

# PROGRAMAS EFECTIVOS DE DESARROLLO PROFESIONAL DOCENTE. UN ESTUDIO DE CASO CENTRADO EN PROMOVER EN EL PROFESORADO EL DESARROLLO DE LA HABILIDAD DE MODELAR EN SUS ESTUDIANTES<sup>12</sup>

Elisabeth Ramos-Rodríguez

Natividad Adamuz-Povedano

Elvira Fernández de Ahumada

## RESUMEN

En Educación Matemática, un ámbito importante es el desarrollo profesional docente y, particularmente, la generación de programas de desarrollo profesional que sean efectivos y que impacten en la enseñanza del profesorado. Los principios de diseño de programas efectivos ofrecidos por la literatura han sido considerados en la configuración de un Diplomado que tenía como objetivo fortalecer la práctica del profesorado en relación al desarrollo de habilidades matemáticas en su alumnado. El objetivo de este estudio es analizar si el programa diseñado fue efectivo, desde el punto de vista del docente participante en relación al desarrollo de una habilidad matemática, indagando las propuestas de enseñanza presentadas por uno de los grupos de profesores, el que se centró en la habilidad de modelar, estudiando cómo estas planeaciones evolucionan en términos de las características de las tareas de modelación que formulan, en tres momentos claves: antes, durante y después del Diplomado. En un estudio de caso de un grupo de profesorado centrado en la habilidad de modelación matemática, se analizan las características de las tareas que propone el profesorado en tres momentos claves: antes, durante y después del diplomado. Los resultados ponen de manifiesto que el profesorado inicia el proceso desde una caracterización de la tarea con poca presencia de contextos reales y cercanos al alumnado. Sin embargo, conforme avanza el Diplomado, las propuestas van evolucionando, incluyendo dichos elementos. Además, el profesorado va otorgando mayor relevancia en el diseño de la clase una

---

<sup>12</sup> **Como citar:** Ramos-Rodríguez, E., Adamuz-Povedano, N. y Fernández de Ahumada, E. (2024). Programas efectivos de desarrollo profesional docente. Un estudio de caso centrado en promover en el profesorado el desarrollo de la habilidad de modelar en sus estudiantes. En M.D. Aravena-Díaz y D. Díaz-Levicoy (Eds.), *Modelación matemática y resolución de problemas: Retos y oportunidades* (pp. 131-154). Centro de Investigación en Educación Matemática y Estadística, Universidad Católica del Maule.

propuesta significativa para los estudiantes y acorde a sus diferentes niveles de habilidad matemática y, en general, a sus conocimientos.

*Palabras clave:* Modelación matemática; Programas de desarrollo profesional; Efectividad; Características de una tarea.

## INTRODUCCIÓN

Hay diversas aceptaciones de lo que implica el concepto de desarrollo profesional docente (DPD). En este estudio, se entiende como un proceso de aprendizaje y crecimiento personal y continuo que experimenta el docente, en el que participa por voluntad, alcanzando gradualmente confianza, autonomía, profundización en sus conocimientos y habilidades para mejorar su práctica de enseñanza de forma que pueda enfrentar desafíos de aprendizaje que surgen en el aula (Ávalos, 2011; Bautista y Ortega-Ruíz, 2015; Mizwell, 2010). Los programas de formación que se le ofrecen al profesorado juegan un rol importante a la hora de identificar cómo este evoluciona en su DPD (Ramos-Rodríguez, 2014). Desgraciadamente, la formación continua de profesores lleva tres décadas entregando resultados poco alentadores (cualitativa y cuantitativamente) con respecto a propuestas formativas exitosas, en cuanto a que propicien que los profesores mejoren sus prácticas y aún más decepcionantes en relación con el impacto en el aprendizaje de los alumnos de esos profesores (Darling-Hammond et al., 2017; Desimone y Pak, 2017; Montecinos, 2003; Vaillant, 2016).

Esto lleva a fomentar programas efectivos de DPD, definidos según el nivel de mejora de la enseñanza del docente participante y del nivel de mejora de los aprendizajes de sus estudiantes (Desimone y Pak, 2017; Montecinos, 2003), elementos clave del DPD.

Son numerosas las investigaciones centradas en identificar principios para programas efectivos de DPD (Loucks-Horsley et al., 1996; Korthagen et al., 2006; Reitzug, 2002). Ramos-Rodríguez et al. (2021) proponen principios de programas efectivos exclusivos para el ámbito de la Educación Matemática. Con este trabajo se pretende avanzar en esta línea, presentando evidencia de cómo estos principios se operativizan en un contexto específico. En concreto, en el año 2020, se diseñó, bajo la mirada de los principios para programas efectivos de DPD de matemáticas (Ramos-Rodríguez et al., 2021), un Diplomado realizado en Chile, cuyo propósito era fortalecer la práctica del profesor con relación al desarrollo de habilidades matemáticas en el estudiantado, que promueve el Ministerio de Educación de este país (resolver problemas,

representar, modelar y argumentar y comunicar). Al implementar dicho programa de DPD en modalidad virtual, surgieron las preguntas ¿el programa fue efectivo?, es decir, ¿logró impactar en la enseñanza de sus profesores participantes? Estas cuestiones llevan a proponer como objetivo estudiar si el programa diseñado fue efectivo. Dada la complejidad de la enseñanza, indagar en ella implica observar una amplia gama de aspectos de los docentes, como su conocimiento, su forma de interactuar con los estudiantes, o su reflexión sobre la práctica. Para este trabajo, concretamos el objetivo de estudio analizando las propuestas de enseñanza presentadas por uno de los grupos de profesores, el que se centró en la habilidad de modelar, estudiando cómo están evolucionando en términos de las características de las tareas de modelación que proponen, en tres momentos claves: antes, durante y después del Diplomado.

Se ha escogido al grupo que trabajó con la habilidad de modelar por diversos motivos. Autores como Chan (2013) y Borromeo-Ferri (2018) señalan que, aunque esta existe desde hace tiempo, los esfuerzos centrados en el profesorado a través de programas de DPD se han producido sólo en los últimos años. Por su parte, Cai et al. (2014) señalan que, en comparación con el profesorado en formación inicial, los programas de DPD para aquellos que están en ejercicio han recibido más atención desde el ámbito de la investigación ya que suelen formar parte de un proyecto financiado que contempla un estudio de investigación y evaluación vinculado a su finalización con éxito en un plazo previsto. En el ámbito de la formación inicial destaca el rol de la incorporación de material concreto para favorecer que futuros profesores puedan matematizar de mejor manera (Guerrero-Ortiz et al., 2018; Huincahue et al., 2018), donde se observa la necesidad de clarificar la ubicación de la modelación matemática (MM) en la formación inicial de profesores de manera explícita y la necesidad de que los profesores en formación experimenten situaciones de modelación y las resuelvan para poder adecuarlas y llevarlas al aula. En la misma línea, Zaldívar et al. (2017) declaran la importancia de que los profesores en formación y en ejercicio se enfrenten a este tipo de situaciones basadas en MM para que, a través de lo que puedan experimentar, reflexionen sobre las características y dificultades que se pueden dar en el aula, para buscar anticipadamente estrategias adecuadas de cómo enfrentarlas.

