

Aplicación de PCA y técnicas bayesianas a la clasificación de píxeles basada en color

José M. Soto Hidalgo¹, Jesús Chamorro², José M. Palomares¹, Juan Carlos Gámez¹, Joaquín Olivares¹

¹*Departamento de Arquitectura de Computadores, Electrónica y Tecnología Electrónica. Universidad de Córdoba.*

²*Departamento de Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial Universidad de Granada.*

jmsoto@uco.es

Resumen

En este trabajo se propone un método para la clasificación de píxeles en base a su color. A partir de un conjunto de variables que caracterizan un píxel según su color se determinará cuáles de éstas son las más representativas y se realizará la clasificación propiamente dicha. Para ello nuestro método consta de dos fases: en la primera se aplica PCA para obtener el conjunto de variables características más informativas; en la segunda, dichas variables se utilizan como patrones de las clases de un clasificador bayesiano. El método se ilustra a través de varios experimentos.

INTRODUCCIÓN

La clasificación es un problema de gran importancia en el análisis de imágenes y tiene múltiples aplicaciones en campos como la detección de defectos de fabricación en procesos industriales (Persoon, E. et al. 1990, *Industrial image processing by means of an image recognition integrated system*, 10th International Conference on 2:16-21), el etiquetado de tejidos en imágenes médicas (Wang, Yu Ping, 2004, *M-FISH image registration and classification*, IEEE International Symposium, 1:57-60) o la localización de regiones en imágenes de satélite (Roux, L. et al, 1995, *Information fusion for supervised classification in a satellite image*, Proceedings of IEEE International Conference 3:1119-1124). Dentro de la clasificación en el análisis de imágenes, se pueden distinguir varias características en base a las que clasificar, una de ellas es el color (Yuanhao Chen, et al. 2006, *Automatic Classification of Photographs and Graphics*, IEEE International Conference on Multimedia and Expo, 1:973-976). Considérese por ejemplo, el caso de una imagen correspondiente a una vista aérea en el que el objetivo es detectar zonas de vegetación. El problema se podría resolver mediante una clasificación basada en tonalidades verdes.

En este trabajo se abordarán tres aspectos fundamentales en el problema de clasificación: la determinación del espacio de color, la selección de estadísticos que permitan una adecuada caracterización de un píxel en base a información de color y, por último, la clasificación en base a los estadísticos seleccionados.

Respecto al primer punto, el espacio de color tendrá que representar de manera independiente e incorrelada las componentes cromáticas. Dado que el espacio de color más utilizado es el RGB (Javier González Jiménez, 2000, *Visión por Computador*, ed. Paraninfo) y éste no cumple con la restricción anterior, se

aplicará PCA a dicho espacio para garantizar independencia e incorrelación de las componentes cromáticas.

Una vez determinado el espacio de color, será necesario encontrar una serie de variables que caractericen el color de un píxel, de las que habrá que determinar cuáles son las más adecuadas o representativas. Una buena caracterización del color en un píxel se podría realizar mediante una serie de estadísticos, tales como media, varianza, sesgo, etc. y para determinar cuáles son los más representativos se aplicará un análisis en componentes principales de éstos.

Para clasificar los píxeles en base a su color será necesario un proceso de clasificación. Éste constará de un proceso de aprendizaje en el que se definirán las clases en base a información de color y se clasificarán los píxeles. Para ello existen varios clasificadores, siendo bastante interesante el bayesiano ya que según (Duda, R. & Hart, P, 1973, *Pattern Classification and Scene Analysis*, John Wiley & Sons), se minimiza la probabilidad media de error en la clasificación.

La estructura de este trabajo es la siguiente: en la sección 2 mostraremos las herramientas matemáticas utilizadas. En la sección 3 veremos la aplicación de PCA a las componentes del espacio RGB y a las variables descriptivas del color, discutiendo posteriormente sobre el descarte de las que aportan poca información. En la sección 4 mostraremos todo lo relativo al clasificador bayesiano. En la sección 5 se comentarán varios experimentos realizados y finalmente en la sección 6 se verán las conclusiones y trabajos futuros.

2. HERRAMIENTAS MATEMÁTICAS

En esta sección veremos las herramientas matemáticas utilizadas en este trabajo. En la sección 2.1 se desarrollará el proceso de análisis en componentes principales (Carlo Tomasi, 2000, *Mathematical Methods for Robotics and Vision*, Stanford University) y en la sección 2.2 se mostrará la clasificación bayesiana (Jesús M. de la Cruz García & Gonzalo Pajares Martinsanz, 2001, *Visión por Computador. Imágenes digitales y aplicaciones*, Alfaomega. Ra-Ma).

