Matias Mororó, F. N., Vieira Alves, F. R., Fernandes Fontenele, F. C. , y Teófilo de Sousa, R. (2023). Funciones de primer grado y Teoría de las Situaciones Didácticas: una experiencia en la Educación Básica brasileña. *Matemáticas, Educación y Sociedad*, *6*(1), 19-39

ISSN: 2603-9982

FUNCIONES DE PRIMER GRADO Y TEORÍA DE LAS SITUACIONES DIDÁCTICAS: UNA EXPERIENCIA EN LA EDUCACIÓN BÁSICA BRASILEÑA

Francisca Narla Matias Mororó, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Brasil

Francisco Régis Vieira Alves, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Brasil

Francisca Cláudia Fernandes Fontenele, Universidade Estadual Vale do Acaraú, Brasil

Renata Teófilo de Sousa, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Brasil

Resumen

La enseñanza y el aprendizaje del álgebra aún presentan algunos obstáculos, como la mecanización del conocimiento y la dificultad en la comprensión del lenguaje algebraico. Por tanto, el objetivo de este estudio es describir una práctica docente sobre el contenido de funciones del 1° grado, con un aporte desde la Teoría de las Situaciones Didácticas en el contexto de la enseñanza remota. Se utilizó como metodología la Ingeniería Didáctica, con un grupo de veinticinco estudiantes participando en un proyecto de complementación pedagógica, que ofrece clases de matemáticas en horario extracurricular. Al utilizar la Teoría de Situaciones Didácticas para el experimento, el software GeoGebra fue considerado como una herramienta de apoyo para la etapa de institucionalización. Se entendió, por tanto, que la Teoría de las Situaciones Didácticas representa una teoría didáctica significativa en el contexto de las funciones polinómicas de 1er grado y el desarrollo del pensamiento algebraico, especialmente de cara a la enseñanza a distancia, en la que se plantea la necesidad de incentivar a los estudiantes a ser activos en su aprendizaje, se volvió aún más esencial.

Palabras clave: *Teoría de las Situaciones Didácticas; Ingeniería Didáctica; Enseñanza de álgebra; GeoGebra.*

1st degree functions and Theory of Didactic Dituations: an experience in Brazilian Basic Education

Abstract

The teaching and learning of algebra still have some obstacles, such as the mechanization of knowledge and the difficulty in understanding the algebraic

Recibido: 10/08/2022; Aceptado: 10/04/2023

language. Therefore, the objective of this study is to describe a teaching practice on the content of functions of the 1st grade, with a contribution from the Theory of Didactic Situations in the context of remote teaching. Didactic Engineering was used as a methodology, with a group of twenty-five students participating in a pedagogical complementation project, which offers mathematics classes in extracurricular hours. By using the Theory of Didactic Situations for the experiment, the GeoGebra software was considered as a support tool for the institutionalization stage. It was understood, therefore, that the Theory of Didactic Situations represents a significant teaching theory in the context of polynomial functions of the 1st degree and the development of algebraic thinking, especially in the face of remote teaching, in which the need to encourage students to be active in their learning, it became even more essential.

***Keywords**: Theory of Didactic Situations; Didactic Engineering; Teaching Algebra; GeoGebra.*

INTRODUCCIÓN

La enseñanza de las matemáticas en Brasil, como reflejo de lo ocurrido en otras partes del mundo, pasó por muchas transformaciones y reestructuraciones curriculares. Al mirar, sin embargo, sobre la enseñanza del álgebra en el contexto de la Educación Básica, especialmente dirigida a la Enseñanza Básica, es necesario comprender cómo los documentos rectores de la educación en el país tratan la enseñanza y el currículo de este campo del saber en esta etapa de escolaridad (Gil, 2008).

Los Parámetros Curriculares Nacionales presentaban el álgebra incorporada en un bloque denominado Números y Operaciones, en el que su función era resolver problemas, construir abstracciones y generalizaciones. En este caso, la enseñanza del álgebra fue enfatizada en el 3° y 4° ciclo de la Enseñanza Fundamental, hoy representada por el ciclo del 6° al 9° año de escolaridad, que en Brasil comprende estudiantes de 11 a 15 años (Brasil, 1997).

Con la publicación de la Base Curricular Común Nacional (BNCC, acrónimo en portugués) para la Enseñanza Infantil y Fundamental, el currículo de álgebra ganó énfasis, teniendo una unidad temática exclusiva, y estando presente en todo el curso de la Educación Básica, desde los inicios hasta los años finales. Sin embargo, el octavo grado (8º grado) es la etapa escolar en la que hay mayor predominio de temas relacionados con el álgebra (Brasil, 2018).

Mientras tanto, al analizar los resultados de las evaluaciones externas, como el Sistema de Evaluación de la Educación Básica (SAEB, acrónimo en portugués), hay un retraso en el aprendizaje de las matemáticas. Investigaciones de Ando (2012) y Lopes (2021), entre otros, muestran que tal brecha en la enseñanza de las matemáticas se acentúa en los contenidos relacionados con el álgebra.

Entendiendo, sin embargo, la voluminosa cantidad de temas relacionados con el álgebra, se decide limitar este estudio a las funciones de primer grado, ya que también presenta obstáculos en su aprendizaje. Algunos de estos obstáculos son la dificultad para comprender situaciones problema que utilizan tales conocimientos, el obstáculo para percibir una identificación/asociación entre las variables y/o la comprensión de los elementos que caracterizan la representación geométrica de una función, por ejemplo (Kuhn y Lima, 2021; Lima, 2017).

Ante ello, hay la necesidad de realizar estudios que consideren estos obstáculos y que favorezcan los subsidios para la construcción de nuevas prácticas docentes, así como el uso de herramientas que colaboren con el aprendizaje, especialmente en el escenario educativo actual y en el contexto de pandemia. Así, el objetivo de este trabajo es describir una práctica docente sobre el contenido de las funciones de primer grado, con el aporte de la Teoría de las Situaciones Didácticas en el contexto de la enseñanza remota.

Es en este sentido, y considerando la importancia de desarrollar prácticas didácticas que fomenten el papel activo y participativo del alumno, que se optó por la Teoría de las Situaciones Didácticas (Brousseau, 1986). Esta teoría de la enseñanza, en general, propone que el aprendizaje ocurre en virtud del contacto del alumno con una situación dentro de un *milieu* (interacciones con los pares, el contexto del aula) y un sistema de enseñanza.

La realización de una Situación Didáctica considera cuatro etapas en el camino del aprendizaje, en las que tres de ellas se centran en las construcciones de los estudiantes (acción, formulación y validación) y una última (institucionalización), en el trabajo del docente. En la etapa de institucionalización de este trabajo, en particular, se utilizó como herramienta metodológica el software GeoGebra, con el propósito de favorecer la visualización del contenido por parte de los estudiantes, así como la comprensión del concepto formalizado por parte del docente.

El software GeoGebra es una herramienta matemática dinámica gratuita, que permite la construcción de diferentes objetos y favorece la comprensión de las relaciones entre geometría, álgebra y cálculo. GeoGebra surgió en 2001, presentado en la tesis doctoral de Markus Hohenwarter, construido para ser utilizado para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (Carneiro, 2014), siendo utilizado hoy también en otras áreas del conocimiento.

