

El universo armónico platónico (Ti. 35b-36b) según Nicómaco de Gerasa (Harm. VIII; pp. 250.3-252.2 Jan)*

FUENSANTA GARRIDO DOMENÉ

Universidad de Huelva
fuengarrido@gmail.com

De todo el repertorio de diálogos platónicos que se conocen, el *Timeo* o *De la naturaleza* es, con toda probabilidad, uno de los más complejos, ya que su contenido examina al detalle el problema cosmogónico, el físico y el antropológico. De esta suerte, Platón vuelve a revisar, a través de sus páginas, una parte importante de su pensamiento físico-filosófico. Quizá por ello se haya considerado al *Timeo* como el documento platónico que más influencia causó en la filosofía y ciencias coetáneas al filósofo de Atenas y posteriores, convirtiéndose en objeto de estudio y comentario por parte de cálamos preeminentes ya desde la Antigüedad.

En este sentido, se aceptan como primeros receptores en la antigua Academia a Jenócrates de Calcedonia y a su discípulo, Crantor de Cilicia. Para el filósofo de Estagira, el influjo platónico de la física y la ontología del *Timeo* en su propia doctrina es evidente, pese a su insistente y consabido alejamiento del que fuera su maestro. El mismo efecto platónico puede atribuirse al tratado *De sensibus* o *Sobre las sensaciones* de Teofrasto de Éreso, así como a Numenio de Apamea y a sus fragmentos conservados. Otros autores honraron a Platón y a su obra por medio de una redacción del *Timeo* en su propia lengua o en la lengua considerada entonces propia de la cultura. Así, Cicerón llevó a cabo una traducción latina del texto griego bajo el título *Timaeus* y, más tarde, Calcidio elaboró una traducción comentada de la misma obra platónica¹. En cuanto a los comentarios, amén del ya citado, Plutarco de Queronea dedicó su *De animae procreatione in Timaeo* a intentar plasmar por escrito una explicación a tan complicado texto. Con todo, el Neoplatonismo o Neopitagorismo fue el movimiento que más cuidado prestó al *Timeo*, llegando a considerar este diálogo como su fuente fundamental.

* Recibido em 18-11-2012; aceite para publicação em 16-01-2013.

¹ No obstante, la labor traductora de Calcidio no abarca el texto original platónico, sino que se limita a la primera mitad, i. e., desde el inicio, 17a, hasta 57c.

De esta manera, Plotino le dedica dos lugares² en su colección de escritos compilados por Porfirio y que causarán una gran influencia en Macrobio³, si bien Proclo fue quien más atención prestó al *Corpus Platonicum*, en general, y al *Timeo* en particular⁴.

Al margen de todas estas referencias generales a las traducciones, alusiones y/o estudios sobre el diálogo platónico dedicado a la naturaleza, contamos con otra serie de atenciones por parte de autoridades de la Antigüedad hacia aspectos concretos de la filosofía de Platón plasmados en lugares precisos del mismo. Uno de ellos es el que ofrece el músico y matemático neopitagórico Nicómaco de Gerasa (ca. 80 a.C.-ca. 140 ó 150 d.C.) en el capítulo VIII de su *Ἀρμονικῆς ἐγχειρίδιον*⁵ bajo el epígrafe Ἐξήγησις τῶν ἐν Τιμαίῳ ἀρμονικῶς εἰρημένων “Comentario de lo dicho en el *Timeo* con relación a la harmónica”. Éste se centra en la definición y explicación, según la doctrina platónica, de las medias o proporciones –la aritmética, la harmónica y la geométrica– empleadas por Platón para construir la armonía pitagórica⁶. En su redacción, hay común acuerdo en que Nicómaco cambió la afirmación platónica de que la cuarta se completaba con tonos y *leimmata*, haciéndole decir sólo que la distancia entre la cuarta y la quinta resultaba ser un tono. La demostración nicomaquea de que la proporción 6:8:9:12 contiene la media harmónica, aritmética y geométrica ocupa el resto del capítulo.

La inserción de este epígrafe refleja, por un lado, la constante preocupación de nuestro autor por conciliar las escuelas pitagórica y platónica⁷, al tiempo que, por otro, supone una ruptura con la lógica lectora en el sentido de que, en vista del contenido del capítulo anterior (la función musical del semitono y el importante papel que éste desempeña en las inversiones de los tetracordios), se esperarí­a que Nicómaco se dedicara ahora a la determinación matemática del semitono por parte de Pitágoras⁸. La táctica del geraseno resulta ser la de la distracción, pues dirige la atención de su noble

² II 1 y IV 1-5.

³ Vid., por ejemplo, *In Somn.* I 3.17; II 3.15; XII 1.11; CVII 11.1-2.

⁴ In *Platonis Timaeum commentariis*. Edición de E. Diehl, Leipzig, 1903-1906.

⁵ Pese a la fama del geraseno como autor y estudioso matemático, Nicómaco también se dedicó al estudio de la música bajo el prisma de Neopitagorismo. De esta suerte, al margen de sus escritos sobre aritmética (*Ἀριθμητικὴ εἰσαγωγή* y *Θεολογούμενα ἀριθμητικῆς*, una obra que nos ha llegado mutilada por transmisión indirecta y traducida al latín por Boecio), contamos con este *Ἀρμονικῆς ἐγχειρίδιον* y con *Ἀρμονικὸν ἐγχειρίδιον*, un pequeño escrito del que se extraen una serie de fragmentos que componen los llamados *Excerpta ex Nicomacho* atribuidos a nuestro autor. Este tratado musical es, junto con el pseudo-aristotélico *Problemata*, la *Sectio canonis* y el pseudo-plutarqueo *De musica*, el único escrito completo que existe entre el periodo que va desde las obras harmónicas de Aristóxeno de Tarento y de Claudio Ptolomeo.

⁶ K. VON JAN (*Musici scriptores Graeci (MSG). Aristoteles, Euclides, Nicomachus, Bacchius, Gaudentius, Alypius et melodiarius veterum quidquid exstat. Recognovit*, 1995 [=Leipzig, 1985], pp. 219-220) considera que este capítulo no formaba parte de la disposición y composición originaria del tratado nicomaqueo, algo de lo que después se retracta.