2.1. Análisis de Componentes Principales

El objetivo del análisis de componentes principales es transformar el espacio de representación de patrones o datos, P , en un nuevo espacio P' , en el que los datos estén incorrelados, o lo que es lo mismo, encontrar un nuevo conjunto de ejes ortogonales en el que la varianza de los datos sea máxima. La transformación consta de una rotación de manera que los ejes sean ortogonales. En términos matriciales, la transformación se escribiría:

$$Y = W^T X$$

La matriz de transformación W^T es ortogonal por lo que $W^{-1} = W^T$ y $W^T W = W W^T = 1$.

Para la obtención W , se utilizan los multiplicadores de Lagrange, de tal manera que el objetivo es maximizar la función $F = f(v_1, v_2, v_3, \dots) - \lambda g(v_1, v_2, \dots)$ y como hay que maximizar la varianza en P' entonces debe

verificarse $f = \sum_Y = W^T \sum_X W$, con la restricción $WW^T = 1$, por lo que $g = WW^T - 1 = 0$, entonces:

$$F = W^T \sum_X W - \lambda(WW^T - I)$$

donde \sum_X es la matriz de covarianza.

Derivando la ecuación anterior respecto a W se obtiene

$$(\sum_X - \lambda I)W = 0$$

Se tratará de encontrar la solución al sistema de ecuaciones de manera que

1. $W=0$, es solución trivial y no interesa
2. $\sum_X - \lambda I$ sea singular, es decir, que $|\sum_X - \lambda I| = 0$

Al ser singular, corresponde con la ecuación característica de la matriz de covarianza. Las soluciones a esta ecuación son los autovalores de \sum_X y cuando se sustituyen en la ecuación anterior son los autovectores de \sum_X . Entonces $W = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_d]$ es una matriz compuesta de d autovectores, donde W será de orden $d \times d$ y ésta tendrá asociada d autovalores.

Cada autovalor λ_i tiene asociado un autovector ϕ_i y cada autovector define la dirección de un eje en el espacio transformado P' .

Finalmente la matriz de proyección al nuevo espacio o matriz de transformación en el que nos garantizamos que los ejes son ortogonales y que la varianza es máxima es la matriz W .

2.2. Clasificación Bayesiana

El problema de la clasificación puede enunciarse como sigue: dado un conjunto de objetos $o_1 \dots o_n$ cuyas características vienen descritas mediante una serie de variables $X = x_1, \dots, x_m$, y dado un conjunto de clases informacionales $\Omega = \omega_1, \omega_2, \dots, \omega_j$, se trata de determinar un mecanismo para asignar objetos a clases en función de los valores de variables para dichos objetos.

Un tipo de clasificador especialmente interesante es el clasificador bayesiano. La idea en la que se basa dicho clasificador es considerar que X es una variable aleatoria multidimensional, de forma que dado un objeto o con valores concretos de X , se asignará dicho objeto a la clase ω_i del conjunto Ω donde tiene mayor probabilidad de pertenecer.

Para poder determinar la probabilidad que un objeto con un cierto valor de X tiene de pertenecer a una clase ω_i , que notaremos como $P(\omega_i|X)$ y que se denomina "probabilidad a posteriori", se parte de la probabilidad a priori de la clase ω_i , que notaremos $P(\omega_i)$ o π_i por brevedad, y de la función de densidad de probabilidad condicionada de X , supuesto que la clase es ω_i , que notaremos como $P(X|\omega_i)$.

Cuando esta información está disponible, es posible determinar la probabilidad $P(\omega_i|X)$ aplicando la bien conocida Regla de Bayes, que puede expresarse como

$$P(\omega_j|X) = \frac{p(X|\omega_j)\pi_j}{p(X)} \quad \text{donde } p(X) = \sum_{i=1}^J p(X|\omega_i)\pi_i$$

Una vez obtenida dicha probabilidad para todas las clases de Ω puede determinarse la clase a la que se asignaría el objeto descrito por X mediante la regla de clasificación de Bayes. Ésta es una extensión del cálculo de la probabilidad a posteriori y se basa simplemente en asignar a X la clase para la que su probabilidad a posteriori sea mayor. El procedimiento de clasificación se explicará en detalle más adelante.

