos circunstancias: la aparición de la imprenta ya en el siglo anterior, cuyo desarrollo favoreció la difusión del conocimiento en castellano, y el aumento del intercambio de mercancías con América que hizo necesario que un mayor número de comerciantes, hombres de negocios, contadores, etc. necesitaran poseer conocimientos matemáticos para desenvolverse en sus tratos comerciales.

Estos dos acontecimientos justifican la aparición a lo largo de todo el siglo de una serie de libros de aritmética con contenidos matemáticos básicos y centrados en las aplicaciones prácticos de estos temas en el comercio y los distintos negocios.

Un último hecho a destacar es que ya desde el siglo XIII comienza el Renacimiento Matemático, cuya principal característica es la aparición del álgebra. Sin embargo, hasta el siglo XV el álgebra progresó lentamente, y exclusivamente en Italia. Fue en este siglo cuando comenzó la expansión del álgebra, destacando principalmente el álgebra alemana [18].

Por estos motivos, dentro las investigaciones centradas en la Historia de la Educación Matemática se han realizado diversos estudios centradas en este siglo. Por ejemplo el análisis sobre la fenomenología y las representaciones presentes en la *Arithmetica Practica* de Juan de Yciar [12], sobre los algoritmos de multiplicación presentes en la obra de Gaspar de Texeda [14], el simbolismo algebraico en los libros de Perez de Moya, Marco Aurel y Pedro Nuñez [15] o el contenido algebraico de la aritmética de Pérez de Moya [13].

También Gómez en sus trabajos sobre el cálculo mental [5], los métodos alternativos de cálculo aritmético [6], la proporcionalidad a través de los problemas de “compañías” [7], la enseñanza de la regla de tres [8] y de la multiplicación y división de fracciones [9], revisa, entre otros textos, las aritméticas escritas por Pérez de Moya o Juan de Ortega en este siglo.

En concreto, esta investigación se ha centrado en contrastar los problemas resueltos a través de la regla de la falsa posición, método de resolución de ejercicios presente en diversos libros de aritmética del siglo XVI, con la resolución algebraica que se proporciona en dos libros de texto actuales para problemas de características similares.

## Metodología.

La investigación realizada es exploratoria y descriptiva de carácter histórico-matemático. Dentro de las aritméticas del siglo XVI, se seleccionaron aquellas escritas en castellano, cuya primera impresión se realizó durante el siglo XVI y que presentan entre sus contenidos los métodos o reglas de Falsa Posición.

Finalmente, se escogieron las siguientes obras: *Libro primero de Arithmetica Algebratica* de Marco Aurel (1552) [3], *Arithmetica Practica* de Juan de Yciar (1549) [24], *Conpusicion de la Arte de la Arismetica y juntamente de Geometría* de Juan de Ortega (1512) [16], el *Sumario breve de la practica de arithmetica de todo el curso del arte mercantivol* de Juan Andrés en 1515 [1], *Arithmetica* de Antich Rocha (1564) [19] y el *Libro de arithmetica especvlativa, y práctica, intitvlado, el Dorado Contador* de Miguel Gerónimo de Santa Cruz (su primera edición corresponde a 1594, sin embargo la utilizada en este estudio es la de 1625) [20].

Análogamente, se tomaron dos libros de texto actuales, Matemáticas, Pitágoras. 1 ESO. Conecta 2.0 [2] y Matemáticas, Pitágoras. 2 ESO. Conecta 2.0 [23] ambos de la editorial SM y publicados en el año 2011.

Como técnica de análisis se utilizó el análisis de contenido, utilizado en otros estudios históricos similares [10].

Se definieron como unidades de análisis los enunciados y posteriores resoluciones de todos los problemas resueltos con el método de falsa posición presentes en los libros del siglo XVI. Estos se leyeron, analizaron y posteriormente compararon con los problemas similares presentes en los libros de texto de 1º y 2º de ESO Matemáticas- Pitágoras y las resoluciones presentes en el Solucionario de cada libro.