El dinamismo que ofrecen las herramientas de GeoGebra proporciona el uso de diferentes representaciones en una sola interfaz con movimiento e interacción, haciendo que el uso de este software en el aula contribuya como un potencial apoyo en la enseñanza, especialmente en matemáticas (Diaz-Urdaneta et al., 2019).

Para el desarrollo de este trabajo se utilizó como metodología la Ingeniería Didáctica, considerando especialmente las especificidades de la realización de secuencias didácticas en el aula, es decir, los aspectos específicos de los conceptos matemáticos y las cuestiones didácticas (Artigue, 1996).

El público objetivo de este trabajo fue un grupo de veinticinco estudiantes, matriculados en el 8º y 9º año de la Enseñanza Fundamental, que corresponde al grupo de edad de 13-14 años. Los alumnos forman parte de la red de educación municipal de la ciudad de Pires Ferreira, Ceará, Brasil, y participan de un proyecto de complementación pedagógica, dirigido a la enseñanza de las matemáticas, que se desarrolla en horario extracurricular, los sábados, por la mañana.

Las siguientes secciones presentan la Teoría de las Situaciones Didácticas, fundamento teórico de este trabajo, y la Ingeniería Didáctica (DE) como metodología de investigación. Los demás apartados están organizados a partir de los presupuestos de la DE, con sus cuatro fases, que son los análisis preliminares (estudio teórico sobre la enseñanza del álgebra y funciones), análisis a priori (concepción de la situación didáctica), experimentación (desarrollo de la didáctica, recolección y presentación de datos) y el análisis a posteriori y validación (análisis de la acción de los sujetos con énfasis en los procesos epistemológicos, didácticos y cognitivos).

MARCO TEÓRICO

En esta sección traemos una breve presentación de la teoría de Brousseau (1986): la Teoría de las Situaciones Didácticas, que guió la práctica de este trabajo.

La noción de situación didáctica fue propuesta por Brousseau (1986), en la que el autor explica que el desarrollo del aprendizaje en matemáticas ocurre a través del establecimiento de una relación entre el estudiante, el profesor, el medio y el conocimiento.

Según Brousseau (1986), una situación didáctica es un conjunto de situaciones, sean éstas explícitas o implícitas, que se dan entre el alumno, o un grupo de ellos, un espacio para el desarrollo de la acción (*milieu*) y un espacio educativo. sistema, teniendo como objetivo que el alumno construya conocimientos/aprendizajes, a través de un ambiente propicio debidamente estructurado por el docente.

Por lo tanto, al analizar una situación didáctica, es posible conocer procesos que se originan en la construcción de contenidos e identificar obstáculos en el aprendizaje. De hecho, la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) además de contribuir al aprendizaje de los estudiantes, también incentiva el trabajo del docente, al permitirle reconstruir su práctica y ampliar su repertorio matemático específico (Sousa et al., 2020; Freitas, 2008).

El desarrollo de una situación didáctica se estructura en fases o dialécticas que son situaciones de acción, formulación, validación e institucionalización. Estas situaciones se pueden describir brevemente, con base en Brousseau (1986), de la siguiente manera:

- *situación de acción*: parte de un conocimiento operativo, donde el alumno se compromete a resolver un problema y selecciona procedimientos matemáticos ya interiorizados por él para intentar resolverlo;
- *situación de formulación*: hay acción sobre el medio ambiente, mediante el uso de modelos matemáticos explícitos y la interacción con otros estudiantes;
- *situación de validación*: esta situación requiere que los estudiantes utilicen mecanismos para probar sus conjeturas, con discusiones entre pares para una socialización de las diferentes estrategias para resolver el problema;
- *situación de institucionalización*: momento en que se da el paso de lo subjetivo a lo referencial, la universalización del saber, a partir de lo expuesto por los estudiantes en las etapas anteriores. En esta fase, el docente muestra sus verdaderas intenciones didácticas.

Brousseau (1986) explica que en una situación didáctica pueden estar involucradas muchas otras cuestiones, una de las cuales es la situación didáctica, compuesta por las tres primeras dialécticas descritas anteriormente. Almouloud (2007) define que una situación didáctica es un momento donde el alumno trabaja de forma independiente, sin intervención directa del docente, aunque el docente tenga un propósito e intención pedagógica acorde a lo que quiere enseñar.

Como se vio en la sección anterior, la construcción del aprendizaje en álgebra depende de la interiorización y reconstrucción de significados por parte del estudiante. Así, se justifica el uso de TSD para la construcción de la situación didáctica descrita en el siguiente apartado, en el que traemos una propuesta sobre las funciones del 1° grado, ya que esta teoría de la enseñanza le permite al estudiante construir caminos, reflexionar y evaluar sus opciones.

En el contexto de este trabajo, el TSD se utilizó para la planificación y construcción del experimento, así como para orientar el desarrollo de la situación didáctica (que se describirá en el análisis a priori). La situación didáctica se estructuró con la intención de favorecer el aprendizaje del concepto de función de primer grado. Se justifica el uso de la Teoría de las Situaciones Didácticas, considerando la necesidad de aplicar modelos de enseñanza que permitan a los estudiantes construir conocimientos matemáticos, a través de la interacción con el sistema de enseñanza y el medio, orientando su aprendizaje.

METODOLOGÍA

La metodología utilizada para la realización de este trabajo fue la Ingeniería Didáctica (DE). La Ingeniería Didáctica (DE) es una metodología de investigación derivada de los estudios de Didáctica de las Matemáticas en Francia. DE propone una investigación del aprendizaje en matemáticas centrada en el sistema didáctico, es decir, en el alumno, el docente, el saber en juego y el entorno. Es precisamente en este aspecto que la Ingeniería Didáctica es una herramienta metodológica relevante para los logros didácticos, pues busca favorecer las condiciones que conducen al aprendizaje (Alves y Dias, 2017).

La DE se organiza en cuatro etapas de desarrollo, que son: análisis preliminar; análisis a priori; experimentación; análisis a posteriori y validación. Vale la pena señalar que, si bien cada una de estas etapas tiene sus especificidades, no ocurren por separado, sino de manera interconectada, y aspectos de una etapa pueden resumirse en otra. Brevemente, es posible presentar las características de cada una de las etapas de la Ingeniería Didáctica, a continuación, con base en Artigue (1996):

- *análisis preliminar*: se plantean estudios teóricos que permiten identificar obstáculos epistemológicos, cognitivos y didácticos relacionados con el objeto matemático de interés;
- *concepción y análisis a priori*: hay una delimitación de variables didácticas (problemas, recursos, etc.), estructuración de la secuencia didáctica, así como la predicción de situaciones, conductas y obstáculos que pueden presentarse en la etapa posterior;
- *experimentación*: momento en que tiene lugar la acción didáctica y se recogen los datos para su posterior observación;
- *análisis a posteriori y validación*: el estudio de los datos recogidos se realiza para validar (o refutar) las hipótesis didácticas previamente establecidas, comparando los resultados obtenidos con lo previsto en el análisis a priori.