⁷ Cf. L. ZANONCELLI, *La manualistica musicale greca*, Milano, 1990, pp. 135-139.

⁸ Cf. F. R. LEVIN, *Nicomachus. Manual of Harmonics. Translation and Commentary*, New York, 1994, p. 109.

pupila y destinataria del tratado⁹ a las estructuras matemáticas platónicas del *Timeo*, en vez de ocuparse del semitono y de los problemas que plantea su reglamentación matemática¹⁰.

Prácticamente la totalidad de la crítica moderna está de acuerdo en la intencionalidad base de este capítulo: llegados al punto en el que las leyes abstractas de la teoría y la lógica musical casan con las matemáticas, coincidiendo con intervalos musicales concretos de cuartas, quintas y octavas y dando lugar a objetos sensibles de una belleza particular, era menester dar a conocer los medios para discernir la apariencia de la belleza, en particular, y de la realidad absoluta de la belleza, en general¹¹. Así, consciente de lo sensitivo del conocimiento de la apariencia de la belleza y, a su vez, de lo mental de la comunicación y conocimiento de su realidad, Nicómaco hizo uso del texto platónico para dirigir a su discípula a la realidad de esta belleza expresada por las leyes matemáticas de concordancia.

Pero, ¿por qué el *Timeo*? Quizá porque en él Platón dio un nuevo sentido al universo armónico extremadamente sensitivo de Pitágoras, sin pruebas empíricas y sin conocimiento musical *a priori*, sino sólo con las matemáticas, confinándolo en los límites establecidos matemáticamente de cuatro octavas y una sexta mayor¹². Según Nicómaco, Pitágoras, luego de hallar la manera de expresar las relaciones musicales en términos matemáticos, forjó un ideal utópico, casi quimérico, a la manera de un cosmos totalmente cerrado y contenido en sí mismo donde todo encajara para formar una unidad perfecta¹³. Dicha verdad era susceptible de ser explícita, coherente, cognoscible y absoluta por el hecho único de estar arraigada en la verdad matemática, lo que aseguraba, de otro lado, la nula refutación por los sentidos.

De cualquier manera, el pasaje platónico seleccionado por Nicómaco es denominado por el propio geraseno como *Psicogonía* o *Generación del*

⁹ Sabemos de tres propuestas en lo que a la identificación de la pupila de Nicómaco se refiere: una pitagórica, teoría que se basa en el catálogo de miembros femeninos aceptada por los componentes de la secta (Iamb., *V.P.* CCLXVII 66-77); una dama innominada; o la emperatriz Plotina Augusta, esposa del emperador Trajano. Vid. CH. E. RUELLE, *Collection des autres grecs relatifs à la musique*, Vol. II, *Nicomache de Gêrase. Manuel d'Harmonique*, Paris, 1880, p. 10, n. 2; M. L. D'OUGE et al., *Nicomachus of Gerasa. Introductio to Arithmetic*, New York, 1926, pp. 76-77; W. C. McDERMOTT, "Plotina Augusta and Nicomachus of Gerasa", *Historia*, 26, 1977, pp. 192-203; y F. R. LEVIN, *The Harmonics of Nicomachus and the Pythagorean Tradition*, American Classical Studies, no. 1 University Park, The American Philological Association, 1975, pp. 17-18.

¹⁰ Cf. F. R. LEVIN, op. cit., 1994, pp. 109-123. No obstante, no es ésta la única explicación de la autora sobre la presencia de este capítulo en la obra musical de nuestro autor.

¹¹ F. R. LEVIN, *ibid.* Éstas residían en leyes absolutas, inmutables y eternas, al tiempo que aquéllas eran aprehendidas en consonancias particulares (cuarta, quinta y octava), siendo varios los tonos que establecen.

¹² F. R. LEVIN, *ibid.* y W. D. ANDERSON, *Ethos and Education in Greek Music*, Cambridge, 1966, p. 193.

¹³ Cf. D.L. VIII 48, según el cual Pitágoras fue el primero en hablar del cielo (οὐρανός) como un cosmos, una construcción "bien ordenada", donde el Sol, la Luna, los planetas y la Tierra están perfectamente dispuestos. Por eso, es considerado como un universo. Cf. A. E. TAYLOR, *A Commentary on Plato's Timaeus*, Oxford, 1928, pp. 65-66.

*Alma*¹⁴ – en este caso, el alma del cosmos – por el Demiurgo o Maestro Artesano a partir de lo Mismo, lo Otro y el Ser¹⁵. Referencias a este pasaje en cuestión las hallamos ya desde Adrasto¹⁶, así como en el pseudoplatarqueo *De musica*, 1138C-1139A, donde Sotérico expone los conocimientos musicales de Platón tomando como base el texto del *Timeo*. Arístides Quintiliano dedica los primeros cinco capítulos del tercer libro de su obra musical a la llamada “música aritmética”¹⁷. Boecio, en fin, consagró los capítulo 14-17 del segundo libro de su obra musical a la cuestión de las proporciones planteadas por Platón.

Gran parte de la crítica considera que en estas líneas la fuente en la que se basa el músico de Gerasa está mal citada y, por tanto, mal interpretada¹⁸. La mención que nuestro autor hace del pasaje platónico omite una parte importante de la descripción de la creación del alma del mundo por parte del filósofo ateniense. F. R. Levin ve en este error de Nicómaco un *lapsus memoriae* sin duda provocado por la prisa en la composición del tratado, si no un error de cita deliberado, en tanto que sugiere que el análisis platónico de la construcción de la escala diatónica era menos completo que el de los pitagóricos¹⁹. Sea como fuere, lo cierto es que en este capítulo del tratado musical Nicómaco reduce la disposición platónica de una escala diatónica completa al esquema de una octava, i. e., cuarta-tono-cuarta, o quinta más cuarta, donde su diferencia es el tono (9:8). Por este motivo, ofrecemos a continuación un cuadro comparativo de ambos textos, subrayando la parte platónica respetada por Nicómaco y resaltando en cursiva la sección del texto original que no sigue y que, por tanto, versiona:

¹⁴ Parece ser que el término mismo *Psicogonía* no fue empleado en este contexto antes de la época de Plutarco y del geraseno.