Existen dos retos principales entre los profesores a la hora de promover el uso de prácticas y actividades de MM en las aulas (Chan, 2013; Lesh y Doerr, 2003). En primer lugar, parece haber ideas erróneas o confusión entre los profesores respecto a lo que es la MM y sus prácticas (Blum, 2015; Cirillo et al., 2016). El modelado suele percibirse o interpretarse erróneamente como el

dibujo de un modelo o la representación paso a paso de la resolución de un problema matemático (Chan, 2013; Lesh y Doerr, 2003). En segundo lugar, la mayoría del profesorado en ejercicio está limitado por los sistemas tradicionales de evaluación, lo que se traduce en limitaciones para la gestión del tiempo y el aprendizaje de las actividades de MM en el aula (Lesh y Doerr, 2003).

Estos desafíos y problemáticas motivaron a organizar este estudio en torno al impacto que tuvo un programa específico de DPD en un grupo de docentes en ejercicio, cuyo propósito fue apoyarlos en el desarrollo de habilidades matemática en sus estudiantes. En específico, el objetivo de este estudio es analizar si el programa diseñado fue efectivo, desde el punto de vista del docente participante en relación al desarrollo de una habilidad matemática en los aprendices, indagando las propuestas de enseñanza presentadas por uno de los grupos de profesores, el que se centró en la habilidad de modelar, estudiando cómo estas planeaciones evolucionan en términos de las características de las tareas de modelación que formulan, en tres momentos claves: antes, durante y después del Diplomado.

## **CARACTERÍSTICAS DE UNA TAREA DE MODELACIÓN MATEMÁTICA**

El sustento teórico que apoya este estudio se basa en las características que debe tener una tarea de MM que debe diseñar e implementar el docente. Para ello, primero se debe dejar claro que se entiende por tarea escolar o tarea matemática, donde la literatura ofrece diversas perspectivas. Por ejemplo, Kuzniak et al. (2016) distinguen dos enfoques: el praxeológico, centrado en el conjunto de técnicas y saberes teóricos que permiten desentrañar la estructuración del dominio matemático; y el ergonómico y didáctico, que se refiere a la separación entre lo que se espera del alumno y lo que realiza efectivamente. Para este estudio, se ha adoptado la concepción de tarea matemática definida por Stein y Smith (1998) como “un segmento de actividad en el aula que se dedica al desarrollo de una idea matemática particular. Una tarea puede involucrar varios problemas relacionados o un trabajo extenso, hasta un período de clase completo en un solo problema complejo” (p. 268). Esta definición se ha elegido porque es consistente con la definición de tareas de modelación matemática presentada a continuación.

Dada la complejidad de procesos que involucran las actividades de modelación, primero que todo, se definirá que posición se tiene en este estudio respecto a la MM. La postura del estudio va en concordancia con Niss y Blum (2020), quienes manifiestan que quien se involucra en una tarea de MM debe ser capaz de resolver problemas, situaciones y fenómenos presentes en áreas,

disciplinas o prácticas distintas, es decir, en dominios o situaciones ajenas a las matemáticas, mediante la creación de un modelo matemático que representa los elementos principales de dicha situación con elementos matemáticos.

Ahora bien, se plantea la interrogante acerca de qué características debe tener una tarea de MM. Lesh et al. (2000), para el diseño de actividades que estimulan la modelación, centraron su atención en dos dimensiones: las características de las tareas y de sus soluciones.

Respecto a las características de la tarea, señalan que de acuerdo con el principio de realidad la tarea debe ser significativa para los estudiantes y estar acorde a sus diferentes niveles de habilidad matemática y en general, a sus conocimientos. Según el principio de prototipo efectivo, la actividad debe ser lo más sencilla posible. Según establecen los principios de autoevaluación y de documentación, también es necesario que incluya criterios que los estudiantes puedan usar para revisar sus modelos y crear documentación para revelar cómo resolvieron la tarea, respectivamente. Respecto a las características de las soluciones que deben fomentarse, el principio de construcción del modelo afirma que los estudiantes deben proporcionar una explicación o modelo explícito. Por último, el principio de habilidad compartida y reutilización establece que debe estimularse la producción de soluciones compartibles y reutilizables.

Por otro lado, también hay autores que consideran que las tareas que plantean problemas de estimación de grandes cantidades, o los llamados problemas de Fermi, son muy adecuados para introducir elementos de MM en los escolares (Ferrando et al., 2017). Estas tareas presentan una pregunta abierta, con poca información sobre la posible resolución, se consideran problemas no estándar que requieren que los estudiantes hagan suposiciones sobre la situación del problema y estimen las cantidades relevantes antes de realizar, a menudo, cálculos sencillos (Ärlebäck, 2009). Otras características atribuidas a los problemas de Fermi por algunos autores son su accesibilidad y/o autodiferenciación, lo que significa que el problema puede ser trabajado y resuelto en diferentes grados escolares, así como en diferentes niveles de complejidad (Kittel y Marxer, 2005). Además, como expresa Sowder (1992), no debe existir una respuesta exacta, sino que estos problemas deben ser contestados con una estimación, ya que la respuesta exacta no está disponible.

## **METODOLOGÍA**

Se realiza una investigación de carácter cualitativo, en donde se lleva a cabo un estudio de caso, analizando las características de las tareas propuestas en un plan de clases que va sufriendo

modificaciones a medida que avanza un grupo de profesores en un programa de DPD, es decir, cuando diseña, implementa y evalúa una clase centrada en la habilidad de MM dentro de un Diplomado centrado en el desarrollo de habilidades matemática en el alumnado. Se escoge como diseño metodológico el estudio de caso, dado que el objetivo apunta a ver lo particular por sobre lo general, capturando los elementos esenciales de un caso para comprender la complejidad de la práctica de enseñanza de la matemática, en este caso, sobre el desarrollo de habilidades matemáticas en el alumnado.