En el contexto de este trabajo, los pasos propuestos por la Ingeniería Didáctica quedaron constituidos de la siguiente manera: en los análisis preliminares, se realizó un estudio sobre la enseñanza del álgebra en Brasil, con especial foco en la enseñanza de las funciones polinómicas de primer grado; en el análisis a priori se desarrolló la situación didáctica y predicciones sobre el posible comportamiento de los estudiantes frente a esta en el contexto remoto; en la experimentación (resultados) se desarrolló la situación didáctica planificada y se recolectaron los datos; y en el posterior análisis y validación (discusión) se analizó el experimento desarrollado, destacando las esferas epistemológica, didáctica y cognitiva.

ANÁLISIS PRELIMINAR

Esta es la primera fase de la Ingeniería, donde traemos al análisis preliminar. Según Almouloud y Silva (2012), una investigación que sigue como metodología la Ingeniería Didáctica, trae en su análisis preliminar los aspectos teóricos generales, así como una investigación del objeto matemático de interés, especialmente sobre tres enfoques: el epistemológico, que trata de las concepciones sobre la enseñanza y sus resultados; el cognitivo, que se relaciona con los obstáculos que enfrentan los estudiantes; y la didáctica, que apunta perspectivas que fundamentan la planificación de logros didácticos.

Así, en este trabajo, el análisis preliminar se construyó a partir de un levantamiento teórico sobre la enseñanza del álgebra y la enseñanza de funciones de primer grado, considerando la identificación de obstáculos de aprendizaje y cómo los documentos de orientación educativa en Brasil tratan el tema. También se discute la Teoría de las Situaciones Didácticas, teoría didáctica escogida para la estructuración de la situación didáctica y el desarrollo de la etapa de experimentación.

Enseñanza de álgebra y funciones de primer grado

En la Base Curricular Común Nacional (BNCC), la unidad temática Álgebra tiene como objetivo desarrollar el pensamiento algebraico, fundamental para el uso de modelos matemáticos para la resolución de problemas, comprensión, representación, validación y adecuación de los resultados obtenidos a los supuestos de la situación problema (Brasil, 2018).

Por lo tanto, considerando la esfera cognitiva, para que el estudiante desarrolle estas habilidades es necesario que establezca articulaciones mentales capaces de identificar la relación de dependencia entre diferentes cantidades, además de interpretar, crear y transmitir información a través de representaciones simbólicas que puedan ser utilizadas. resolver problemas un problema matemático, entendiendo el significado de los resultados obtenidos (Ribeiro y Cury, 2015; House, 1995).

Para ello, el alumno necesita comprender elementos epistemológicos de la enseñanza del álgebra como el lenguaje y, en particular, el lenguaje algebraico. Según Souza et al. (2022) la interpretación del lenguaje simbólico es uno de los factores que contribuyen a que los estudiantes tengan alguna dificultad en el aprendizaje del Álgebra, ya que dicho lenguaje requiere un cierto grado de abstracción por parte del estudiante que quizás no haya desarrollado en grados anteriores. Gil (2008), por ejemplo, explica que el lenguaje algebraico está compuesto de formalismos y abstracciones que a veces, a los ojos de los estudiantes, parecen algo incomprensible.

En este sentido, Moysés (2006) y Kaput (2008) reflejan que el lenguaje matemático ya está estructurado cuando el alumno se enfrenta a representaciones simbólicas en la escuela. Es en este contexto que la figura del docente es fundamental. Corresponde al docente mediar, a través de acciones e intervenciones didácticas, el proceso de interiorización de estos símbolos por parte de los alumnos.

Al considerar la relación entre el docente y el alumno, es posible comprender que la construcción del conocimiento no ocurre a través de la reproducción o la copia. Por el contrario, es necesaria una transformación, una incorporación de estructuras y funciones, para que se produzca una interiorización de lo aprendido (Moysés, 2006).

Delimitándonos a la enseñanza de ecuaciones y funciones de 1° grado, es necesario recurrir a la BNCC para analizar cómo este documento guía presenta, organiza y distribuye el desarrollo de este contenido en los últimos años de la enseñanza fundamental.

La BNCC presenta la introducción de ecuaciones polinómicas de 1° grado en el 7° año de la enseñanza fundamental, buscando que el alumno sea capaz, además de resolver, de elaborar problemas que puedan ser representados por este tipo de ecuaciones. La enseñanza de funciones está prevista para el final de este ciclo, en el 9º año. Se advierte que existe una progresión de la enseñanza propuesta por el documento, con la profundización de las competencias esperadas para los siguientes años de escolaridad, en la que se enfatiza el uso de representaciones gráficas y el establecimiento de relaciones entre variables involucradas en una situación problema (Brasil, 2018).

Año/grado	Unidad temática	Objetos del conocimiento	Habilidad
7º año	Álgebra	Ecuaciones polinomiales de 1er grado.	(EF07MA18) Resolver y elaborar problemas que puedan ser representados por ecuaciones polinómicas de primer grado, reducibles a la forma ax + b = c, haciendo uso de las propiedades de igualdad.
8º año	Álgebra	Asociación de una ecuación lineal de 1er grado a una recta en el plano cartesiano.	(EF08MA07) Asociar una ecuación lineal de primer grado con dos incógnitas a una recta en el plano cartesiano.
9º año	Álgebra	Funciones: representaciones numéricas, algebraicas y gráficas.	(EF09MA06) Comprender las funciones como relaciones de dependencia unívocas entre dos variables y sus representaciones numéricas, algebraicas y gráficas y utilizar este concepto para analizar situaciones que impliquen relaciones funcionales entre dos variables.

Tabla 1. Ecuaciones y funciones polinómicas de 1er grado distribuidas por año escolar. Fuente: Adaptado de Brasil (2018).

Considerando la necesidad de desarrollar una enseñanza que favorezca la construcción del conocimiento matemático y la participación de los estudiantes, en la siguiente sección discutimos la Teoría de las Situaciones Didácticas, que fundamenta el desarrollo de este trabajo.

ANÁLISIS A PRIORI

Esta es la segunda fase de ingeniería, donde traemos el análisis a priori y la construcción del experimento. Según Artigue (1988), en la etapa de análisis a priori, el investigador toma la decisión de actuar sobre las variables u obstáculos identificados en el análisis preliminar. El propósito de este paso es determinar cómo las elecciones realizadas pueden predecir el comportamiento del estudiante.

De hecho, se optó por el diseño de una situación didáctica basada en TSD y con el aporte del software GeoGebra, como herramienta auxiliar en la fase de institucionalización. También realizamos una predicción del comportamiento de los estudiantes ante la situación didáctica propuesta.

Situación Didáctica

La organización de la situación didáctica propuesta en este trabajo se basa en una situación-problema adaptada del Portal de Matemáticas, elaborado por el Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) y puesto a disposición en el módulo Función Afín. La concepción de la situación se basó en la identificación de obstáculos en el aprendizaje de los estudiantes, especialmente en lo que respecta a la comprensión del concepto y las representaciones (algebraicas y gráficas) de una función en el nivel educativo propuesto.

IMPA (Ejercício de Función afin – adaptado) El costo total, por mes, de un servicio de fotocopias, con copias A4, se compone de un costo fijo más un costo variable. El coste variable depende, de forma directamente proporcional, del número de páginas reproducidas. En un mes en que este servicio hizo 50000 ejemplares, su costo total fue de R$ 21000,00; mientras que en un mes en que se hicieron 20000 ejemplares, su costo total fue de R$ 19200,00.