¹⁵ *Ti.* 35a-36b. Cf. Nicom., *Exc.* VII, pp. 278.10-279.17 Jan, donde Nicómaco trata estas mismas materias y atribuye el descubrimiento de esta composición tripartita del alma a Pitágoras.

¹⁶ Ap. Theo Sm. 64-65.

¹⁷ Especialmente III 1, pp. 94-96 W.-I., que versa sobre la construcción numérica de la cuarta y del intervalo 256:243 del *Timeo* de Platón, además de la determinación de las proporciones de las consonancias de octava (διὰ πασῶν), quinta (διὰ πέντε, llamada por los pitagóricos δι' ὄξεϊα ο δι' ὄξειῶν χορδῶν), octava y quinta (δις διὰ πέντε), cuarta y doble octava (τρὶς διὰ τεσσάρων), y de la determinación numérica de los intervalos de tono, semitono y *diesis* (δίεσις); III 4 y 5, pp. 99-101 W.-I., sobre la justificación matemática del carácter consonante de los intervalos doble (διπλάσιον διάστημα), epítrito (ἐπίτριτον διάστημα) y hemiólico (ἡμιόλιον διάστημα), así como de la proporción aritmética, geométrica y harmónica; y III 24, pp. 125-128 W.-I., un comentario del pasaje relativo a la construcción del alma en el *Timeo* de Platón. Sobre todas estas consonancias, vid. S., MICHAELIDES, *The Music of Ancient Greece. An Encyclopaedia*, London, 1978, s. u. “symphonia-symphonoi”.

¹⁸ M. ΜΕΙΒΟΜΙΟΥΣ, “Νικομάχου Γερασσηνοῦ Πυθαγορικοῦ Ἀρμονικῆς Ἐγχειρίδιον. Nicomachi Geraseni Pythagorici Harmonices Manuale. Marc. Meibomius primus uertit, ac notis explicauit”, en *Antiquae musicae auctores septem. Graece et Latine. Marcus Meibomius restituit ac notis explicauit, Amstelodami, I-II vol. Apud Ludouicum Elzeuiriūm*, 1652, p. 50; F. R. LEVIN, op. cit., 1975, pp. 86-92; A. BARKER, *Greek Musical Writings*, Vol. II, “Harmonic and Acoustic Theory”, Cambridge, 1989, pp. 245-247 y p. 259, n. 60; J. GODWIN, *The Harmony of the Spheres*, Vermont, 1993, p. 410, n. 11.

¹⁹ Op. cit., 1975, p. 87.

PL., Ti. 35B-36B²⁰

ὥστε ἐν ἐκάστῳ διαστήματι δύο εἶναι μεσότητας, τὴν μὲν ταυτῷ μέρει τῶν ἄκρων αὐτῶν ὑπερέχουσαν καὶ ὑπερεχομένην, τὴν δὲ ἴσῳ μὲν κατ' ἀριθμὸν ὑπερέχουσαν, ἴσῳ δὲ ὑπερεχομένην. ἡμιολίων δὲ διαστάσεων καὶ ἐπιτρίτων καὶ ἐπογδόων γενομένων ἐκ τούτων τῶν δεσμῶν ἐν ταῖς πρόσθεν διαστάσεσιν, τῷ τοῦ ἐπογδοῦ διαστήματι τὰ ἐπίτριτα πάντα συνεπληροῦτο, λείπων αὐτῶν ἐκάστου μόριον, τῆς τοῦ μορίου ταύτης διαστάσεως λειφθείσης ἀριθμοῦ πρὸς ἀριθμὸν ἐχούσης τοὺς ὄρους ἕξ καὶ πενήτηκοντα καὶ διακοσίων πρὸς τρία καὶ τετταράκοντα καὶ διακόσια.

NICOM., HARM. VIII

ὥστε ἐν ἐκάστῳ διαστήματι <δύο> εἶναι <μεσότητας>, τὴν μὲν ταυτῷ μέρει τῶν ἄκρων αὐτῶν ὑπερέχουσαν καὶ ὑπερεχομένην, τὴν δὲ ἴσῳ μὲν κατ' ἀριθμὸν ὑπερέχουσαν, ἴσῳ δὲ ὑπερεχομένην. ἡμιολίων δὲ καὶ ἐπιτρίτων διαστάσεων διάστασιν τῷ τοῦ ἐπογδοῦ λείμματι συνεπληροῦτο.

Nótese las *variations* entre ambos textos, justificadas, quizá, por problemas de transmisión textual, por omisión voluntaria de Nicómaco con el fin de epitomizar o abreviar el texto platónico o, incluso, por proceder de un autor desconocido que hubiera resumido el texto platónico previamente y que sirve de fuente a Nicómaco.

Estas líneas excluidas y abreviadas²¹ son aquellas que tienen que ver con las medidas a través de las cuales Platón calculó la división del tetracordio y, concretamente, el cálculo del llamado *leimma*, propiamente intervalo “restante” después de introducir dos tonos, o intervalos epogdoicos, en la cuarta²².

A fin de poder seguir el razonamiento de Platón, reflejado en palabras de Nicómaco, es preciso aclarar el contexto en el que se inserta el pasaje en cuestión del *Timeo*. En efecto, en *Ti.* 35b-36b Platón, haciendo uso de las progresiones aritmética, geométrica y harmónica, dispuso una serie de notas por las que el Alma del Mundo se dividía en intervalos harmónicos²³. Ello suponía que el intervalo de cuarta estaba formado por dos tonos, cada uno en la proporción epogdoica del tono (9:8) y un resto –*leimma*– representado por la proporción 256:243. Así, Platón logró construir la armonía del Alma del Mundo mediante una sección de la escala diatónica, a saber, un tetracordio diatónico compuesto de dos tonos y un semitono.