### Contexto del estudio

El contexto del estudio se encuadra en un Diplomado denominado “Desarrollo profesional desde el Estudio de Clases con foco en las habilidades matemáticas” implementado en una universidad de Chile. Este Diplomado se elaboró considerando los principios de programas efectivos para profesores de matemáticas (Ramos-Rodríguez et al., 2021) (Figura 1).

#### Figura 1.

##### *Principios para programas efectivos de desarrollo profesional para profesores de matemática*

- |   |
|---|
| <p>Principio 1. Enseñanza para el aprendizaje: se centra en la mejora de las prácticas educativas en pro del aprendizaje de la matemática de los estudiantes.</p> <p>Principio 2. Foco en el conocimiento: se centra en el conocimiento especializado del profesor de matemática y una visión de para qué enseñar matemática y cuál es la enseñanza efectiva de ella.</p> <p>Principio 3. Indagación y reflexión: requiere la indagación continua de la propia práctica, promoviendo reflexión sobre ella, sobre lo que aprenden los profesores y sobre cómo llevarlo al aula.</p> <p>Principio 4. Vínculos externos: proporciona un equilibrio y coherencia entre la matemática y el currículo, proveyendo de vínculos entre otros estamentos del sistema educativo, escuela, universidades y estudiantes/docentes. Los líderes directivos ofrecen apoyo proactivo para el DPD.</p> <p>Principio 5. Tiempo: involucra un tiempo suficiente para lograr apropiación y cambio (en las creencias, por ejemplo) de los docentes.</p> <p>Principio 6. Comunidades de práctica: se centra en las comunidades de práctica a través del intercambio de opiniones y trabajo colaborativo, en lugar de maestros individuales.</p> <p>Principio 7. Recogida de datos del aula: cuenta con instancia de recogida de datos del aula, incluir experimentación en el aula –investigación acción, por ejemplo.</p> <p>Principio 8. Facilitación de expertos: considera la participación de expertos (en lo posible que sean parte de los formadores) que ayuden a modelar la enseñanza efectiva de la matemática, valorando la autoridad de la experiencia como fuente de aprendizaje profesional.</p> |
|---|

Fuente: Ramos-Rodríguez et al. (2021)

Antes de las intervenciones de las formadoras en el Diplomado, se formar cuatro grupos, cada uno focalizado en una de las habilidades que se promueve desde el Ministerio de Educación de Chile. Luego, cada grupo diseña un plan de clase centrado en la habilidad escogida, para posteriormente socializar con pares y formadoras. El grupo que se estudia es el que elige la habilidad de modelar. Esto da origen al plan de clases P1.

Posterior a ello, el programa formativo tuvo dos Etapas (Figura 2). En la primera de ellas, denominada “Etapa de profundización y diseño” (una semana de duración), las formadoras profundizaron en las habilidades para lograr que los docentes adquirieran sustento teórico-didáctico para su implementación en el aula. Con ello, los grupos reformularon el plan de clases, manteniendo la habilidad seleccionada con anterioridad, dando origen a la planificación P2.

El programa de DPD continuó promoviendo a cada grupo que llevara a cabo el análisis didáctico (Rico, 2013) asociado a la clase diseñada, el que fue posteriormente socializado con sus pares y formadoras. Al finalizar esta semana, los grupos presentaron un informe con el análisis didáctico realizado y el plan de clases reformulado. De este informe se extrae el plan de clases P3.

La segunda Etapa del programa formativo, llamada “Etapa de Estudios de Clases” se basó en la metodología de Estudios de Clases, en la que, cada grupo, a partir de la clase diseñada en la primera Etapa, llevó a cabo ciclos de Estudios de Clases, donde se grabaron las implementaciones para ser analizadas con sus pares y formadores en el Diplomado, de manera que el grupo posteriormente se reúna para analizar y reflexionar los elementos que necesitan modificarse, lo que da origen a un plan de clases reformulado. Este proceso duró 6 meses, culminando con la entrega de un informe final donde cada grupo presentó sus reflexiones en torno a los ciclos de Estudio de Clases, las reformulaciones de las clases y el análisis de sus implementaciones. Aquí surge el plan de clases P4.

Estas dos Etapas que estructuran al Diplomado, es decir, la “Etapa de profundización y diseño” y la “Etapa de Estudios de Clases”, permiten que esté presente el principio 3 (indagación y reflexión), en especial a través de la metodología de Estudio de Clases, que además favorece la presencia del principio 6 (comunidades de práctica), donde se insta al intercambio de opiniones y trabajo colaborativo. Además, como se puede apreciar, el Diplomado consideró un tiempo suficiente para la apropiación de los temas a abordar, tanto disciplinarios como didácticos. Esto provoca que esté presente en el diseño del DPD el principio 5 (tiempo).

Dado que el propósito del Diplomado era fortalecer la práctica y el conocimiento

especializado del profesor respecto a las habilidades matemáticas, este consideró en su diseño el principio 1 (foco en la enseñanza) y el principio 2 (foco en el conocimiento).

Como se ha mencionado, el Diplomado gira en torno a las cuatro habilidades matemáticas que promueve el currículum nacional chileno. Este énfasis en un elemento del currículum provoca que esté presente en el diseño del programa formativo el principio 4 (vínculos externos), proporcionando un equilibrio y coherencia entre la matemática y el currículum.

Por otro lado, se aprecia en la Etapa 2 la importancia de la recogida de datos en el aula, proporcionando presencia al principio 7.

Por último, en su diseño, se consideró el principio 8: facilitación de expertos, es decir, se tomó en cuenta que el Diplomado fuese dirigido por formadoras expertas en didáctica de la matemática y en las habilidades matemáticas. Fue dictado inicialmente por tres especialistas en didáctica de la matemática, una de ellas, especialista en la habilidad de argumentar, otra de ellas, en la habilidad de resolver problemas y modelar y la tercera en la habilidad de representar. Posteriormente se incorporan otras dos formadoras, una de ellas especialista en la habilidad de modelar y la otra en la de resolver problemas.

### **Sujetos del estudio**

Participaron 22 profesores de primaria en ejercicio que realizan clases principalmente en colegios vulnerables de la V región de Valparaíso. Estos se inscribieron en el programa formativo por propia voluntad. De estos 22 profesores, este estudio se centra en un grupo compuesto por cuatro de ellos que se focalizaron en la habilidad de modelar, dejando para posteriores estudios el análisis de los otros grupos. La edad de los profesores del grupo fluctúa entre los 38 y 43 años, tienen entre 11 y 15 años de docencia. Tres de los cuatro profesores tiene como formación inicial el título de profesor de matemáticas de secundaria y han realizado un postgrado en alguna especialidad relacionada con la didáctica de la matemática.