## Resultados

El método de la falsa posición es descrito por Miguel Gerónimo de Santa Cruz en su obra el *Dorado Contador* como “tomar un número falso por instrumento fundamental, por el cual rastreamos y descubrimos el número verdadero y deseado que pretendemos” [20, página 210]. Si bien los métodos de una y dos falsas posiciones se encuentran ya dentro de la tradición árabe, su origen probablemente se encuentre en la matemática hindú del siglo V o VI, fue en las aritméticas mercantiles del siglo XV en las que estos se aplicaron más exhaustivamente, conduciéndolos hasta las mismas puertas del álgebra [17].
En los libros de Miguel Gerónimo de Santa Cruz, Juan de Yciar, Antich Rocha, Juan de ortega, Juan Andrés y Marco Aurel se utilizan estos métodos de resolución para diversos problemas en los que se debe averiguar un número, una edad, una hora o una distancia, realizar partes de una cantidad total con determinadas condiciones, comprar o vender ciertos productos, calcular una perdida de dinero o el dinero que se posee, hallar el dinero resultante de una herencia, etc.

Juan Andrés en su obra *Sumario breve de la practica de arithmetica de todo el curso del arte mercantivol* escrita en 1515 incluye el siguiente ejercicio:
“Dame un número que restado del qual su mitad y su tercio y su ochavo y el resto sea 24.” [1, página 130].
La resolución propuesta por el autor es la siguiente:

- En primer lugar se busca un número cualquiera que tenga mitad, tercio y ochavo. Por ejemplo el 24.
- Se calcula su mitad (12), su tercio (8) y su octavo (3) y se suman. El resultado obtenido es 23.
- Se restan 24 de 23, obteniendo 1. Como el número buscado es 24, se debe realizar la siguiente regla de tres:
- Si 1 viene de 24, ¿de dónde vendrán 24? Al realizar la regla de tres se obtendrá el número buscado: 576.

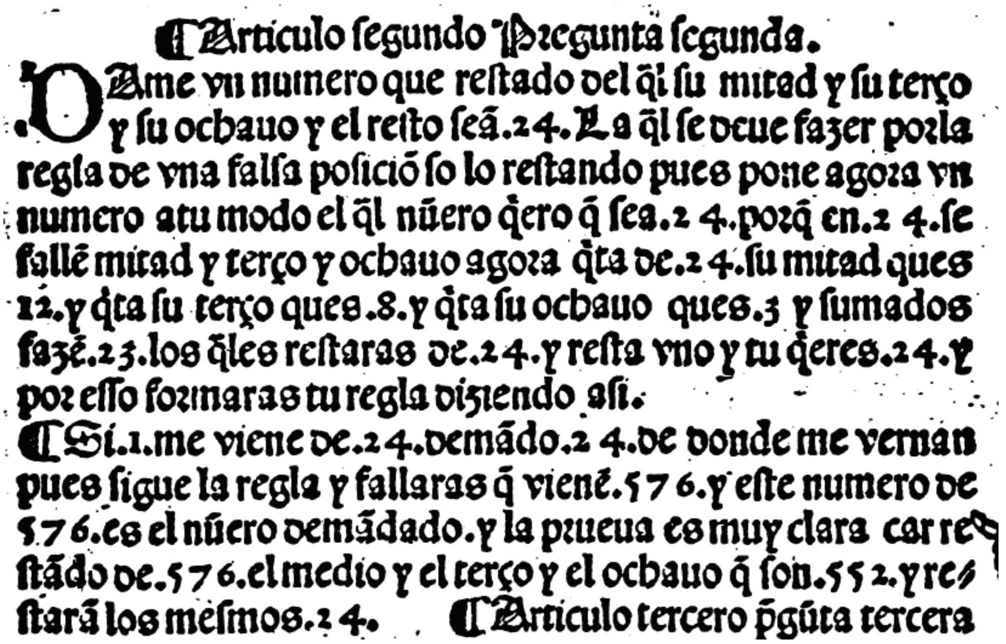
¶Articulo segundo Pregunta segunda.
DAme vn numero que restado del ql su mitad y su terço y su ochauo y el resto seã.24. La ql se deue fazer porla regla de vna falsa posiciõ so lo restando pues pone agora vn numero atu modo el ql nũero qero q sea.24.porq en.24.se fallẽ mitad y terço y ochauo agora qta de.24.su mitad ques 12.y qta su terço ques.8.y qta su ochauo ques.3 y sumados fazẽ.23.los qles restaras de.24.y resta vno y tu qeres.24.y por esso formaras tu regla diziendo asi.
¶Si.1.me viene de.24.demãdo.24.de donde me vernan pues sigue la regla y fallaras q vienẽ.576.y este numero de 576.es el nũero demãdado.y la prueua es muy clara car restãdo de.576.el medio y el terço y el ochauo q son.552.y restarã los mesmos.24. ¶Articulo tercero pgũta tercera

Figura 1. Ejercicio en el libro de Juan Andrés [1, página 130].