Lo que subyace detrás de la construcción platónica de la escala diatónica es que ambas medias o progresiones –la harmónica y la diatónica– se insertan entre cada uno de los dos términos de una serie derivada de la progresión 1-2-3-4-8-9-27, una combinación de dos numeraciones geométricas

²⁰ Sobre este pasaje, uid. TH. J. MATHIESEN, *Strunk's Source Readings in Music History*, Vol. I, *Greek View of Music*, New York, 1998, pp. 19-23.

²¹ *Ti.* 36a6-b5.

²² A toda la bibliografía apuntada a lo largo del presente artículo y dedicada al estudio y análisis de este pasaje, han de añadirse y, por tanto, considerarse los trabajos de J. GODWIN, op. cit., pp. 3-6 y 403-406, y de S. HAGEL, *Ancient Greek Music: A New Technical History*, Cambridge, 2009, especialmente las pp. 160-166.

²³ Sobre las tres formas platónicas de proporción, uid. Procl., *In Ti.* III 171.20-174.10. Cf. Sir T. HEATH, *A History of Greek Mathematics*, 2 vols., New York, 1981, Vol. I, pp. 85-90.

en las que la primera es de orden 2, ya que cada número es doble del anterior, y la segunda, de orden 3, donde cada número es triple del anterior:

Primera progresión geométrica: 1-2-4-8

Segunda progresión geométrica: 1-3-9-27

Así, estas relaciones unidas y ordenadas expresan la serie 1-2-3-4-8-9-27 que representaba la gran *tetraktys*²⁴, simbolizada por el número 27, esto es, la suma de la progresión 1-2-3-4-8-9. Según Plutarco²⁵, la representación de ambas sucesiones en un diagrama en forma la *lambda* en el que, de un lado, se plasman los intervalos dobles de Platón y, de otro, sus intervalos triples, era ya algo tradicional (imagen 1).

A su vez, los componentes de esta serie encarnan la proporción que produce la octava (2:1), la octava y la quinta (3:1), la doble octava (4:1), la triple octava (8:1), la quinta (3:2), la cuarta (4:3) y el tono (9:8)²⁶. En términos musicales, en cambio, estamos hablando de cuatro octavas y una sexta mayor, tal como apuntábamos anteriormente²⁷.

Teniendo en cuenta estas premisas, lo que nos cuenta Nicómaco con más detalle es que Platón localizó en cada intervalo de octava la media harmónica, por la que se define el intervalo de cuarta (4:3), y la media aritmética,

²⁴ Por Sexto Empírico (*M. IV 3*) sabemos que la *tetraktys* era la suma de los cuatro primeros números, lo que hacía de este número perfecto la fuente de la naturaleza imperecedera y la base del juramento de la Secta. En el ámbito musical, la *tetraktys* gozaba de una consideración única en tanto en cuanto se suponía que contenía todas las consonancias. Teón de Esmirna consagra no pocas páginas a explicar hasta once tipos de *tetraktys* (Theo Sm. 96-106). Nicómaco de Gerasa dedica los *Exc. V-VIII*, pp. 275.16-280.11 Jan, a remarcar la importancia de la *tetraktys* de manera general y, en concreto, el *Exc. VII*, pp. 378.10-279.17 Jan, a detallar su descripción. Sobre este aspecto de la música pitagórica, uid. especialmente E. DELATTE, *Études sur la littérature pythagoricienne*, Paris, 1915, pp. 249-268; P. KUCHARSKI, *Étude sur la doctrine pythagoricienne de la tétrade*, Paris, 1952, pp. 31-39; Sir T. HEATH, op. cit., Vol. 1, p. 75; y A. BARBERA, "The Consonant Eleventh and The Expansion of the Musical Tetraktys", *Journal of Music Theory*, 28, 1984, pp. 191-224.

²⁵ *Moralia*, 1017. Vid. R. L. BRUMBAUGH, *Plato's Mathematical Imagination: The Mathematical Passages in the Dialogues and their Interpretation*, University of Indiana, 1954, p. 227; E. G. McCLAIN, *The Pythagorean Plato: Prelude to the Song Itself*, York Beach, 1978, p. 63, que continúa hasta el infinito todos los productos integrantes de 2 y 3 en "progresiones geométricas continuas" de 1:2, 2:3 y 1:3. Cf. Theo Sm. 93.25-99.16.

²⁶ Estos intervalos no eran desconocidos para los músicos y musicógrafos griegos, si bien unos eran tenidos por consonantes y otros por disonantes. Los pitagóricos, por su parte, consideraban consonantes aquellos intervalos expresados por las proporciones más simples, a saber: la octava (2:1), la quinta (3:2), la cuarta (4:3), la doceava (octava y quinta, 3:1), la doble octava (4:1) y la onceava (octava y cuarta, 8:3). Las consonancias, por tanto, estaban divididas en simples y compuestas. Las simples eran, según los autores antiguos, la cuarta y la quinta; las compuestas eran todas las demás, porque estaban compuestas de consonancias simples. Según Porfirio (*in Harm.* 96), Trasilio incluyó la octava entre las simples. Vid. S. MICHAELIDES, op. cit., s. u. "symphonia-symphonoi" y "homophonia-homophonoi".

²⁷ Para la determinación platónica de los intervalos harmónicos, uid. F. M. CORNFORD, *Plato's Cosmology. The Timaeus of Plato translated with a running commentary*, London, 1937, pp. 66-72, y A. E. TAYLOR, op. cit., pp. 138-141. P. H. MICHEL, *De Pythagore à Euclide. Contribution a l'Histoire des Mathématiques Préeuclidiennes*, Paris, 1950, pp. 387-399, se detiene a explicar detalladamente las distintas medias y proporciones.

por la que se determina el intervalo de quinta (3:2)²⁸. Esta afirmación corresponde a la parte del texto platónico respetada por el geraseno. A continuación, el Demiurgo completaría la distancia entre esos intervalos con el intervalo sobrante de tono (9:8), llamado por él *leimma*, dado que éste resulta ser la diferencia entre la quinta (3:2) y la cuarta (4:3). A su vez, esta segunda afirmación corresponde a la parte manipulada, intencionada o inintencionadamente, por el geraseno.