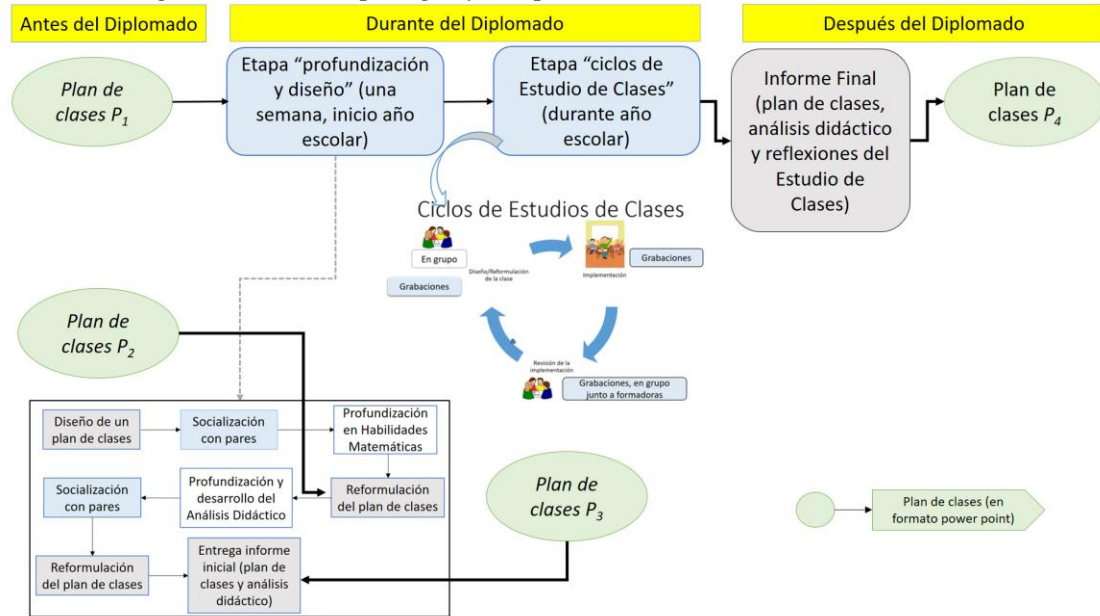
### **Recogida de datos**

Para la recogida de datos, se tiene como fuente cuatro documentos en powerpoint que contiene, el primero de ellos el plan de clases diseñado, y los tres siguientes, la reformulación realizada por el grupo antes, durante y después del Diplomado, como se indicó en la sección anterior. En la Figura 2, se ilustran los instrumentos de recogida de datos según el momento donde se aplica (antes,



durante o después del Diplomado).

**Figura 2.**  
*Instrumentos de recogida de datos, tipología y temporalidad*



Fuente: Elaboración propia

## Análisis de datos

Para el análisis de datos, se considera el método de análisis de contenido, considerando como unidades de análisis las tareas propuestas en el plan de clases para cada momento del Diplomado. Las categorías de análisis, que emergen de las características de una tarea de modelación, planteadas por Lesh et al. (2000), se detallan en la Tabla 1. Se escogen estas categorías dado que aportan una mirada sistémica de una tarea de MM.

**Tabla 1.**  
*Categorías de análisis empleadas en el estudio*

Categoría	Sub-categoría	Descripción
Características de las tareas	PR: principio de realidad la tarea	La tarea debe ser significativa para los estudiantes y estar acorde a sus diferentes niveles de habilidad matemática y en general, a sus conocimientos.
	PP: principio de prototipo efectivo	La tarea debe estar planteada de la forma más sencilla posible.

Características de las soluciones	PA: principios de autoevaluación	La tarea debe incluir criterios que los estudiantes puedan usar para revisar sus modelos
	PD: principio de documentación	La tarea debe promover en los estudiantes la creación de documentación para revelar cómo la resolvieron.
	PC: principio de construcción del modelo	La tarea debe permitir que los estudiantes puedan proporcionar una explicación o modelo explícito.
	PH: principio de habilidad compartida y reutilización	La tarea debe estimular la producción de soluciones compartibles y reutilizables.

Fuente: Elaboración propia.

Para la categorización de las producciones, se contempló una validación de contenido, considerando 9 expertos en didáctica de la matemática, con demostrados conocimientos en MM, tres doctores de Chile, dos estudiantes de doctorado de Chile, tres doctores de España y un Doctor de México. A cada uno de ellos se les envió un cuestionario que contenía las cuatro planificaciones propuestas por el grupo de docentes. Cada experto debía indicar, según una escala Likert de 1 a 5, el grado de presencia de cada uno de los principios propuestos por Lesh et al. (2000) en la formulación del plan de clases. La Figura 3 ejemplifica el modelo de cuestionario a responder por los expertos.

**Figura 3.**  
*Ejemplo de instrumento de validación aplicado*

	no presente	ligeramente presente	medianamente presente	presente	muy presente
PR: principio de realidad de la tarea	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
PP: principio de prototipo efectivo	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
PA: principios de autoevaluación	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
PD: principio de documentación	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Fuente: Elaboración propia

## ANÁLISIS

Los resultados se presentan de acuerdo con las características de las tareas propuestas por los

docentes antes, durante y después del Diplomado.

## Antes del Diplomado

En esta Etapa se cuenta con un plan de clases ilustrado en la Figura 4.

**Figura 4.**

*Plan de clases inicial, P<sub>1</sub>*

6TO BÁSICO

○ Eje: Patrones y álgebra.  
○ Cierre de la Unidad.

○ Objetivo de la clase: *Modelar una secuencia geométrica con una expresión matemática.*

**DESARROLLO:**

Para ayudar a complementar las respuestas de la situación anterior, analicemos la siguiente secuencia geométrica:

Fig. 1   Fig. 2   Fig. 3   Fig. 4

Preguntas de indagación:

- ¿qué figura geométrica observan en el dibujo? ¿por cuántas líneas esta formada?
- ¿cómo encontraron la figura 7?
- Si necesitamos encontrar la figura 100, ¿Cómo podríamos llegar a ella, sin dibujar?
- ¿qué operaciones matemática podríamos aplicar?

Figuras	Número de líneas
1	5
2	5*2=10
3	5*3=15
4	5*4=20
5	
6	
7	
8	
9	
10	

**CIERRE**

○ Se retoma el inicio de la clase, respondiendo a la situación presentada, por medio del modelamiento en expresión matemática.