En el libro de texto de Matemáticas Pitágoras de 1ºESO es posible encontrar el siguiente ejemplo:
“Si al doble de un número le restamos su tercera parte, obtenemos 20” [2, página 24].
De cara a la resolución es el propio enunciado el que dicta los pasos que se deben realizar, añadiendo:
“a) Plantea la ecuación.

b) Resuélvela aplicando las reglas de la suma y del producto”

**7.37. Si al doble de un número le restamos su tercera parte, obtenemos 20.**

**a) Plantea la ecuación.**

**b) Resuélvela aplicando las reglas de la suma y del producto.**

a) $2x - \frac{x}{3} = 20$

b) $2x - \frac{x}{3} = 20$

$6x - x = 60$

$5x = 60$

$x = \frac{60}{5}$

$x = 12$

Figura 2. Ejercicio en el libro de Matemáticas. Pitágoras. 1 ESO [2, página 24]

El ejercicio planteado por Juan Andrés podría resolverse a través de una ecuación similar a la planteada en el ejercicio anterior de libro de texto de Matemáticas de 1 º ESO:
$x - x/2 - x/3 - x/8 = 24$
También el ejercicio planteado en el libro de texto podría resolverse utilizando la regla de la falsa posición. Bastaría con tomar un número cualquier divisible por 3, por ejemplo el propio 3. Y al sumar 2*3 + 3/3 = 5 se obtendría la siguiente regla de tres:
3 es a 5 cómo, el número buscado es a 20, el resultado sería 12.
En definitiva, el método de una falsa posición consiste en resolver la ecuación de primer grado ax=b. Para ello se prueba con un número x1 (denominado falsa posición) que se ha escogido en general de forma que se faciliten los cálculos. Si da $ax_1 = b_1$, entonces $x = x_1 / b_1 * b$ [17].

Otro ejemplo de la similitud entre los enunciados de los ejercicios que se pueden encontrar en los libros de aritmética del siglo XVI y un libro actual de Matemáticas. Pitágoras 2 ESO se puede ver si se compara el siguiente problema:
“Entre los pueblos de Villaarriba y Villaabajo hay 16 kilómetros. A la misma hora salen de cada pueblo dos personas, la de Villaarriba a 4km/h, y la de Villaabajo a 6km/h. ¿Qué distancia ha recorrido cada uno al cruzarse?” [23, página 30].
Con el planteado en la obra de Juan de Ortega:
“Dos hombres se parten de dos tierras para andar camino, el uno se parte de Burgos para andar a Roma, el qual anda todo el camino en 20 días; el otro se parte de Roma para andar a Burgos y viene todo el camino en 30 días. Demando que en quantos días se encontrarán y qúantas leguas había andado cada uno. Nota que de Roma a Burgos son 400 leguas” [16, página 180].

Sin embargo el planteamiento para resolver ambos ejercicios es completamente diferente. Mientras en la actualidad este problema se plantea a través del uso de incógnitas y ecuaciones de primer grado, en el libro de Juan de Ortega se utiliza la regla de la falsa posición. La resolución propuesta es la siguiente:

- Calcula el número de leguas que realiza cada caminante al día. El primero si hace 400 leguas en 20 días, en 1 día hará 20 leguas. El segundo si hace 400 leguas en 30 días, en 1 día hará 13 + 1/3 leguas.
- Suma lo caminado en 1 día: 33 + 1/3 leguas, y realiza una regla de tres
- Si en un día se han caminado 33 + 1/3 leguas, ¿en cuantos se caminaran 400?
- El resultado 12 es el número de días que tardarán en encontrarse.
- Calcula además el autor, cuantas leguas habrán caminado cada uno, multiplicando los 12 días por lo que tarda en caminar un día se obtiene.

**6.26. Entre los pueblos de Villaariba y Villaabajo hay 16 kilómetros. A la misma hora salen de cada pueblo dos personas, la de Villaarriba a 4 km/h, y la de Villaabajo a 6 km/h. ¿Qué distancia ha recorrido cada uno al cruzarse? OBS.**

Una forma de plantearlo puede ser:

Llamemos $t$ al tiempo (en horas) que tardan en encontrarse. En ese momento:

El de Villaarriba ha recorrido $4 \cdot t$ kilómetros.

El de Villaabajo ha recorrido $6 \cdot t$ kilómetros.