Es decir, partiendo de la mencionada serie (1-2-3-4-8-9-27) y aplicando a cada uno de los intervalos, entre sus números, el concepto de las dos medias (aritmética y geométrica), Platón completó la siguiente serie:

$$1 - 4:3 - 3:2 - 2 - 8:3 - 3 - 4 - 9:2 - 16:3 - 6 - 8 - 9 - 27:2 - 18 - 27$$

Dicha serie ha sido reconocida a lo largo de la historia de este texto como la estructura geométrico-musical del mundo, comparable a la *Harmonia mundi*²⁹.

A su vez, si equiparamos estos cálculos con las notas a partir de las relaciones expuestas, tendríamos lo siguiente, en sentido ascendente:

1	4:3	3:2	2	8:3	3	4
<i>Mi</i>	<i>La</i>	<i>Si</i>	<i>Mi</i>	<i>La</i>	<i>Si</i>	<i>Mi</i>

En definitiva, dos octavas que comprenden las consonancias más pequeñas, la de cuarta y la de quinta. Semejante progresión se repetiría hasta completar las cuatro octavas y la sexta mayor que marca el número 27.

Platón completó la escala diatónica aplicando la relación epogdoica o de tono (9:8) a cada número, para así obtener la nota inmediatamente superior.

$$1 \text{ (mi)} \times 9:8 = 9:8 \text{ (fa\#)}$$

$$9:8 \text{ (fa\#)} \times 9:8 = 81:64 \text{ (sol\#)}$$

A partir de ahí, las notas de la primera octava conformarían, según Platón, dos tetracordios disjuntos o una escala diatónica (imagen 2):

1	9:8	81:64	4:3	3:2	27:16	243:128	2
<i>Mi</i>	<i>Fa\#</i>	<i>Sol\#</i>	<i>La</i>	<i>Si</i>	<i>Do\#</i>	<i>Re\#</i>	<i>Mi</i>

Pero como la relación entre 4:3 y 81:64 no es exactamente de medio tono, para hallar el llamado intervalo restante o *leimma* Platón sustrajo dos tonos a la cuarta (imagen 3).

²⁸ Media aritmética es aquella que equidista de sus extremos en el mismo número y se calcula sumando los extremos y dividiendo esta suma entre dos. Media armónica es aquella que equidista de sus extremos en la misma proporción y se calcula según la siguiente expresión: $b = \frac{2ac}{a+c}$ siendo a y c los extremos del intervalo numérico.

²⁹ Cf. F. M. CORNFORD, op. cit., pp. 59-72.

Es de notar que Nicómaco emplea de forma incorrecta el término *leimma* al hacerlo referir al tono³⁰, lo que Ch. E. Ruelle³¹ justifica al alegar que ha de leerse *διαλείμματι* y no *λείμματι*, afirmación que ve apoyada en la traducción de este texto por el cálamo de Cicerón, que lo interpreta como *sesquialtero intervalo*³². Sea como fuere, en lo que la crítica está de acuerdo es en la errónea aplicación que Nicómaco hace del concepto de *leimma* a tono en la proporción epogdoica (9:8), pues para Platón no es sino lo que completa el tetracordio y no la diferencia entre la quinta y la cuarta. De ahí que el *leimma* tenga relevancia sólo en la división del tetracordio, aplicándose al semitono en toda su imperfección, esto es, en que no es la exacta mitad de un tono (9:8), matemáticamente hablando³³. En *Exc. II*, Nicómaco demostrará a través de cálculos matemáticos que, efectivamente, el semitono no es medio tono exacto y, al mismo tiempo, que el *leimma*, igualado ahora a la condición de tono, resulta ser más pequeño que un auténtico medio tono³⁴.

La aplicación y explicación de aquellas dos medias nos las proporciona el propio Nicómaco. Así, la proporción harmónica (*ἀρμονική ἀναλογία*)³⁵ resulta formulada de la siguiente manera: dado un intervalo doble 12:6³⁶, entre sus extremos (6 y 12) existen dos números intermedios (8 y 9), estando el primero de ellos (8) en proporción harmónica con 6 y 12, puesto que 8 es igual a 6 más un tercio de éste, y también es igual a 12 menos un tercio de éste (imagen 4).

³⁰ Cf. M. MEIBOMIUS, op. cit., p. 50; F. R. LEVIN, op. cit., 1975, pp. 89-91 y op. cit., 1994, pp. 109-123; A. BARKER, op. cit., p. 259, n. 60; y Th. J. MATHIESEN, *Apollo's Lyre. Greek Music and Music Theory in Antiquity and the Middle Ages*, University of Nebraska, 2000, pp. 390-411.

³¹ Op. cit., p. 189, n. 3.

³² *Tim.* 23.9-24.5: "Sesquialteris autem intervallis et sesquiteritiis et sesquioctavis sumptis ex his conligationibus in primis intervallis sesquioctavo intervalo sesquiteritia omnia explebat, cum particulam singulorum relinqueret. Eius autem particulae intervalo relicto habebat <numerus ad> numerum eandem proportionem comparationem<que> in extremis, quam habent ducenta quinquaginta <sex> cum ducentis quadraginta tribus". Ésta es la traducción ciceroniana del texto platónico no respetado por Nicómaco, a saber, *Ti.* 36a6-b5.

³³ Téngase en cuenta que para los pitagóricos este término marcaba la diferencia entre el dítono (81:64) y la cuarta (4:3). Es más, al no ser el semitono la exacta mitad de un tono, el *leimma* (*λείμμα*) se consideraba "el semitono menor" y la *apotomé* (*ἀποτομή*) "el semitono mayor". De esta manera, los seguidores de Pitágoras manifestaban su repulsa y no aceptación del semitono como la mitad justa de un tono. Para un análisis de la división del tono y de los intervalos atribuido a una importante figura pitagórica como Filolao, uid. Boet., *Mus.* III 5 y 8, respectivamente; Cf. Theo Sm. 49 y 71. Para una mayor profundización sobre las implicaciones teórico-musicales del término *leimma*, uid. S. MICHAELIDES, op. cit., s. u. "leimma", "apotome" y "hemitonion", y P. REDONDO REYES, "La medida del *λείμμα* en la música griega antigua", *Florentia Iliberritana*, 14, 2003, pp. 295-314.