**MANEJO DE TABLAS Y PATRONES**

Fig. 0   Fig. 1   Fig. 2   Fig. 3

-Si sólo observamos hasta la 3era figura ¿cuántos cuadrados tendrá la 6ta ?  
-¿Cuántos cuadrados tendrá la figura 100 ?  
- ¿Cómo lo hiciste para llegar a la respuesta anterior?

**INICIO:**

○ Se les presenta un dibujo con secuencia geométrica

**MANEJO DE TABLAS Y PATRONES**

Fig. 0   Fig. 1   Fig. 2   Fig. 3

- ¿ Qué imagen observan ?  
- ¿ Porqué se observan tres colores? ¿ qué significan?  
- Si sólo observamos hasta la 3era figura ¿cuántos cuadrados tendrá la 6ta ?  
- ¿cuántos cuadrados tendrá la figura n° 100 ?

Figuras	Número de líneas
1	5
2	5*2=10
3	5*3=15
4	5*4=20
5	
6	
7	
8	
9	
10	

Otra opción es encontrar el n° de líneas de cada figura, por medio de la suma iterada.

$5 \cdot n = 5n$    ¿ qué relación observan de esta expresión y la tabla que completamos?  
¿porqué el n° 5? ¿ qué significa la letra n?

-Se contextualiza el aprendizaje, definiendo patrón como una regla matemática y su aplicación.

Los resultados de la validación de expertos se muestran en la Tabla 2.

**Tabla 2**

*Resumen de las apreciaciones de expertos sobre el plan de clases en cuanto a las características de la tarea y su solución*

Categoría	Principio	Promedio (escala 1 a 5)	Desviación estándar	Moda
Características de la tarea	Principio de realidad de la tarea	2,11	1,17	1
	Principio de prototipo efectivo	3,67	1,41	4 y 5
	Principio de autoevaluación	2,33	1,32	1
	Principio de documentación	2,33	1	2 y 3
Características de la	Principio de construcción del	3,11	1,36	3 y 4

Categoría	Principio	Promedio (escala 1 a 5)	Desviación estándar	Moda
solución	modelo Principio de habilidad compartida y reutilización	2,11	1,167	1

Fuente: Elaboración propia.

Respecto a las características de una tarea de modelación, se puede apreciar que el plan de clases tiene poca presencia de los principios: de realidad de la tarea, de autoevaluación, de documentación. En este sentido, la tarea propuesta tiene poca valoración estén cuanto a estar planteada en un contexto real y significativo para los estudiantes. Además, incluye ligeramente criterios que los estudiantes puedan usar para revisar sus modelos matemáticos. Por último, en esta categoría, se puede apreciar que el plan de clases no promueve en los estudiantes la creación de documentación para revelar cómo la resolvieron. Aun así, en esta categoría, el principio de prototipo efectivo parece estar mejor posicionado, lo que implica que el plan de clases y, en especial, la tarea central, contiene la información esencial para resolver la situación problema, sin distractores.

Por su parte, en relación con las características de la solución de la tarea, hay poca presencia del principio de habilidad compartida y reutilización, es decir, hay poca estimulación a la producción de soluciones compartibles y reutilizables. Además, se observan atisbos de que el plan de clases permite que los estudiantes puedan proporcionar una explicación o modelo explícito.

### **Durante el Diplomado**

Se muestran los resultados en las dos etapas del Diplomado: la etapa de profundización y diseño al inicio del programa y la etapa de Estudios de Clases, donde hubo una reunión mensual con los docentes.

#### ***Etapas de profundización y diseño***

Después que los profesores exponen su plan de clases, las formadoras profundizan en cada habilidad matemática. Esto lleva a los grupos a rediseñar su plan de clases, surgiendo el plan P<sub>2</sub>. La Figura 5 muestra el plan reformulado por el grupo estudiado.

**Figura 5.**

*Plan de clases P2 reformulado a partir de la profundización.*

**8vo básico**

- Unidad: Potencias
- Desarrollo de la Unidad.
- Objetivo de la clase: **RESOLVER SITUACIÓN PROBLEMÁTICA POR MEDIO DEL MODELAMIENTO MATEMÁTICO.**

**INICIO**

- Motivación: Conversación sobre el tema de contagios Coronavirus...
- Se les presenta: La imagen representa el contagio de Coronavirus en una población cada 5 min:

- Desafío: ¿cuántas personas habrían contagiadas en 1 hrs ?

**DESARROLLO**

- Se les da tiempo a que trabajen en tríos en salas de zoom
- El docente ingresa a cada sala, observando sus trabajos e implementando preguntas de devolución tales como:

- ¿ qué comportamiento observan en la imagen?
- ¿ cuántos contagiados hay a los 20 min y a los 25 min?
- Nos podemos guiar completando la siguiente tabla:

Periodos	Tiempo	Personas contagiadas
0	0'	1
1	5'	2
2	10'	4

- ¿ será posible encontrar un patrón en la tabla?
- ¿ qué relación matemática observan en la tabla?

• Representa **diversas situaciones** la situación por medio de dibujo, operación u otra. ( MODELACION ETAPA)

**CIERRE**

- Vuelven a sala en común, donde exponen sus trabajos y se discuten sus resultados al desafío.

- Desafío: ¿cuántas personas habrían contagiadas en 1 hrs ?

La indagación con los expertos en las características de la tarea y la solución, dio como resultado la Tabla 3.

Respecto de las características de la tarea, se aprecia que solo uno de los cuatro principios está débilmente presente: el de documentación, donde el plan de clases y, en especial, la tarea central no incluye criterios que los estudiantes puedan usar para revisar sus modelos matemáticos. Sin embargo, en contraste con el plan anterior, van cobrando más presencia los principios de realidad y de documentación. En otras palabras, el plan de clases y, en particular la tarea involucrada en él, se acercan a la realidad de los estudiantes, resultandos significativos para ellos, manteniéndose acorde a los niveles de habilidad matemática y en general, a sus conocimientos. Además, se observa mayor preocupación por promover en los estudiantes la creación de documentación para revelar cómo resolvieron la tarea.

**Tabla 3.***Indicadores para el plan de clases P<sub>2</sub>*

Categoría	Principio	Promedio (escala 1 a 5)	Desviación estándar	Moda
Características de la tarea	Principio de realidad de la tarea	3,67	1,12	4
	Principio de prototipo efectivo	3,67	1,22	4
	Principio de autoevaluación	2,33	1,58	1
	Principio de documentación	3	1,32	2 y 4
Características de la solución	Principio de construcción del modelo	3,33	1,32	4
	Principio de habilidad compartida y reutilización	2,33	1,66	1

Fuente: Elaboración propia.