¿Cuál es el costo de producir cada copia?

¿Cuál es el monto del costo fijo?

¿Cuál es el costo del servicio si se producen 90000 copias?

¿Qué relación algebraica puedes establecer entre estos valores?

Tabla 2. Situación didáctica propuesta. Fuente: Adaptado del Portal de Matemáticas (2021).

Ante esta situación didáctica, esperamos que los estudiantes en *situación de acción* identifiquen inicialmente la información relevante para la resolución. Es decir, se espera que enumeren el costo mensual de la empresa y el número de copias producidas, en los dos meses presentados en su descripción. Es posible que los estudiantes construyan una relación a partir de una tabla, como se ejemplifica en el Cuadro 3:

Costo del mes (R$)	**Cantidad de copias producidas**
21000	50000
19200	20000

Tabla 3. Posible modelo de organización de datos.

Luego, en la *situación de formulación*, pretendemos que los estudiantes comparen los datos de los dos meses, calculando la diferencia entre ellos y dándose cuenta de que, a partir de ahí, sería posible descubrir el costo de producción de cada una de las copias dividiendo por el diferencia entre los totales de coste y la diferencia entre los totales de copia. Un ejemplo de un algoritmo desarrollado por los estudiantes en esta etapa podría ser:

Diferencia entre costos = R$ 30000,00

Diferencia entre el número de copias = R$ 1800,00

$1{,}8/30000$ = *R$ 0,06 (costo de cada copia)* (*)

Con este resultado, esperamos que los estudiantes comprendan que, al realizar el producto entre este valor y el número de ejemplares de uno de los meses presentados, el resultado obtenido consiste en el valor total del costo de los ejemplares y, en consecuencia, mediante una resta, el valor del costo fijo. Aquí ejemplificamos un posible modelo a ser presentado por los estudiantes:

$$0{,}06\ x\ 50000 = 3\ (costo\ de\ producción\ de\ 50000\ copias) \quad (**)$$

$$21000 - 3000 = 18000\ (valor\ del\ costo\ fijo) \quad (***)$$

A partir de esta etapa, para la situación de validación, se pretende que los estudiantes resuelvan el siguiente ítem solicitado en el desafío: identificar el valor de costo de la empresa, si se produjeran 90.000 copias. Así, una posibilidad de representación desarrollada por los estudiantes puede ser:

$$90000\ x\ 0{,}06 + 18000 = 23400 \qquad (****)$$

Esperamos que la mayoría de los estudiantes no pudiera o tuviera dificultades para resolver el último ítem propuesto, es decir, la construcción de una expresión algebraica que pudiera representar la situación. Para la *situación de institucionalización*, nuestra intención fue utilizar construcciones posiblemente desarrolladas por los estudiantes, como se describe anteriormente, para formalizar el concepto de función de 1er grado, presentando sus elementos esenciales. Para esta conceptualización, presentamos como referencia el libro Fundamentos de Matemáticas Elementales de Iezzi (2013).

Para apoyar esta etapa del TSD, se pretendió utilizar el software GeoGebra como forma de realizar construcciones de los modelos algebraicos desarrollados, con la intención de brindar a los estudiantes una visión concreta de lo discutido teóricamente.

Al final del desarrollo de la situación didáctica, se esperaba que los estudiantes comprendieran las nociones de coeficiente de variación (angular) y coeficiente fijo (lineal), así como la relación de dependencia entre variables (características elementales de una función de primer grado).

RESULTADOS

Esta es la tercera fase de la Ingeniería: la experimentación. La aplicación de la situación didáctica planificada en el análisis a priori se realizó en una reunión remota de tres horas/clase y se realizó a través de la plataforma de videoconferencia Google Meet. Participaron 25 estudiantes, de ambos sexos, con edades comprendidas entre 13 y 15 años. En la etapa de institucionalización se utilizó como recurso metodológico el software Geogebra. Para el análisis y descripción del desarrollo de la situación didáctica se utilizó la grabación de la convocatoria y los registros fotográficos tomados por los estudiantes y compartidos con los autores.

Los estudiantes son parte de un proyecto de complementación pedagógica, llamado Proyecto Cactus, que ofrece clases de matemáticas. Este proyecto se desarrolla en horario extracurricular, los sábados por la mañana. Los estudiantes participantes están matriculados regularmente en clases de 8º y 9º grado en la red de educación municipal en Pires Ferreira, Ceará, Brasil. El proyecto se lleva a cabo en línea, desde 2020, y tiene como objetivo brindar a los estudiantes de los últimos años de Educación Primaria un mayor contacto con las matemáticas, como una forma de complementar la enseñanza regular. Para participar en este proyecto, los estudiantes son invitados por sus respectivas escuelas.

En la descripción de esta etapa, utilizamos los términos A1 a A25 para referirnos a los estudiantes por razones éticas, con el fin de preservar la identidad de los estudiantes. La utilización de índices (1 a 25) ocurrió según el orden de participación de los sujetos. Antes de comenzar a aplicar la situación didáctica propiamente dicha, se realizaron algunos trámites, tales como (a) brindar el link de acceso a la sala virtual de Google Meet para los estudiantes, a través del grupo de estudiantes en la aplicación de mensajería WhatsApp; (b) los estudiantes fueron recibidos virtualmente en la sala de Google Meet y se estableció el contrato didáctico.

Según Brousseau (2011) el contrato didáctico es un conjunto de posturas del docente que son esperadas por los alumnos, así como una serie de comportamientos de los alumnos, por los cuales el docente espera. Es a través del contrato didáctico que se establece la relación didáctica. En el caso de este experimento, el contrato didáctico tenía los siguientes puntos:

- reforzamos la importancia de la participación de los alumnos y solicitamos su esfuerzo para resolver la situación propuesta;
- pedimos a los alumnos que registraran, a través de fotografías, el paso a paso de la resolución de la situación llevada a cabo por cada uno de ellos;
- Pedimos a los alunos para compartir sus registros fotográficos realizados vía WhatsApp.

Inicialmente, la situación didáctica se presentó a los estudiantes a través de la herramienta de "presentación en pantalla" de Google Meet (Figura 1). El docente presentó el problema a los estudiantes y les pidió que trataran de resolverlo individualmente, utilizando su comprensión y la información disponible para ellos:

Figura 1. Presentación de la situación didáctica a los estudiantes. Fuente: Datos de la investigación (2021).

A partir de ese momento se produjo la situación de acción, en la que los estudiantes se comprometieron a resolver el problema propuesto, poniendo a prueba instrumentalmente los conocimientos ya adquiridos para obtener una respuesta, aunque estos no fueran plenamente válidos para la solución final. Como lo expresa Freitas (2008), una situación de acción ocurre cuando el estudiante está decidido a encontrar una solución al problema, aunque no haya una formalización de ideas.