³⁴ Para la determinación matemática del *leimma* en época antigua, uid. Adrasto ap. Theo Sm. 63.25-72.20, especialmente 64.14-72.24.

³⁵ Téngase presente la *variatio* léxica del término "proporción": a lo largo de todo este tratado harmónico Nicómaco emplea la voz *λόγος* para referirse a ella; sin embargo, ahora hace uso de un término matemático que indica propiamente "proporción matemática" (*LSJ*), a saber, *ἀναλογία*. Cf. Arist., *E.N.* 1131a30-31. Es interesante este pasaje del estagirita porque, a continuación, establece las diferencias entre lo que él llama "proporción directa", cuyos cuatro términos son diferentes, y "proporción continua", con los mismos términos medios.

³⁶ Este intervalo corresponde a la proporción doble 2:1.

Con esto queda demostrada la primera parte de la afirmación platónica: ἐν ἐκάστῳ διαστήματι <δύο> εἶναι <μεσότητος>, τὴν μὲν ταυτῷ μέρει τῶν ἄκρων αὐτῶν ὑπερέχουσαν καὶ ὑπερεχομένην “en cada intervalo hay dos medios, uno que es superior e inferior a los extremos por la misma fracción”, ya que, por un lado, 8 supera a 6 en una tercera parte de éste y, por otro, 8 es superado por 12 también en una tercera parte de este último. Es decir: si la diferencia entre el término medio y el primer elemento representa una fracción dada del primer término, la diferencia entre el término medio y el último debe ser igual a la misma fracción del término medio. En otras palabras: para hallar la media armónica hay que dividir el doble producto de los extremos por su suma (imagen 5).

El propio Nicómaco ofrece su definición de esta media, aun añadiendo caracterizaciones diferentes de ella, en su tratado aritmético, en una explicación que corresponde a Teón³⁷. Así, según Nicómaco, entre las propiedades peculiares de la proporción armónica está el que la proporción del término mayor respecto al medio es mayor que la del medio respecto al menor, lo que demuestra, en términos de teoría musical, que la cuarta (calculada matemáticamente entre los extremos de la octava según la media armónica) es más pequeña que la quinta (imagen 6).

Ésta es la propiedad que hizo que la proporción armónica pareciera contraria a la aritmética³⁸. De cualquier manera, Nicómaco estudia, siguiendo a Teón³⁹, las formas de media y proporción mencionadas aquí, entre otras⁴⁰.

La concepción platónica de esta media parece remontar a Arquitas⁴¹, aunque F. R. Levin, por su parte, propone a Anaximandro como posible influencia del ateniense en su determinación de los intervalos armónicos⁴². Su suposición está fundamentada en un fragmento mutilado del milesio que versa sobre las medidas geométricas de los círculos celestes⁴³.

Esta media armónica, con todo, presenta un “rasgo peculiar” (ἴδιον), a saber, que la diferencia entre 12 y 8 (que es 4) es el doble que la existente entre 8 y 6 (que es 2), a más que la suma de 6 y 12 (que es 18) multiplicada por 8 da como resultado el doble del producto de los extremos (imagen 7).

Al parecer, estos cálculos adicionales no sólo son correctos, sino que además ayudan a dar el sentido de coordinación matemática⁴⁴. Por consi-

³⁷ Nicom., *Ar.* II 25. Cf. Theo Sm. 114.14 ss.

³⁸ Sobre la media armónica y su relación matemática con la media aritmética, uid. R. L. BRUMBAUGH, op. cit., pp. 217-18.

³⁹ Theo Sm. 113.9-119.21.

⁴⁰ Nicom., *Ar.* II 27-29.

⁴¹ Ap. Porph., in *Harm.* 96.6-17. Cf. A. BARKER, op. cit., p. 260, n. 61. Para los cálculos matemáticos de Arquitas de Tarento conducentes a la división de los géneros y de los tetracordios, uid. Ptol., *Harm.* I 13, pp. 30-31 Düring.

⁴² Op. cit., 1975, p. 91, n. 92.

⁴³ Cf. E. FRANK, *Plato und die sogenannten Pythagoreer. Ein Kapitel aus der Geschichte des griechischen Geistes*, Halle, 1923, pp. 166 y 268. Para un estudio del fragmento de Anaximandro y la problemática que implica, uid. Ch. H. KAHN, *Anaximander and the Origins of Greek Cosmology*, New York-London, 1960, pp. 61-62 y 94 ss.

⁴⁴ Cf. A. BARKER, op. cit., p. 260, n. 62.

guiente, Platón estableció la media armónica en la proporción 12:6, siendo esta media superior a 6 en la misma fracción e inferior a 12 (imagen 8).

En conclusión, la proporción que expresa esta relación es la de cuarta (imagen 9).

En cuanto a la media aritmética (ἀριθμητικὴ μεσότης)⁴⁵, su formulación es como sigue: dado el intervalo doble 12:6, entre sus extremos (6 y 12) existen dos números intermedios (8 y 9), estando el segundo de ellos (9) en proporción aritmética con 6 y 12, puesto que 9 es igual a la suma de los extremos dividido por 2 (imagen 10).

Así, queda igualmente demostrada la segunda afirmación del texto platónico: τὴν δὲ ἴσῳ μὲν κατ' ἀριθμὸν ὑπερέχουσιν, ἴσῳ δὲ ὑπερεχομένην “otro medio que es superior e inferior a los extremos por el mismo número”, ya que 9 supera a 6 en la misma cantidad que 9 es superado por 12, es decir, por el número 3. Dicho con otras palabras: la media aritmética resulta ser la suma de varias cifras dividida por el número total de éstas (imagen 11).

Esta media es, como dice Nicómaco, κατὰ τὴν παραμέσιν τεταγμένη “correspondiente a la parámese”⁴⁶. Como aquélla, también ésta presenta un “rasgo peculiar” y, si acaso, más complicado que el de la media armónica, pues ahora se cumplen las siguientes relaciones matemáticas:

- La suma de los extremos ($12+6 = 18$) es el doble que el término medio (9).
- El cuadrado del término medio es igual al producto de los extremos (o sea, 72) más el cuadrado de la diferencia de cada uno de cualquiera de ellos con el término medio ($12-9=3$; o bien $9-6=3$)⁴⁷ (imagen 12).