Sobre las características de la solución, se aprecia que obtuvo apreciaciones similares a la versión inicial presentada, lo que puede mostrar que los docentes aun no son conscientes de la relevancia de este elemento en un plan de clases enfocado en la MM.

### *Antes de llevar los ciclos de Estudios de Clases*

Al avanzar en la Etapa de Profundización y Diseño, los grupos van socializando ideas y las formadoras entregan nuevas herramientas. Estas herramientas tienen que ver con la didáctica, lo que lleva a los grupos a diseñar el análisis didáctico (Rico, 2013) asociado a la clase a implementar. Esto provoca al grupo a redefinir elementos del plan de clases antes de su implementación, el cual se ilustra en la Figura 6.

La revisión de expertos de este plan de clases en términos de las características de la tarea nos plantea la Tabla 4.

En esta nueva versión del plan de clases, se puede observar que el grupo considera una tarea donde tiene alta presencia el principio de realidad y de prototipo efectivo, es decir, la clase (y en especial la tarea involucrada en ella) es más significativa para los estudiantes y está acorde a sus diferentes niveles de habilidad matemática y en general, a sus conocimientos. Además, hay una preocupación por presentar una tarea que contiene la información esencial para resolver, sin distractores.

Por otro lado, respecto a las características de la solución de la tarea, siguen manteniéndose apreciaciones similares a los planes de clases presentados anteriormente

**Figura 6.**

*Plan de clases P3 antes de llevar los ciclos de Estudios de Clases*



El video del inicio está en: <https://www.youtube.com/watch?v=szmxbpJM24M>

**Tabla 4.**

*Indicadores para el plan de clases P3*

Categoría	Principio	Promedio (escala 1 a 5)	Desviación estándar	Moda
Características de la tarea	Principio de realidad de la tarea	4	1,32	5
	Principio de prototipo efectivo	4,22	1,30	5
	Principio de autoevaluación	2,44	1,74	1
	Principio de documentación	2,22	1,39	2
Características de la solución	Principio de construcción del modelo	3,33	1,32	4
	Principio de habilidad compartida y reutilización	2	1,58	1

Fuente: Elaboración propia.



## Después del diplomado

Al término del Diplomado los grupos entregan un informe final, donde exponen un plan de clases refinado, que considera las ideas principales del proceso llevado a cabo y responde al proceso de maduración del grupo frente a las tareas matemáticas de modelación puestas en juego en sus clases. El plan de clases de este informe se ilustra en la Figura 7.

**Figura 7.**

*Plan de clases P<sub>4</sub> al finalizar los ciclos de Estudios de Clases y el Diplomado.*



De la validación de expertos se obtiene la Tabla 5.

**Tabla 5**  
*Indicadores para el plan de clases P<sub>4</sub>*

Categoría	Principio	Promedio (escala 1 a 5)	Desviación estándar	Moda
Características de la tarea	Principio de realidad de la tarea	4,11	1,27	4 y 5
	Principio de prototipo	4,33	1	5



Categoría	Principio	Promedio (escala 1 a 5)	Desviación estándar	Moda
Características de la solución	efectivo			
	Principio de autoevaluación	3,33	1,58	4
	Principio de documentación	3,44	1,24	2 y 4
	Principio de construcción del modelo	4	1	4
	Principio de habilidad compartida y reutilización	3,33	1,66	5

Fuente: Elaboración propia.

Se puede apreciar que el grupo de profesores propone en esta etapa final un plan de clases cuya tarea central satisface varias de las características de una tarea de modelación. En específico, se tiene que el principio de realidad y el de prototipo efectivo están fuertemente presentes. En concreto, la tarea propuesta parece ser significativa para los estudiantes y acorde a los diferentes niveles de habilidad matemática de ellos y, en general, a sus conocimientos. Es una propuesta que se plantea de forma sencilla, donde contiene la información esencial para resolver, sin distractores. Por otro lado, los principios de evaluación y de documentación están medianamente presentes, en donde, por un lado, el plan de clases y, en especial, la tarea central de él, incluye criterios que los estudiantes puedan usar para revisar sus modelos matemáticos y por otro, se promueve en los estudiantes la creación de documentación para revelar cómo resolvieron la tarea de modelación.

En contraste a las versiones del plan de clases anteriores, se puede valorar que el grupo de docentes pudo avanzar en explicitar las características de la solución de la tarea matemática. Es decir, fueron conscientes de incluir en él instancias para que los estudiantes puedan proporcionar una explicación o modelo explícito y además estimular la producción de soluciones compartibles y reutilizables.

## **A MODO DE SÍNTESIS DE LOS RESULTADOS**

Una síntesis de cómo van evolucionando las tareas de modelación propuestas por los docentes a medida que transcurre el diplomado se ilustra en la Tabla 6.

**Tabla 6.***Resumen de los indicadores en cada etapa del Diplomado*

Categoría	Principio	Antes del Diplomado		Durante el Diplomado (después de profundización matemática)		Durante el Diplomado (antes de ciclos de Estudios Clases)		Después del Diplomado	
		$\bar{x}$	moda	$\bar{x}$	moda	$\bar{x}$	moda	$\bar{x}$	moda
Características de la tarea	Principio de realidad de la tarea	2,11	1	3,67	4	4	5	4,11	4 y 5
	Principio de prototipo efectivo	3,67	4 y 5	3,67	4	4,22	5	4,33	5
	Principio de autoevaluación	2,33	1	2,33	1	2,44	1	3,33	4
	Principio de documentación	2,33	2 y 3	3	2 y 4	2,22	2	3,44	2 y 4
Características de la solución	Principio de construcción del modelo	3,11	3 y 4	3,33	4	3,33	4	4	4
	Principio de habilidad compartida y reutilización	2,11	1	2,33	1	2	1	3,33	5

Fuente: Elaboración propia.

En la Tabla 6, se puede apreciar que los docentes inician el proceso desde una caracterización de la tarea con poca presencia de los principios de diseño, lo que va evolucionando hacia una tarea con mayor presencia de todos los principios, lo que puede dar luces que el programa fue efectivo en término de la mejora en la planeación de la enseñanza realizada por los profesores, objetivo de este estudio.