El estudiante A1 presenta inicialmente su razonamiento (Figura 2), sin embargo, agrega que no sabe cómo proceder con la resolución, ni entiende claramente la representatividad de los resultados de sus cálculos. En este sentido, House (1995) en su obra "Álgebra: ideas y preguntas", dice que un gran obstáculo que enfrentan los estudiantes está relacionado con la poca habilidad para utilizar los conocimientos ya adquiridos en situaciones nuevas o inesperadas.

En su descripción al grupo, el alumno A1 explica que calculó la relación entre los costos de cada mes presentado, en relación con el total de copias producidas. Según él, esperaba obtener un valor equivalente por las dos razones, que sería el costo de producir una copia, pero no tuvo éxito en este intento. Mira en la figura 2:

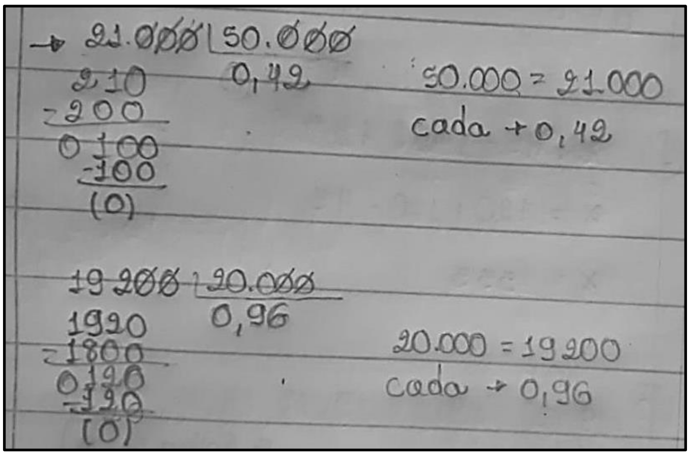

Figura 2. Representación del alumno A1.

Esta etapa característica alude a la situación de formulación, donde el estudiante ya expresa modelos matemáticos explícitos, aunque no formalizados y/o completos. En esta etapa, existe una interacción entre los estudiantes, que puede darse de forma oral o escrita. Así, el objetivo de esta etapa es intercambiar informaciones. Una situación de formulación relaciona al menos dos o un grupo de estudiantes y conocimientos. El conocimiento formulado por un estudiante puede beneficiar a otro estudiante que lo utiliza para complementar sus ideas y tomar nuevas decisiones (Santos y Alves, 2017; Sousa et al., 2021).

El estudiante A2, impulsado por la exposición del estudiante A1, presenta sus conjeturas para la solución, explicando que, al igual que el estudiante A1, también calculó la relación entre los valores presentados en la pregunta, en este caso entre el número de copias y el valor total del costo de la empresa. Al darse cuenta de que los valores no eran coincidentes, así como la percepción de A1, decidió calcular un promedio entre estos valores (Figura 3). Pero concluyó su exposición afirmando que cree que el valor resultante fue demasiado alto para representar el costo de producir una copia:

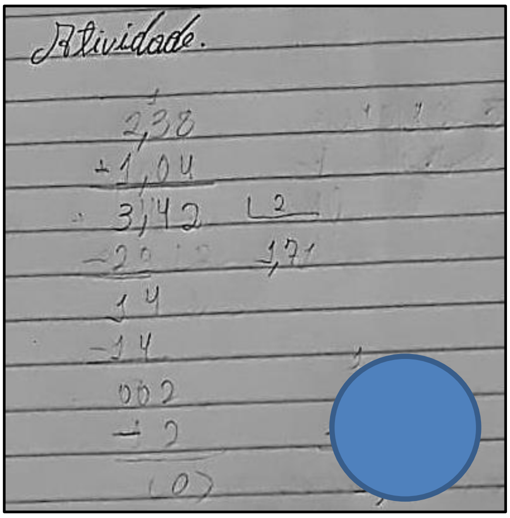

Figura 3. Representación del alumno A2.

Para colaborar con las discusiones en la situación de formulación, el docente preguntó a los estudiantes cómo estaban considerando el valor del costo fijo dentro de sus cálculos. Así, el estudiante A3 comentó que creía que el valor de costo fijo estaba incluido dentro de los valores de costo de los dos meses presentados en la descripción del problema. A3 continuó revelando que realizó restas para identificar la diferencia entre los costos de las dos situaciones presentadas y una comparación entre las cantidades de copias producidas.

Seguidamente, el estudiante A4 comentó que realizó el mismo procedimiento y que, teniendo estos resultados, realizó una división, considerando como dividendo la diferencia entre el número de copias y como divisor la diferencia entre los costos totales. El estudiante también comentó que cree que el resultado no es válido, ya que obtuvo un valor muy expresivo, que según él, no puede representar el valor de costo de una sola copia.

De nuevo, el profesor pregunta, estimulando la reflexión de los estudiantes, sobre la relación entre estas diferencias encontradas. El estudiante A3 toma nuevamente su posición, expresando que la división que se debe realizar es utilizando como dividendo el valor obtenido como diferencia entre los valores de costo, y como divisor la diferencia entre el número de copias, informando que es el costo valor que debe distribuirse en relación con el número de copias, como muestra la Figura 4:

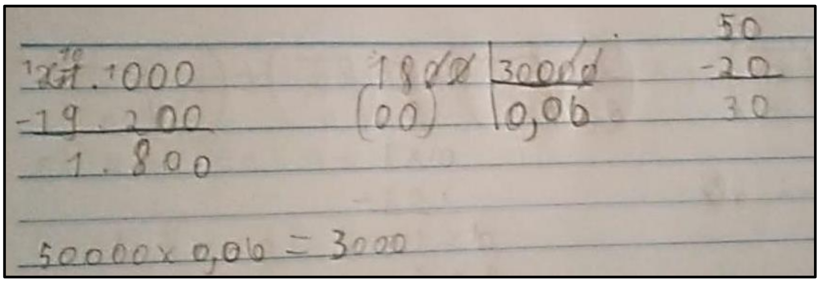

Figura 4. Representación del estudiante A3.

A partir de ahí comienza la situación de validación, donde los estudiantes ya comienzan a probar o refutar las proposiciones, enunciados o modelos matemáticos construidos en las fases anteriores, dialogando entre parejas. Según Almouloud (2007), en esta etapa el alumno debe mostrar el modelo que ha creado y justificar su validez, pudiendo los destinatarios presentar consultas e incluso rebatir sus resoluciones.

En ese sentido, el estudiante A5, a partir de las discusiones de sus compañeros, y del resultado expresado por A3, presenta un modelo matemático (Figura 5) que permitió identificar el valor del costo fijo. El estudiante demuestra que el valor del costo total de uno de los meses descritos en el problema es igual al valor del costo fijo más el producto entre el número de copias, también presentado en el problema, con el valor del costo de cada copia, presentado por A3:

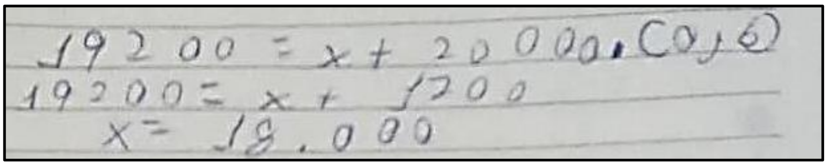

Figura 5. Modelo matemático presentado por el estudiante A5.