La suma de esas distancias es justo la distancia entre los pueblos: $4t + 6t = 16$.

Resolución: $10t = 16 \rightarrow t = 1{,}6$ horas tardan en encontrarse.

Solución: el de Villaarriba ha recorrido $4 \cdot 1{,}6 = 6{,}4$ km, y el de Villaabajo, $6 \cdot 1{,}6 = 9{,}6$ km.

Figura 3. Ejercicio del libro Matemáticas. Pitágoras 2 ESO [23, página 30].

Otro enxemplo.

Dos hõbres se parten de dos tierras para andar camino: el vno se
parte de burgos para andar a roma: el qual anda todo el camino en.20.
dias: el otro se parte de roma para andar a burgos: y viene todo el cami
no en.30. dias: demãdo que en quãtos dias se encõtraran: y quãtas le-
guas hauia andado cada vno: nota q̃ de roma a burgos sõ 400. leguas.

Respuesta.

Faras ansi: mira quãtas leguas andaua cadal dia el andaua en.20.
dias el camino: y hallaras q̃ si partes las.400. leguas por.20. q̃ verna a
la particiõ.20. leguas y tãtas leguas andaua cadal dia. Ansi mesmo mi
ra quãtas leguas andaua cadal dia el q̃ andaua las.400. leguas en.30.
dias. parte las.400. por.30. y verna ala particiõ.13. leguas y vn tercio: y
tãtas leguas andaua cadal dia. Pues ayũta las leguas q̃ andauã amos
cadal dia: como son.20. y.13 $\frac{1}{3}$ y serã.33. y vn tercio: despues diras por re
gla de tres: si.33. leguas y vn tercio de legua me dan vn dia q̃ me daran
400. multiplica.1. por.400. y seran.400. parte los por.33 $\frac{1}{3}$ y verna ala
particiõ.12. dias cabales: y en tantos dias se encõtrarõ. Si quieres ver
quãtas leguas anduuo cada vno en estos.12. dias faras ansi: multiplica
los.12. dias por las.13. leguas y vn tercio de legua q̃ caminaua cadal dia
el q̃ venia de roma para burgos: y hallaras q̃ montã.160. leguas: y tan-
tas hauia caminado. Ansi mesmo multiplica las.20. leguas q̃ caminaua
cadal dia el q̃ yua de burgos pa roma: por los.12. dias y mõtarã.240.
leguas: y tanto hauia caminado quãdo se encõtraron.

Otro enxemplo.

Figura 4. Ejercicio en el libro de Juan de Ortega [16, página 180]

También dentro del contexto de las compras y ventas, es posible también encontrar ejercicios del mismo tipo. Por ejemplo observando el siguiente problema:
“Tres amigos van de compras a una librería. Juan gasta el doble que Alicia y Ana gasta el triple que Alicia. Si entre los tres gastan 72 euros, ¿cuánto gasta cada uno?” [2, página 34].
Y en un contexto mercantil diferente, pero con un planteamiento análogo al anterior en la aritmética de Ortega se expone:
“Un mercader ha comprado 4 pieças por 200 ducados juntamente, el qual no sabe qúanto cuesta cada pieça por sí, mas él sabe que la segunda cuestra tres tanto que no la primera; y la tercera quatro tanto que no la segunda, y la quarta seis tanto que no la tercera. Demando que quánto costava cada pieça por sí” [16, página 178].
La resolución vuelve a mostrar la diferencia entre el planteamiento algebraico o el aritmético para un problema similar.
Fray Juan de Ortega lo resuelve mediante el siguiente método:

- Supone que el primero cuesta 1, y así el segundo costará 3, el tercero 12, y la cuarta 72.
- Suma 1 con 3 12 y 72, y obtiene 88.
- Realiza la siguiente regla de tres: Si 88 vienen de 1, ¿200 de quién vendrán? La respuesta obtenida es 2 + 3/11 la primera pieza.
- El resto se calcularan sucesivamente.

**7.70. Tres amigos van de compras a una librería. Juan gasta el doble que Alicia y Ana gasta el triple que Alicia. Si entre los tres gastan 72 euros, ¿cuánto gasta cada uno?**

$$\left.\begin{array}{r}\text{Alicia: } x \text{ euros}\\ \text{Juan: } 2x \text{ euros}\\ \text{Ana: } 3x \text{ euros}\end{array}\right\} \Rightarrow x + 2x + 3x = 72 \Rightarrow 6x = 72 \Rightarrow x = \frac{72}{6} = 12$$

Alicia gasta 12 euros; Juan, 24, y Ana, 36.