Llama la atención el principio de realidad de la tarea que, si bien se inicia con muy baja presencia, termina estando muy evidente en la versión final de plan de clases. En otras palabras, los docentes van otorgando mayor relevancia en el diseño de la clase a una propuesta significativa para los estudiantes y acorde a sus diferentes niveles de habilidad matemática y en general, a sus conocimientos.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Avalos, B. (2011). Teacher professional development in Teaching and Teacher Education over ten years. *Teaching and Teacher Education*, 27(1), 10-20. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2010.08.007>
- Ärlebäck, J.B. (2009). On the use of realistic Fermi problems for introducing mathematical modelling in school. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 6(3), 331-364.

- Barbosa, J.C. (2004). Modelagem matemática: o que é? Por qué? Cómo? *Veritati*, 1(4), 73-80.
- Bautista, A. y Ortega-Ruiz, R. (2015). Desarrollo profesional docente: perspectivas y enfoques internacionales. *Psychology, Society y Education*, 7(3), 343. <https://doi.org/10.25115/psye.v7i3.514>
- Blum, W. (2015). Quality teaching of mathematical modelling: what do we know, what can we do? En S. Cho (Ed.), *Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 73-96). Springer.
- Borromeo-Ferri, R. (2018). *Learning how to teach mathematical modeling in school and teacher education*. Springer.
- Cai, J., Cirillo, M., Pelesko, J., Bommero Ferri, R., Borba, M., Geiger, V., ... y Kaiser, G. (2014). Mathematical modeling in school education: Mathematical, cognitive, curricular, instructional and teacher educational perspectives. En P. Liljedahl, C. Nicol, S. Oesterie y D. Allan (Eds.), *Proceedings of the Joint Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME)(38th) and the North American Chapter of the Psychology of Mathematics Education (PME-NA) (36th)*. Springer.
- Cirillo, M., Pelesko, J.A., Felton-Koestler, M.D. y Rubel, L. (2016). Perspectives on modeling in school mathematics. En C.R. Hirsch, y A.R. McDuffie (Eds.), *Annual perspectives in mathematics education 2016: Mathematical modeling and modeling mathematics* (pp. 3-16). National Council of Teachers of Mathematics.
- Chan, C.M.E. (2013). Initial perspectives of teacher professional development on mathematical modelling in Singapore: Conceptions of mathematical modelling. En G. Stillman, G. Kaiser, W. Blum, y J. Brown (Eds.), *Teaching mathematical modelling: Connecting to research and practice* (pp. 405-413). Springer.
- Darling-hammond, L., Hyler, M.E. y Gardner, M. (2017). *Efective Teacher Professional Development*. Learning Policy Institute.
- Desimone, L.M. y Pak, K. (2017). Instructional coaching as high-quality professional development. *Theory Into Practice*, 56(1), 3-12. <https://doi.org/10.1080/00405841.2016.1241947>
- Ferrando, I., Albarracín, L., Gallart, C., García-Raffi, L.M. y Gorgorió, N. (2017). Análisis de los modelos matemáticos producidos durante la resolución de problemas de Fermi. *BOLEMA: Boletim de Educação Matemática*, 31(57), 220-242.

- Guerrero-Ortiz, C., Mena-Lorca, J. y Morales, A. (2018). Fostering transit between real world and mathematical world: some phases on the modelling cycle. *International Journal of Science and Mathematics Education* 16(8), 1605-1628. <https://doi.org/10.1007/s10763-017-9856-9>
- Huincahue, J., Borromeo-Ferri, R. y Mena-Lorca J. (2018). El conocimiento de la modelación matemática desde la reflexión en la formación de profesores de matemática. *Enseñanza de las Ciencias*, 36(1), 99-115.
- Kittel, A. y Marxer, M. (2005). Wie viele Menschen passen auf ein Fussballfeld. *Mit Fermiaufgaben individuell fördern. Mathematik Lehren*, 131, 14-18.
- Korthagen, F., Loughran, J. y Russell, T. (2006). Developing fundamental principles for teacher education programs and practices. *Teaching and Teacher Education*, 22(8), 1020-1041. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2006.04.022>
- Kuzniak, A., Montoya-Delgadillo, E. y Vivier, L. (2016). El espacio de trabajo matemático y sus génesis. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 11(15), 237-251.
- Lesh, R.A. y Doerr, H.M. (2003). *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching*. Routledge.
- Lesh, R., Hoover, M., Hole, B., Kelly, A. y Post, T. (2000). Principles for developing thought-revealing activities for students and teachers. En A. Kelly y R. Lesh (Eds.), *Research Design in Mathematics and Science Education* (pp. 591-646). Lawrence Erlbaum Associates.
- Loucks-Horsley, S. (1996). Principles of effective professional development for mathematics and science education: A synthesis of standards. *NISE brief*, 1(1), 1-6.
- Mizwell, H. (2010). *Why professional development matters. Learning forward*. Learning Forward.
- Montecinos, C. (2003). Desarrollo profesional docente y aprendizaje colectivo. *Psicoperspectivas. Individuo y Sociedad*, 2(1), 105-128. <https://doi.org/10.5027/psicoperspectivas-Vol2-Issue1-fulltext-6>
- Niss, M. y Blum, W. (2020). *The Learning and Teaching of Mathematical Modelling*. Routledge.
- Ramos-Rodríguez, E. (2014). *Reflexión docente sobre la enseñanza del álgebra, en un curso de formación continua*. [Tesis Doctoral, Universidad de Granada].
- Ramos-Rodríguez, E., Bustos, B. y Morales, A. (2021). Identification of the principles of effective professional development programs and their impact: an investigation of the guidelines of a mathematics didactic graduate program and a case study focused on teacher training. *The*

- International Journal of Science, Mathematics and Technology Learning*, 29(1), 1-16.  
<https://doi.org/10.18848/2327-7971/CGP/v29i01/1-16>
- Reitzug, U.C. (2002). Professional development. En A. Molnar (Ed.), *School reform proposals: The research evidence* (pp. 289-316). EPSL.
- Rico, L. (2013). El método del análisis didáctico. *Unión. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 33, 11-27.
- Sowder, J. (1992). Estimation and Number Sense. En D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 371-389). Macmillan Publishing Company y NCTM.
- Stein, M.K. y Smith, M.S. (1998). Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3(4), 268-275.  
<https://doi.org/10.5951/MTMS.3.4.0268>.
- Stender, P. (2018). The use of heuristic strategies in modelling activities. *ZDM Mathematics Education*, 50, 315-326. <https://doi.org/10.1007/s11858-017-0901-5>.
- Vaillant, D. (2016). El desarrollo profesional y su incidencia en la tarea del maestro. *Revista Internacional de Magisterio. Educación y Pedagogía*, 79, 3-7.
- Zaldívar, J., Quiroz, S. y Medina, G. (2017). La modelación matemática en los procesos de formación inicial y continua de docentes. *Revista de Investigación Educativa de la Rediech*, 8(15), 87-110.