Así, la propiedad esencial que define una serie aritmética es, según Nicómaco⁴⁸, la igualdad de las diferencias entre sus sucesivos términos (imagen 13), lo que prueba que, en el campo de la música, el intervalo de quinta (calculado matemáticamente entre los extremos de la octava según la media aritmética), es mayor que una cuarta.

En conclusión, como Nicómaco explica de manera paralela a lo ya expuesto acerca de la media armónica, Platón determinó la media aritmética en la proporción 12:6, siendo ésta superior e inferior a los extremos por el mismo número (3) (imagen 14).

⁴⁵ De nuevo nos hallamos ante otra *variatio* léxica respecto a la media o proporción armónica, expresada con la forma ἀναλογία. Nicómaco prefiere, ahora, el término μεσότης, propiamente “media matemática” (*LSJ*), i. e., “número que resulta al efectuar una serie determinada de operaciones con un conjunto de números y que, en determinadas condiciones, puede representar por sí solo a todo el conjunto” (*DRAE*).

⁴⁶ Cf. M. MEIBOMIUS, op. cit., p. 50, que ya resaltó la identificación nicomacoea de estas dos medias dentro de la estructura “escalar” del octacordio de Pitágoras, “in quo numerus maximus XII respondet ipsi hypate; minimus VI, nete; medius Harmonicus VIII, mese; medius Arithmeticus IX, paramese”.

⁴⁷ Cf. Theo Sm. 113.22-25 y Nicom., *Ar.* II 27.3. M. MEIBOMIUS, *Ibid.*, anota lo siguiente a este respecto: “in vers. adde: quam qui ab extremis fit antelongior, hoc est, LXXII, toto a differentia”.

⁴⁸ *Ar.* II 23.1.

Concluye su explicación con una tercera media, la geométrica, que él llama “la proporción por excelencia” o proporción propiamente dicha⁴⁹, en tanto que la relación entre 12 y 8 es la misma que la que hay entre 9 y 6, que no es sino la relación hemiólica (3:2)⁵⁰ (imagen 15).

Esta proporción predominante, por tanto, contiene todos estos números.

La última relación numérica afirma que el producto de los extremos es igual al producto de los medios⁵¹ (imagen 16).

Sea como fuere, lo que interpretamos como “dos veces el producto de”, o “el doble producto de”, no es sino un número que es el producto de dos factores, de los cuales el primero es el mayor⁵², como por ejemplo: $8 \times 2 = 16$.

Nicómaco termina el capítulo VIII dejando a su discípula con la sensación de que Platón logró traducir matemáticamente lo que Pitágoras había formulado a partir de sus experimentos con instrumentos musicales⁵³. Sin embargo, del pasaje citado por nuestro autor se evidencia el logro de Platón, único hasta la fecha: completar todos los intervalos de cuarta con tonos, dejando en cada uno una fracción restante o *leimma*. Así, Platón completó todos los grados de una escala diatónica⁵⁴, una construcción, según Adrasto⁵⁵, que no pretendía ser sonada o escuchada por el oído humano.

En definitiva, y como conclusión, creemos que la imagen que de Platón ofrece Nicómaco, un “epitomizador suyo”, no es sólo la del filósofo que confiere a la doctrina matemático-musical una relevancia filosófica única, en cuanto que la ley de la armonía permite captar las más profundas raíces del Ser, sino también la del teórico capaz de dividir la octava acústica en una cuarta y en una quinta y de concluir que el tono es la diferencia entre esas consonancias más pequeñas que comprende la octava. Hay una tercera visión de Platón implícita en la intencionalidad de este capítulo: es la figura de peso utilizada por Nicómaco para corroborar las diversas operaciones de naturaleza meramente matemática realizadas por Pitágoras y descritas en los apartados anteriores, a saber, las dimensiones de la octava, de la cuarta,

⁴⁹ Cf. Nicom., *Ar.* II 24. La “excelencia” de esta tercera media reside, entre otros aspectos, en el hecho léxico de que Nicómaco la menciona y detalla empleando las voces que aplicó a las proporciones anteriores, a saber, la harmónica (*ἀναλογία*) y la aritmética (*μεσότης*). Cf. Adrasto ap. Theo 106.15-17: τούτων δὲ φησιν ὁ Ἄδραστος μίαν τὴν γεωμετρικὴν κυρίως λέγεσθαι καὶ ἀναλογίαν καὶ πρώτην “de éstas (sc. las medidas) Adrasto dice que la geométrica es la única que puede ser llamada propiamente proporción y es la primera”. Vid. Nicom., *Ar.* II 21 y 24, donde habla de las proporciones y de la que aquí nos ocupa; en *Ar.* II 29 la llama “la más perfecta”. Jámblico se refiere a ella como “musical”.

⁵⁰ Las relaciones 12:8, 9:6 y 3:2 son equivalentes, es decir, corresponden a la misma fracción de la unidad.

⁵¹ J. GODWIN, op. cit., p. 410, n. 11, considera este último cálculo un tanto forzado, puesto que, como dice, “a true analogy would place it at the square root of 72 – an irrational number, hence foreign Pythagorean mathematics”; cf. p. 430, n. 30.

⁵² Cf. Boet., *Arith.* II 27.1 y II 46.6.

⁵³ F. R. LEVIN, op. cit., 1994, pp. 122-123.

⁵⁴ La escala presentada por Platón resultó ser la más grande jamás empleada por los griegos, tanto a nivel teórico como práctico. Adrasto ap. Theo Sm. 64.1-66.14 cuenta que Aristóxeno intentó una afinación a lo largo de no más de dos octavas y una cuarta, esto es, el límite de la Escala Perfecta Mayor.

⁵⁵ Ap. Theo Sm., *Ibid.*

de la quinta y del tono halladas mediante pruebas empíricas por el maestro de Samos⁵⁶.