Figura 5. Problema en el libro de Matemáticas de 1º ESO [2, página 34].

dos que ganaua:y dauan ...
treinta y siete abos de sueldo. ¶ Otro enxemplo.
¶ Un mercader ha cōprado.4.piecas de paño por.200.ducados juntamēte:el qual no sabe quāto cuesta cada pieca por si: mas el sabe bien q̄ la segūda cuesta tres tanto q̄ no la primera: y la tercera quatro tāto que no la segūda:y la q̄rta seis tanto q̄ no la tercera demando q̄ quāto costaua cada vna pieca por si.

¶ Respuesta.

¶ Faras ansi pon por caso que el primero costaua vn ducado.luego el segundo costando tres tanto costaua.3.ducados.y ansi mesmo el tercero costando.4.vezes mas q̄ no el segūdo tendra o costara.12.ducados y ansi mesmo el quarto paño costādo.6.vezes mas q̄ no el tercero costaua.72.ducados:pues aiunta todas estas quatro sumas cōmo sō.1.3.12.72.y montaran.88.y por que tu querias que fuesen.200.diras por regla de tres.si.88.son venidos de vno de quien vendran.200.Multiplica y parte como te he enseñado por regla de tres y allaras q̄ vēdra ala particiō.2.ducados y tres onzabos de ducado y tāto valia la primera pieca
¶ y la segunda pieca costando tres tāto que no la primera costa.6.ducados y.9.onzabos de ducado.y la tercera pieca costando quatro tāto q̄ no la segunda costa.27.ducados y tres onzabos de ducado.y la q̄rta costādo.6.vezes mas q̄ no la tercera costo.163.ducados y $\frac{7}{11}$ de ducado Si quieres ver si es verdad aiunta todas las q̄tro sumas q̄ valē las q̄tro piecas:y allaras q̄ mōtarā los.200.ducados como veis figurado.

¶ La primera costo——— $2\frac{3}{11}$
¶ La segunda costo——— $6\frac{9}{11}$
¶ La tercera costo——— $27\frac{3}{11}$
¶ La quarta costo——— $163\frac{7}{11}$
200

Figura 6. Problema falsa posición en una compra en la obra de Juan de Ortega [16, página 178].

En este último ejemplo, se muestra un problema similar basado en la realización de partes de un todo.
“Una ONG ha recibido un excedente de arroz para repartir entre tres campamentos de refugiados. El primero recibe las dos terceras partes, el segundo, la cuarta parte del resto y el tercero, los 600 kilogramos que quedan. ¿Cuántos kilogramos de arroz recibe cada campamento?” [23, página 30].

“Un pez, que no digo quantas libras tenia, fue hecho tres partes, empero bien se, que la parte de la cabeça pesava la mitad de todo el pez, la parte de la cola pesava el quinto, y en la parte del medio tenia 7 libras y media, Preguntase quantas libras pesava todo junto” [20, página 211].

De nuevo la similitud en los enunciados y en las características del problema, no se manifiesta en la resolución. Cómo en los casos anteriores la solución propuesta en el libro de texto es algebraica, a través de una ecuación de primer grado, y la realizada por Santa Cruz aritmética. En este caso:

- Se toma 10 como número falso, la parte de la cabeza pesaría 5 y la cola 2. Por tanto restando a estos la parte del medio pesaría 3.
- Utilizando la regla de tres se obtendría que si 3 vienen de 10, ¿de donde vendrán 7,5? Se obtiene como resultado 25.

**6.25. Una ONG ha recibido un excedente de arroz para repartir entre tres campamentos de refugiados. El primero recibe las dos terceras partes; el segundo, la cuarta parte del resto, y el tercero, los 600 kilogramos que quedan. ¿Cuántos kilogramos de arroz recibe cada campamento?**

Llamemos $x$ al total del excedente.

El primer campamento, dos terceras partes: $\frac{2x}{3}$, luego queda $\frac{1}{3}x$.

El segundo campamento, la cuarta parte del resto: $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{3}x \rightarrow \frac{1}{12}x$

El tercero, 600 kg

Ecuación: la suma de los tres debe dar el total de arroz: $\frac{2}{3}x + \frac{1}{12}x + 600 = x$.