## **EFFECTIVE TEACHER PROFESSIONAL DEVELOPMENT PROGRAMS. A CASE STUDY FOCUSED ON PROMOTING TEACHERS' DEVELOPMENT OF MODELING SKILLS IN THEIR STUDENTS**

### **ABSTRACT**

In Mathematics Education, an important area is teacher professional development and, particularly, the generation of professional development programs that are effective and impact teacher teaching. The principles of designing effective programs offered by the literature have been considered in the configuration of a Diploma that aimed to strengthen the practice of teachers in relation to the development of mathematical skills in their students. The objective of this study is to analyse whether the designed program was effective, from the point of view of the participating teacher in relation to the development of a mathematical skill, investigating the teaching proposals presented by one of the groups of teachers, which focused on the ability to model, studying how these plans evolve in terms of the characteristics of the modelling tasks they formulate, in three key moments: before, during and after the Diploma. In a case study of a group of teachers focused on the skill of mathematical modelling, the characteristics of the tasks proposed by the teachers are analysed at three key moments: before, during and after the diploma. The results show that teachers begin the process from a characterization of the task with little presence of real contexts close to the students. However, as the Diploma progresses, the proposals evolve, including these elements. In addition, the teachers are giving greater relevance in the design of the class to a meaningful proposal for the students and according to their different levels of mathematical ability and, in general, their knowledge.

*Keywords:* Mathematical modeling; Professional development programs; Effectiveness; Characteristics of a task.

## **PROGRAMAS EFICAZES DE DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DE PROFESSORES. UM ESTUDO DE CASO FOCADO NA PROMOÇÃO DO DESENVOLVIMENTO DE HABILIDADES DE MODELAGEM POR PROFESSORES EM SEUS ALUNOS**

### **RESUMO**

Na Educação Matemática, uma área importante é o desenvolvimento profissional de professores e, particularmente, a geração de programas de desenvolvimento profissional que sejam eficazes e tenham impacto no ensino de professores. Os princípios de concepção de programas eficazes oferecidos pela literatura foram considerados na configuração de um Diploma que visava fortalecer a prática dos professores em relação ao desenvolvimento de habilidades matemáticas em seus alunos. O objetivo deste estudo é analisar se o programa desenhado foi eficaz, do ponto de vista do professor participante em relação ao desenvolvimento de uma habilidade matemática, investigando as propostas de ensino apresentadas por um dos grupos de professores, que teve como

foco a capacidade de modelar, estudando a forma como estes planos evoluem em termos das características das tarefas de modelação que formulam, em três momentos chave: antes, durante e depois do Diploma. Num estudo de caso de um grupo de professores focado na habilidade de modelação matemática, são analisadas as características das tarefas propostas pelos professores em três momentos chave: antes, durante e depois do diploma. Os resultados mostram que os professores iniciam o processo a partir de uma caracterização da tarefa com pouca presença de contextos reais próximos aos alunos. Contudo, à medida que o Diploma avança, as propostas evoluem, incluindo estes elementos. Além disso, os professores estão dando maior relevância no desenho da aula a uma proposta significativa para os alunos e de acordo com seus diferentes níveis de habilidade matemática e, em geral, de seus conhecimentos.

*Palavras-chave:* Modelagem matemática; Programas de desenvolvimento profissional; Eficácia; Características de uma tarefa.

***Elisabeth Ramos-Rodríguez***

*Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Valparaíso, Chile*

[elisabeth.ramos@pucv.cl](mailto:elisabeth.ramos@pucv.cl)

<https://orcid.org/0000-0002-8409-4125>

Doctora en Ciencia de la Educación de la Universidad de Granada, España. Actualmente se desempeña como profesora en la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso como académica e investigadora en las líneas de investigación de la formación del profesorado y la modelación matemática. En su actual línea de Investigación, formación de profesores, en particular, el desarrollo profesional del docente, tiene diversas publicaciones en revistas, como *Bolema* y *Reflexive practice, Mathematics and International and Multidisciplinary Perspectives*. También ha publicado varios capítulos de libros y ha participado en diversos proyectos de investigación, en los que destaca el proyecto de Cooperación Internacional DAAD, teoría y práctica para la mejora de la formación inicial y el proyecto FONDECYT 11190553 (2020-2023), Programas efectivos de Desarrollo profesional para profesores de matemática.

***Natividad Adamuz-Povedano***

*Universidad de Córdoba, Córdoba, España.*

[nadamuz@uco.es](mailto:nadamuz@uco.es)

<https://orcid.org/0000-0003-2941-2618>

Doctora por la Universidad de Córdoba en el año 2016. Actualmente, es profesora del Departamento de Matemáticas de dicha Universidad, en el área de Didáctica de las Matemáticas. Sus líneas de investigación están dirigidas (i) al desarrollo del sentido numérico en los primeros años de aprendizaje, (ii) a la mejora de la competencia matemática de los futuros docentes, especialmente, en lo relacionado con la resolución de problemas en situaciones contextualizadas y procedimientos de modelización matemática, (iii) a la dimensión social y cultural de las matemáticas y (iv) a los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en lengua no materna. Esto se ha reflejado en publicaciones en revistas de impacto internacional, capítulos de libro y participación en proyectos de investigación a nivel nacional e internacional.

***Elvira Fernández de Ahumada***

*Universidad de Córdoba, Córdoba, España.*

[g82feahe@uco.es](mailto:g82feahe@uco.es)

<https://orcid.org/0000-0002-3371-5382>

Doctora por la Universidad de Córdoba en el año 2008. Actualmente, es profesora del Departamento de Matemáticas de dicha Universidad, en el área de Didáctica de las Matemáticas. Sus líneas de investigación están dirigidas (i) al desarrollo del sentido numérico en los primeros años de aprendizaje, (ii) a la mejora de la competencia matemática de los futuros docentes, especialmente, en lo relacionado con la resolución de problemas en situaciones contextualizadas y procedimientos de modelización matemática, (iii) al uso de los mundos virtuales inmersivos con fines educativos y (iv) a los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en lengua no materna. Esto se ha reflejado en publicaciones en revistas de impacto internacional, capítulos de libro y participación en proyectos de investigación a nivel nacional e internacional.