Los estudiantes, a pesar de las nociones construidas, no fueron capaces de establecer realmente un modelo matemático que representara una relación entre las variables (función polinomial de 1er grado). A partir de este punto, el profesor inició la situación de institucionalización, en la que desarrolló una formalización y universalización del objeto de estudio, extrapolando las limitaciones y especificaciones del problema estudiado. En esta situación, el conocimiento tiene la función de establecer una referencia global, que va más allá de un contexto personal y localizado (Freitas, 2008).

Para la situación de institucionalización se utilizó el software GeoGebra con el fin de auxiliar en la construcción de una representación gráfica de la función de 1er grado descrita en el problema. Además, se buscó favorecer la percepción de la relación que se establece entre las variables y la construcción de un modelo matemático que represente dicha relación.

Antes de formalizar el concepto de función de 1er grado, era necesario volver a la definición de par ordenado. En este caso, el docente utilizó la definición propuesta por Iezzi (2013, p. 65), como se muestra en la Figura 6:

60. *Par ordenado*

Admitiremos a noção de *par ordenado* como conceito primitivo(*). Para cada elemento a e cada elemento b, admitiremos a existência de um terceiro elemento (a, b), que denominamos *par ordenado*, de modo que se tenha

$$\boxed{(a, b) = (c, d) \iff a = c \text{ e } b = d}$$

Figura 6. Definición de par ordenado. Fuente: Iezzi (2013, p. 65).

Luego, hubo una reflexión entre los estudiantes, mediada por el profesor, sobre la relación de dependencia entre las variables, para luego construir los dos pares ordenados a partir de los datos presentados e insertarlos en el campo de entrada del GeoGebra.

A partir de las notas de los estudiantes sobre la alineación de los puntos marcados en la ventana de visualización, se utilizó la herramienta “recto” en GeoGebra para conectar estos puntos, proyectando en la ventana de álgebra la función polinomial de 1er grado que representa la situación descrita en el problema. Esta función permite visualizar nuevos puntos pertenecientes a la línea, es decir, pares ordenados que cumplen con la relación entre la producción de copias y el costo total de la empresa, como se muestra en la Figura 7:

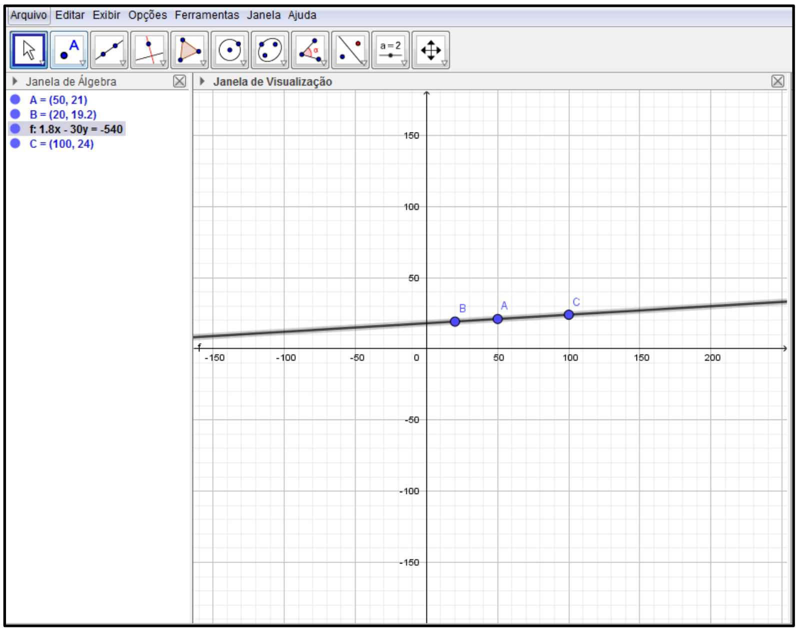

Figura 7. Representación geométrica de puntos.

En esta concepción, el docente instituye nuevos puntos pertenecientes a la función (línea), que se adecuan a las condiciones del problema. Y así, fue necesario presentar la definición de función afín (función polinomial de 1er grado) propuesta en la misma obra didáctica, destacando los términos y elementos de este tipo de representación, como se muestra en la Figura 8:

83. Uma aplicação de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ recebe o nome de **função afim** quando a cada $x \in \mathbb{R}$ associa sempre o mesmo elemento $(ax + b) \in \mathbb{R}$, em que $a \neq 0$ e b são números reais dados.

$$\boxed{f(x) = ax + b} \quad (a \neq 0)$$

Exemplos:

1º)	$y = 3x + 2$	em que	$a = 3$	e	$b = 2$
2º)	$y = -2x + 1$	em que	$a = -2$	e	$b = 1$
3º)	$y = x - 3$	em que	$a = 1$	e	$b = -3$
4º)	$y = 4x$	em que	$a = 4$	e	$b = 0$

Notemos que, para $b = 0$, a função afim $y = ax + b$ se transforma na função linear $y = ax$; podemos, então, dizer que a função linear é uma particular função afim.

Figura 8. Definición de una función de primer grado (o función afín). Fuente: Iezzi (2013, p.100).

En este punto de la situación didáctica, también fue valiosa la explicación del docente sobre el concepto de dominio de una función, pues en el caso del problema presentado, el dominio es compuesto por el conjunto de los números enteros no negativos, es decir, no se admiten números negativos ya que representa precisamente la cantidad de copias producidas. Un registro del concepto utilizado se muestra en la Figura 9:

76. Domínio

Chamamos de *domínio* o conjunto D dos elementos $x \in A$ para os quais existe $y \in B$ tal que $(x, y) \in f$. Como, pela definição de função, todo elemento de A tem essa propriedade, temos nas funções:

domínio = conjunto de partida

isto é,

$$D = A.$$

Figura 9. Concepto de dominio de una función. Fuente: Iezzi (2013, p. 88).

Con esta información se tomó como base el modelo propuesto por el estudiante A5 indicado en la Figura 5, construido con el objetivo de calcular el valor del costo fijo, para subsidiar la construcción de dos ecuaciones, utilizando los datos ya presentados en el problema y teniendo como incógnitas los coeficientes de la función polinomial de 1er grado (a y b). Se estableció una relación similar a la desarrollada por el estudiante A5, es decir, el producto entre el número de copias (el término x, variable independiente) y su coeficiente a, más el término independiente b sería igual al costo total (el término y, variable dependiente).

Con las ecuaciones construidas se hizo una reflexión sobre la construcción de un sistema y su resolución, y así se logró desarrollar un modelo algebraico (función de 1er grado) que representó el costo de producción de copias por parte de la empresa. Es importante resaltar que los estudiantes ya tenían conocimientos previos sobre la resolución de un sistema de ecuaciones de 1er grado.