Resolución: $12 \cdot \frac{2}{3}x + 12 \cdot \frac{1}{12}x + 12 \cdot 600 = 12x \rightarrow 8x + x + 7200 = 12x \quad \rightarrow \quad 9x + 7200 = 12x$

$7200 = 12x - 9x \quad \rightarrow \quad 7200 = 3x \quad \rightarrow \quad 2400 = x$

Solución: el primer campamento recibe $\frac{2 \cdot 2400}{3} = 1600$ kg ; el segundo, $\frac{2400}{12} = 200$ kg , y el tercero, 600 kg.

Figura 7. Problema en el libro de Matemáticas de 2º ESO [23, página 30].

*Exemplo de reſtar por vna poſicion.*

Vn pez, que no digo quantas libras tenia, fue hecho tres partes, empero bien ſe, que la parte de la cabeça peſaua la mitad de todo el pez, la parte de la cola peſaua el quinto, y en la parte del medio tenia 7. libras y media. Preguntaſe quantas libras peſaua todo junto.

Tomaràs por poſicion fundamental el numero denario por ſer el mas breue en quien ſe halla mitad y quinto, fingiendo que tenia 10. libras, cuya mitad es 5. y el quinto es 2. juntas ambas partes alicotas hazen 7. faltan 3. para 10 y aſsi diras, que reſtando 7. de 10. reſtan 3. y que tres libras tendria la parte de enmedio, quando todo tuuiera diez libras: y porque tu quiſieras ſiete y media, diras por regla de tres, ſi 3. me ſon venidos de 10. falſa poſicion, de donde me vendran 7. y ½ Multiplica 10. por 7. y ½ o a la contra, procederan 75. parte eſtos a tres compañeros, vẽdran al cociẽte veinte y cinco, tantas libras tenia todo el pez. La prueua es, que juntando 12. y ½ que es la mitad, y 5. que es el quinto con 7 ½ que tiene la parte del medio, ſuman y mõtan 25. libras, que es la cantidad que pretendiamos ſaber.

Figura 8. Ejercicio perteneciente al *Dorado Contador* [20, página 211].

En todos estos casos, se trata de resolver problemas que pueden expresarse también como ecuaciones de primer grado. Sin embargo y pese a que importantes libros con contenidos algebraicos como la *Summa* de Lucas de Burgo se habían publicado ya en 1494, e incluso el primer libro impreso de álgebra en castellano fue publicado por Marco Aurel en 1552, los métodos aritméticos siguen utilizándose en muchas de estas obras cuando podrían sustituirse por álgebra. En definitiva durante este período el álgebra aparece como un complemento de las aritméticas comerciales, como un instrumento, complejo y poderoso, necesario para la resolución de problemas (Paradís y Malet, 1989).
Por esto el propio Marco Aurel incluye también en su obra brevemente las reglas de una y dos falsas posiciones. Aunque también se plantean problemas similares a los presentados en este trabajo resueltos a través de ecuaciones. Por ejemplo:

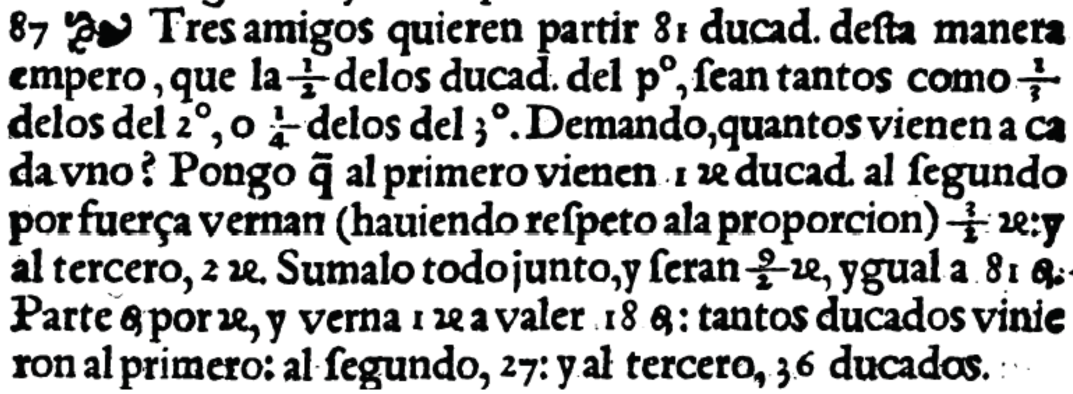
87 Tres amigos quieren partir 81 ducad. desta manera empero, que la $\frac{1}{2}$ delos ducad. del pº, sean tantos como $\frac{1}{3}$ delos del 2º, o $\frac{1}{4}$ delos del 3º. Demando, quantos vienen a cada vno? Pongo q̃ al primero vienen 1 ꝛe ducad. al segundo por fuerça vernan (hauiendo respeto ala proporcion) $\frac{3}{2}$ ꝛe: y al tercero, 2 ꝛe. Sumalo todo junto, y seran $\frac{9}{2}$ ꝛe, ygual a 81 ϕ. Parte ϕ por ꝛe, y verna 1 ꝛe a valer 18 ϕ: tantos ducados vinieron al primero: al segundo, 27: y al tercero, 36 ducados.