Sin embargo, es un hecho innegable los cálculos de Platón llevaban a la inexactitud total⁵⁷, pues demostraban que no había un centro exacto para la octava, ni una mitad exacta de un tono, ni una unión perfecta de opuestos ni racionalidad pura en el cosmos. Y aquí está –pensamos– una muy posible intención de Nicómaco al no citar el pasaje completo del *Timeo*, aceptando como intencionada tal epítome: ocultar a la vista lo que resultaba ser un hecho aplastante para los pitagóricos y para el pensamiento pitagórico⁵⁸.

IMÁGENES

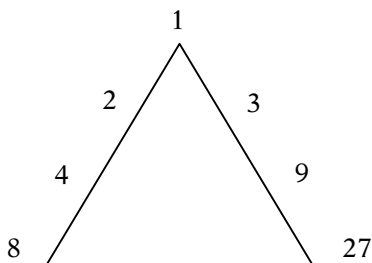


Imagen 1

⁵⁶ En este sentido, A. BARKER, op. cit., p. 259, n. 60, considera que el geraseno, lejos de infravalorar a Platón, está reconociéndolo a Platón como un pitagórico de honor.

⁵⁷ No se confunda, en este contexto matemático, la noción de “inexactitud” con la de “incorrección” en cuanto a “error matemático”. Los cálculos (correctos) de Platón le llevaron a un mundo de inexactitudes matemáticas conducentes, en último término, a la conclusión de la inexistencia del centro exacto de la octava. Considérese, además, que Nicómaco no era un pitagórico “ortodoxo”, puesto que, efectivamente, en el siglo II d. C. los avances en cálculos matemáticos dejaban obsoleta la perseguida perfección del mundo pitagórico. De ahí, pensamos, que los pitagóricos ortodoxos se sintieran aplastados ante tal profusión de medidas y cálculos que llevan a un mundo de inexactitudes tales, que podían, incluso, hacer pensar que la música no podía tener sentido matemático. Presuponemos, en fin, que dicha realidad “incómoda” de inexactitudes es la que provocó el esfuerzo por aquilatar el tamaño del *leimma* y de la *apotomé*, así como de otros microintervalos, lo que es un hecho aceptado por la geometría y un lugar común en la tratadística musical, como lo prueba el hecho de los intentos de varios autores, como Aristides Quintiliano o los citados por Porfirio.

⁵⁸ Estamos convencidos de que, al menos en el pitagorismo temprano emulado en estas líneas nicomaqueas, los pitagóricos e incluso el propio Pitágoras eran conscientes de estas carencias y errores, faltas que debían mantenerse en secreto y no salir de la Secta bajo pena, cuanto menos, de expulsión. Según una leyenda, Hipaso de Metaponto, un discípulo de Pitágoras que demostró la irracionalidad de $\sqrt{2}$, fue expulsado de la sociedad pitagórica por revelar la inexactitud y lo ilógico del semitono y, por tanto, por romper la regla de silencio propia de la Secta. Según otro relato, murió ahogado en el mar por este delito. Cf. A. E. TAYLOR, op. cit., p. 141.

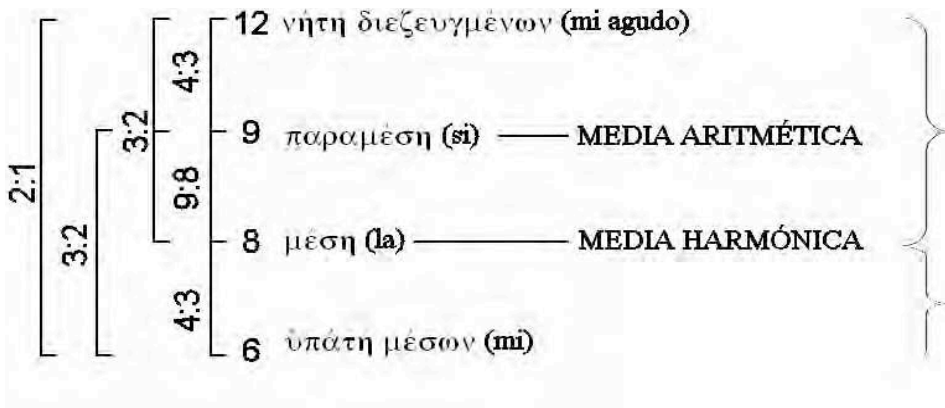


Imagen 2

$$\frac{4}{3} : \left(\frac{9}{8} \times \frac{9}{8} \right) = \frac{4}{3} : \frac{81}{64} = \frac{256}{243}$$

Imagen 3

$$6 + \frac{6}{3} = 6 + 2 = 8 \qquad 12 - \frac{12}{3} = 12 - 4 = 8$$

Imagen 4

$$b = \frac{2 \cdot a \cdot c}{a + c}$$

Imagen 5

$$\frac{12}{8} > \frac{8}{6}$$

Imagen 6

$$\begin{array}{l} (6+12) \times 8 = 18 \times 8 = 144 \\ 6 \times 12 = 72 \end{array} \left| \begin{array}{l} 144 = 72 \times 2 \end{array} \right.$$

Imagen 7

$$\frac{12}{9} = \frac{8}{6}$$

Imagen 8

$$\frac{12}{9} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

Imagen 9

$$\frac{12+6}{2} = 9$$

Imagen 10

$$b = \frac{a+c}{2}$$

Imagen 11

$$9^2 = (12 \times 6) + 3^2 = 81$$

Imagen 12

$$\frac{12}{9} < \frac{9}{6}$$

Imagen 13

$$12 - 9 = 9 - 6 = 3$$

Imagen 14

$$\frac{12}{8} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

Imagen 15

$$(12 \times 6) = (9 \times 8) = 72$$

Imagen 16

ABSTRACT: To look through some aspects of the platonic mathematic-musical theory (*Timaeus*) in the eighth chapter of *Manual of Harmonics*, a musical theoretical treatise of the neopythagorean musician Nicomachus of Gerasa, with references to similar contemporary treatments of him.

KEYWORDS: ancient greek music; Nicomachus of Gerasa; Timaeus.