A partir de ahí, el profesor retomó el uso del software GeoGebra, comprobando junto a los alumnos que la representación gráfica de las dos ecuaciones establecidas era nuevamente de líneas rectas. Para ello, en el campo de entrada en GeoGebra, se digitaron las ecuaciones:

$$50x + y = 21000 \qquad (****)$$

$$20\,x + b = 19200 \qquad (*****)$$

Se discutió nuevamente con los estudiantes el significado atribuido a la relación de pertenencia de un punto a una línea y su ecuación. Por tanto, se advirtió que el punto que pertenecía a las dos rectas sería precisamente el par ordenado que satisfaría el sistema construido. Para verificar este punto, el docente utilizó la herramienta de intersección de dos objetos, como se muestra en la Figura 10:

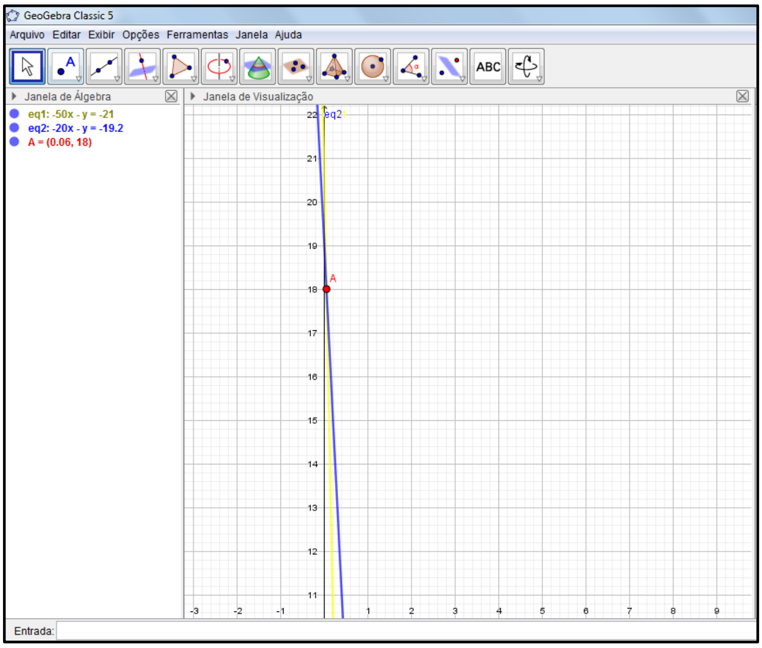

Figura 10. Solución geométrica del sistema.

El par ordenado obtenido de esta acción representa exactamente el valor del costo de producción de cada copia y el valor del costo fijo, ambos ya identificados por los estudiantes en las situaciones anteriores. Finalmente, se señaló que el valor de costo de cada copia debe representar el coeficiente *a* de la variable independiente *x*, es decir, el número de copias producidas por la empresa, así como el costo fijo, de hecho debe representar el término independiente *b*, ya que es el costo total de la empresa, variable independiente *y*, obtenido de esta relación.

Es necesario resaltar que en el caso de este experimento, solo el docente hizo uso del software GeoGebra, así como que ninguno de los estudiantes había tenido contacto con la herramienta antes de la aplicación de esta situación didáctica. Sin embargo, también destacamos que la herramienta fue bien recibida por los estudiantes, así como la posibilidad de su uso por parte de los estudiantes en momentos posteriores, ya sea para la continuidad de este estudio u otros temas, que pueden ser planificados previamente por el profesor.

DISCUSIÓN

Esta es la cuarta fase de la Ingeniería: el análisis a posteriori y validación del experimento. Para la construcción de este análisis a posteriori, elencamos tres categorías íntimamente relacionadas con los aspectos propuestos por la Ingeniería Didáctica, que también se relacionan con la Teoría de las Situaciones Didácticas, y que representan los fundamentos de acción que establecen la concepción de un análisis a priori. Para la construcción de estas categorías de análisis, nos basamos en el trabajo de Bardin (1977), sobre el análisis de contenido. En este caso, las categorías establecidas fueron las siguientes: procesos epistemológicos, procesos cognitivos y procesos didácticos.

En cuanto a los procesos epistemológicos, observamos que, al mirar el problema propuesto, en una situación de acción, se esperaba que los estudiantes comprendieran el lenguaje matemático frente a la presentación del problema, y que de esta manera, usarían un lenguaje algebraico para representarlo. A partir de la experimentación, observamos la dificultad de los sujetos para pasar del pensamiento a la transcripción matemática con su propio lenguaje. De manera esclarecedora, volvemos a lo propuesto por A5, el único tema de presentar una representación algebraica para resolver parte del problema. En este ejemplo, es posible destacar la contribución de las discusiones de los demás sujetos en esta construcción.

En cuanto a los procesos didácticos para la solución del problema, se previó el uso de conceptos, en teoría, ya presentados a los estudiantes en años anteriores de escolaridad. En el estudio de la BNCC, estos conceptos estaban prescritos en el currículo, en los años de escolaridad anteriores a los de los sujetos participantes de este estudio. Sin embargo, al analizar sus posiciones, encontramos una profunda dificultad en cuanto a habilidades que deberían haberse consolidado, como ejemplo del informe de A1 que desarrolló algoritmos para la resolución aunque desconocía su significado. Esto nos muestra que la comprensión del problema, de hecho, no se produjo. De igual forma, A4 no pudo establecer la relación entre las variables propuestas en el problema. Entendemos, por lo expuesto, que la mecanización de la enseñanza puede comprometer la construcción de habilidades de reflexión e interpretación, por parte de los estudiantes. La estructuración de clases a partir del TSD puede representar una alternativa en este sentido, al igual que las discusiones y reflexiones realizadas por los estudiantes en esta situación didáctica, en la que son sujetos activos en la construcción de su conocimiento.

Finalmente, con respecto a los procesos cognitivos, notamos la dificultad en la capacidad de abstracción y visualización de construcciones matemáticas. Sin embargo, estos ya eran obstáculos esperados/anticipados por el docente. En el caso del problema propuesto, los sujetos, además de obstáculos en la comprensión gráfica de las representaciones, presentaron dificultad para expresar el pensamiento abstracto, incluso cuando se enfrentaban sólo a la representación algebraica de términos inherentes a la resolución del problema. El uso del software GeoGebra, en este caso, ofreció un valioso apoyo a la enseñanza, posibilitando una representación visual para el estudiante.

En vista de lo anterior, se advierte que los procesos enumerados como categorías de observación están íntimamente relacionados y se complementan en las acciones realizadas por el docente y los estudiantes, ya que una decisión didáctica puede corroborar la construcción de un obstáculo cognitivo, así como como los procesos epistemológicos ellos también pueden hacerlo.

CONCLUSIONES

El propósito de este estudio fue describir una práctica docente sobre el contenido de las funciones de 1° grado, con el aporte de la Teoría de las Situaciones Didácticas en el contexto de la enseñanza remota. Se considera, por tanto, que se ha cumplido el objetivo, desde las etapas de construcción, la descripción y aplicación de una situación didáctica centrada en la construcción del concepto de función de primer grado, y en las representaciones de este tipo de función. Al resaltar los aportes del TSD a la enseñanza de las funciones de 1° grado, nos percatamos que esta teoría de la enseñanza permite a los estudiantes reflexionar constantemente sobre sus conocimientos previos, construyendo aprendizajes posteriores.

Así, al observar que los sujetos de la investigación presentaron dificultades en la comprensión del problema, así como obstáculos para una resolución totalizada, observamos que el TSD favoreció este aspecto, ya que promovió una enseñanza dinámica de las funciones de 1er grado, desmitificando el carácter de mecanización tan común en la enseñanza del álgebra. Además, nos dimos cuenta de que hubo una construcción del pensamiento algebraico, de acuerdo con lo propuesto en los documentos curriculares oficiales.