Figura 9. Ejemplo del libro de Marco Aurel [3, página 102].

En este caso, la resolución que plantea en este ejercicio Marco Aurel sí es similar a la planteada en los libros de texto actuales.
Aunque Miguel Gerónimo de Santa Cruz dice en su obra sobre un ejercicio de dos falsas posiciones:
"La presente question pone Marco Aurel Aleman en su Álgebra, o regla de la cosa, la queal enseña y absuelve por la primera igualación. Porque toda quanta pratica por dos falsas posiciones se puede alcançar y se alcança por la dicha primera igualación y tornando a nuestro propio haras asi." [20, página 214].
Realiza el ejercicio a través del método de las dos falsas posiciones, sin incluir ninguna otra mención al álgebra.
También Antich Rocha en su *Arithmetica* de 1564 en la que sí incluye contenidos de álgebra, no la introduce para resolver este tipo de problemas sino que sigue mostrando y resolviendo ejercicios con las reglas de la falsa posición.

## Conclusiones

Dada la relevancia de las aritméticas comerciales a lo largo de los siglos XVI y XVII, algunas contaron incluso con varias reimpresiones durante el siglo XVIII, se ha realizado este estudio cuya intención ha sido comparar la resolución planteada para los ejercicios de falsa posición que se muestra en ellas, con la resolución que se le da en un libro de texto de matemáticas actual cualquiera.
Cabe destacar que más de 400 años después, salvando las evidentes diferencias en el lenguaje y las costumbres de cada época, el tipo de problemas planteados a lo largo de varias aritméticas mercantiles del siglo XVI y dos libros de texto de Matemáticas para los primeros cursos de la Educación Secundaria Obligatoria son prácticamente idénticos. Por ejemplo si el problema sobre el recorrido de la distancia entre dos ciudades presente en la aritmética de Ortega se trasladará al lenguaje, la cultura y los conocimientos actuales sería el mismo que el problema solo el camino entre "Villaaarriba" y "Villaabajo" del libro de Matemáticas de 2º ESO. Sin embargo, donde sí es posible encontrar grandes diferencias es en su resolución. La regla de la falsa posición es un método aritmético para la resolución de problemas que no se incluye ya en los libros de Matemáticas de la ESO, el tipo de problemas resolubles con esta regla se encuadran ahora en los contenidos algebraicos, y es posible comprobar que ya en el siglo XVI algunos libros incluyen ambas metodologías.

Entre las posibles líneas de investigación futuras, se podrían estudiar las similitudes o diferencias presentes entre los distintos contenidos de estas aritméticas y los libros de texto actuales, indagando sobre la evolución o no de diversos temas, o contrastando si como ocurre con los ejercicios aquí presentes muchos de los enunciados de problemas y ejercicios de los libros de aritmética del siglo XVI podrían, después de contextualizarse, formar parte de cualquier libro de texto de Matemáticas de la Educación Secundaria Obligatoria.

## Agradecimientos

Este artículo se ha realizado dentro del proyecto de investigación del Plan I+D+i del Ministerio de Economía y Competitividad EDU2011-27168.

## Referencias

[1] Andrés, J. (1515): “Sumario breve de la practica de la arithmetica”. Juan Joffre, Valencia.

[2] Anzola, M.; Vizmanos, J.; Bujanda, M.P.; Mansilla, S. (2011): “Matemáticas, Pitágoras. 1 ESO. Conecta 2.0. Solucionario Unidad 7 Ecuaciones”. SM, Madrid.

[3] Aurel, M. (1552): “Libro Primero de Arithmetica Algebratica”. Casa de Ioan de Mey Flandro, Valencia.

[4] Glaeser, G. (1981): “Epistémologie des nombres relatifs”. Recherches en Didactique des Mathématiques, 2 (39), 303-346.