El uso del software GeoGebra en situación de institucionalización por parte del docente proporcionó a los alumnos una mejor visión gráfica de la representación de las funciones de primer grado, además de posibilitar una concreción de las definiciones, también consideradas como obstáculos para la enseñanza. También es posible destacar el dinamismo, los movimientos y las transformaciones que ofrece el software.

Sin embargo, se percibió que la realización de este estudio produjo como objeto, la comprensión de que TSD representa una alternativa significativa para la enseñanza del álgebra, especialmente para la enseñanza de las funciones de primer grado en el contexto de la enseñanza remota, en que lograr la participación efectiva de los estudiantes representó un obstáculo para la enseñanza.

Además, la presente investigación presenta vacíos, por lo que se espera realizar nuevos estudios considerando el uso de la Teoría de Situaciones Didácticas para la enseñanza de otros conceptos relacionados con el álgebra, así como investigaciones que combinen TSD con otras herramientas, el ejemplo de lo sucedido con el software GeoGebra.

REFERENCIAS

Almouloud, S. A. (2007). *Fundamentos da Didática da Matemática.* Curitiba: Editora UFPR.

Almouloud, S. A., y Silva, M. J. F. (2012). Engenharia didática: evolução e diversidades. *Revista Eletrônica de Educação Matemática - REVEMAT*, 7(2), 22-52.

Alves, F. R. V., y Dias, M. A. (2017). Formação de professores de matemática: um contributo da engenharia didática (ED). *Revista Eletrônica de Educação Matemática - REVEMAT*, 12(2), 192-209. http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2017v12n2p192.

Ando, R. D. S. J. (2012). *Formação continuada e ensino de álgebra: reflexões de professores da educação básica sobre itens do SARESP*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo.

Artigue, M. (1988). Didactical engineering. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 9(3), 281-308. Grenoble: La Pensée Éditions.

Artigue, M. (1996). Engenharia Didática. In Brun, J. *Didática das Matemáticas.* Lisboa: Instituto Piaget, cap. 4, pp. 193-217.

Bardin, L. (1977). *Análise de conteúdo*. Universidade da França. Tradução de Luís Antero Reto e Augusto Ribeiro.

Bittar, M. (2017). Contribuições da teoria das situações didáticas e da engenharia didática para discutir o ensino de matemática. In Teles, R. A. M., Souza, R. E., Borba, R., y Monteiro, C. E. F. *Investigações em didática da matemática*. Recife: Editora UFPE.

Brasil. (2018). *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: Ministério da Educação e da Cultura.

Brasil. (1997). *Parâmetros curriculares nacionais: matemática*. Brasília: Ministério da Educação e da Cultura - Secretaria de Educação Fundamental.

Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2), 33-116.

Brousseau, G. (2011). La théorie des situations didactiques em Mathématiques. *Éducation & Didactique,* 5(1), 101-104.

Carneiro, J. C. D. S. (2014). *Utilização do Geogebra na construção de instrumentos Elipsógrafo.* Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional). Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro.

Diaz-Urdaneta, S., Kalinke, M. A., y Motta, M. S. (2019). A Transposição Didática na elaboração de um objeto de aprendizagem no GeoGebra. *#Tear: Revista de Educação Ciência e Tecnologia,* 8(2), 1-12.

Freitas, J. L. M. (2008). Teoria das Situações. In Machado, S. D. A. (Ed.). *Educação Matemática: uma (nova) introdução.* São Paulo: EDUC, pp. 65-87.

Gil, K. H. (2008). *Reflexões sobre as dificuldades dos alunos na aprendizagem de álgebra*. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática). Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

House, P. A. (1995). *Álgebra: ideias e questões*. In Coxford, A. F., & Shulte, A. P. (Eds.). *As ideias da álgebra*. Traduzido por Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual.

Iezzi, G. (2013). *Fundamentos de matemática elementar*. Volume 1: Conjuntos e funções. São Paulo: Atual.

Portal da OBMEP. (2021). *Função Afim – Caderno de Exercícios*. Recuperado de: https://portaldaobmep.impa.br/index.php/modulo/ver?modulo=35&tipo=4.

Kaput, J. J. (2008). What is Algebra? What is Algebraic Reasoning? In Kaput, J. J., Carraher, D. W., & Kendal, M. (Eds.). *Algebra in the Early Grades.* New York: Lawrence Erlbaum.

Kuhn, M. C., y Lima, E. D. (2021). Álgebra nos Anos Finais do Ensino Fundamental: reflexões a partir dos PNC e da BNCC para construção do pensamento algébrico significativo. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática - REnCiMa,* 12(3), 1-23.

Lima, P. D. C. (2017). Uma meta-análise de artigos sobre o ensino e a aprendizagem de função na Educação Básica publicados, por pesquisadores brasileiros, nos últimos dez anos, na revista Educação Matemática Pesquisa. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

Lopes, S. R. T. (2021). *O ensino da álgebra na Educação Básica sob um olhar de professores da rede estadual de Goiás.* Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Federal de Goiás, Goiânia.

Moysés, L. (2006). *Aplicações de Vygotsky à Educação Matemática*. Campinas: Papirus.

Ribeiro, A. J., y Cury, H. N. (2015). *Álgebra para a formação do professor: explorando os conceitos de equação e de função.* Coleção Tendências em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica Editora.

Santos, A. P. R. A., y Alves, F. R.V. (2017). A Teoria das Situações Didáticas no ensino de Olimpíadas de Matemática: uma aplicação do teorema de Pitot. *Indagatio Didactica*, 9(4), 279-296.

Sousa, R. C., Silva, J. G. A., Alves, F. R. V., Fontenele, F. C. F., y Menezes, D. B. (2021). Teoria das Situações Didáticas e o ensino remoto em tempos de pandemia: uma proposta para o ensino do conceito de volume por meio da plataforma Google Meet e o software GeoGebra. *Revista Iberoamericana de Tecnología en Educación y Educación en Tecnología – TE&ET*, 28, 174-183. 10.24215/18509959.28.e21.

Sousa, R. C., Alves, F. R. V., y Fontenele, F. C. F. (2020). Engenharia didática de formação (EDF): uma proposta de situação didática do ENEM com o uso do software GeoGebra para professores de matemática no Brasil. *Revista*

Iberoamericana de Tecnología en Educación y Educación en Tecnología, 26, 90-99. 10.24215/18509959.26.e10.

Souza, R. G., Rodrigues, E. A., y Andrade, J. S. (2022). As dificuldades relacionadas à interpretação da linguagem algébrica no 8º ano. *Conjecturas*, 22(1), 113–131. 10.53660/CONJ-472-539

Francisca Narla Matias Mororó
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Brasil
narlamatiasm@gmail.com

Francisco Régis Vieira Alves
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Brasil
fregis@ifce.edu.br

Francisca Cláudia Fernandes Fontenele
Universidade Estadual Vale do Acaraú, Brasil
claudiafontenele05@gmail.com

Renata Teófilo de Sousa
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Brasil
rtsnaty@gmail.com