[5] Gómez, B. (1995): “Los métodos de cálculo mental vertidos por la tradición reflejada en los libros de aritmética”. UNO, 5, 91-101.

[6] Gómez, B. (1995): “Los viejos métodos de cálculo. Un dominio para transitar de la aritmética al álgebra”. Suma, 20, 61-68.

[7] Gómez, B. (1999): “Tendencias metodológicas en la enseñanza de la proporcionalidad derivadas del análisis de los libros de antiguos: el caso de los problemas de compañías”. Revista latinoamericana de investigación en Matemática Educativa, 2, 3, 19-29.

[8] Gómez, B. (2006): “Los ritos en la enseñanza de la regla de tres”. En Alexander Maz, Manuel Torralbo y Luís Rico (Eds.). José Mariano Vallejo, El Matemático Ilustrado. Una mirada desde la educación matemática, pp. 47-69. Servicio de Publicaciones de la Universidad de Córdoba, Córdoba.

[9] Gómez, B. (2008): “Models, Main problem in TSG10”. En Bock, Dirk de; Dahl, Bettina; Gomez, Bernardo; Litwin, Cheng Chun Chor (eds.). Research and development in the teaching and learning of number systems and arithmetic. Proceedings of the Topic Study Group-10, ICME-11, pp. 137-144, Monterrey, (México).

[10] Maz, A.; Rico, L. (2009): “Negative numbers in the 18th and 19th centuries: phenomenology and representations”. Electronic Journal of Research in Educational Psychology, 17(1), 537-554.

[11] Maz-Machado, A.; Rico, L. (2015): “Principios didácticos en textos españoles de matemáticas en los siglos XVIII y XIX”. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 18(1), 49-76.

[12] Maz-Machado, A.; López, C.; Sierra, M. (2013): “Fenomenología y representaciones en la Arithmetica de Juan de Yciar”. En L. Rico L., Cañadas, M. C., Gutiérrez, J., Molina, M. y Segovia, I. (Eds.), Investigación en Didáctica de las Matemática. Homenaje a Encarnación Castro, pp. 77-84, Editorial Comares, Granada.

[13] Meavilla, V. (2005): “Historia de la Educación Matemática en España: el contenido algebraico de la Arithmetica practica, y specvlatiua de Juan Pérez de Moya (ca. 1512 – 1596)”. Revista Brasileira de História da Matemática, 5 (9), 19-35.

[14] Meavilla, V. y Oller, A. (2014): “Gaspar de Texeda y los algoritmos de la multiplicación”. Suma: Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas, 75, 61-73

[15] Meavilla, V. y Oller, A. (2014).”El simbolismo algebraico en tres álgebras españolas del siglo XVI”. Números, 87, 59-68.

[16] De Ortega, J. (1512): “Conpusicion de la arte de la arismetica y Juntamente de geometría”. Casa de Maistro Nicolau de Benedictis, León.

[17] Paradís, J.; Malet, A. (1989).”La génesis del álgebra simbólica. (Vol. I). Los orígenes del álgebra: De los árabes al Renacimiento”. PPU, Barcelona.

[18] Rey Pastor, J. (1926): “Los matemáticos españoles del siglo XVI”. Biblioteca Scientia, 2.

[19] Rocha, A. (1564): “Arithmetica”. Casa de Claudio Bornat a la Águila Fuerte, Barcelona.

[20] De Santa Cruz, M.G. (1625): "Libro de arithmetica especvlativa, y práctica, intitvlado, el Dorado Contador, contiene la fineza y reglas de contar oro y plata, y los Aneajes de Flandes". Viuda de Alonso Martín; Madrid.
[21] Schubring, G. (1987): "On the methodology of analysing historical textbooks: Lacroix as textbook authors". For the learning of mathematics, 7(3), 41-51.
[22] Sierra, M., González, M.T. y López, C. (1999): "Evolución histórica del concepto de límite funcional en los libros de texto de Bachillerato y Curso de Orientación Universitaria (COU): 1940-1995". Enseñanza de las ciencias, 17(3), 463-476.
[23] Vizmanos, J.; Mansilla, S.; Alcaide, F.; De los Santos, I. (2011): "Matemáticas, Pitágoras. 2 ESO. Conecta 2.0 Solucionario Unidad 6 Ecuaciones". SM, Madrid.
[24] De Yciar, J. (1549): "Arithmetica Practica". Casa de Pedro Bernuz, Zaragoza.