2.2.1. Construcción de un clasificador bayesiano

Conocidos los fundamentos de un clasificador bayesiano se procederá a la determinación de las probabilidades de las clases del conjunto Ω en el que cada clase esta compuesta por una serie de objetos con valores concretos de una variable aleatoria multidimensional que siguen una distribución de probabilidad normal o gaussiana, la cual corresponde a la siguiente expresión:

$$P(X|\omega_i) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^d |\Sigma_i|}} \exp \left[-\frac{1}{2} (X - \mu_i)^T \Sigma_i^{-1} (X - \mu_i) \right]$$

Por lo que cada una de las clases quedará definida por una distribución normal de media μ y matriz de covarianza Σ . Por ejemplo la probabilidad de la clase i quedará definida por la función de densidad normal de media μ_i y matriz de covarianza Σ_i , notado como $N(\mu_i, \Sigma_i)$.

2.2.2. Clasificación mediante clasificadores bayesianos

Anteriormente hemos comentado la regla de decisión de Bayes y en esta subsección la trataremos con más detalle. Una vez definidas las clases informacionales es necesario clasificar cualquier nuevo objeto a una de esas clases. Como se ha visto anteriormente, la probabilidad a posteriori nos da la probabilidad de que una determinada clase sea cierta dado un valor observado u objeto, por lo que la asignación a una de las clases sería aquella que tuviera mayor probabilidad a posteriori. Este concepto podría expresarse en términos de una función, la cual determinará la probabilidad de pertenecer un objeto descrito mediante la variable aleatoria multidimensional X a una clase i , de aquí el concepto de función discriminante, la cual se expresa como:

$$G_i(X) = p(X|\omega_i)\pi_i$$

De forma equivalente, tomando logaritmos

$$g_i(X) = \log(p(X|\omega_i)) + \log(\pi_i)$$

Si $p(X|\omega_i) \sim N(\mu_i, \Sigma_i)$ entonces sustituyendo $p(X|\omega_i)$ de la ecuación anterior nos queda

$$g_i(X) = -\frac{1}{2} (X - \mu_i)^T \Sigma_i^{-1} (X - \mu_i) - \frac{d}{2} \log 2\pi - \frac{1}{2} \log |\Sigma_i| + \log \pi_i$$

Si \sum_i de cada clase son diferentes, el término constante $d/2\log 2\pi$ puede descartarse, por lo que las funciones discriminantes tendrán la siguiente expresión:

$$g_i(X) = -\frac{1}{2}(X - \mu_i)^T \sum_i^{-1} (X - \mu_i) - \frac{1}{2} \log |\sum_i| + \log \pi_i$$

Conocido esto, la clasificación de un objeto definido por la variable aleatoria multidimensional X se basaría entonces en asignar la clase que maximice la función discriminante g_i para X , pero con esta notación todos los objetos se asignarían solo a una de las J clases disponibles. El problema es que hay objetos cuya probabilidad de asignación a una clase es muy baja, debido a que el conjunto de clases informacionales Ω no sea lo suficientemente descriptivo del espacio de soluciones o porque es un objeto muy distinto a cualquiera de las J clases disponibles, por lo que no tendría sentido el asignarlo a una de esas clases. Entonces se plantea la opción de asignar ese objeto a una clase totalmente distinta a las anteriores, es la llamada clase de rechazo ω_0 . Por consiguiente la regla de decisión asociada, con clase de rechazo puede escribirse como sigue:

$$\text{sea } \omega_c \text{ tal que } g_c(X) = \max_{i=1\dots J} \{g_i(X)\}$$

Entonces

$$d(X) = \begin{cases} \omega_c & \text{si } g_c(X) > T_c \\ \omega_0 & \text{si } g_c(X) \leq T_c \end{cases}$$

donde T_c es el umbral asociado a la clase ω_c y $d(X)$ es la regla de decisión de X .

La estimación de T_c se hace en base a la distancia de Mahalanobis de X a la clase ω_c .

Definimos la distancia de Mahalanobis como la distancia media entre variables aleatorias y clases siempre que sigan una distribución de probabilidad normal. Dicha distancia queda expresada por la ecuación $(X - \mu)^T \sum^{-1} (X - \mu)$ donde X es la variable aleatoria multidimensional, μ es la media de la clase y \sum es la matriz de covarianza.

También es conocido que la distancia de Mahalanobis sigue una distribución χ^2 con d grados de libertad cuando X está normalmente distribuida, por lo que una buena estimación del umbral T_c se podría hacer de la siguiente manera:

$$T_c = -\frac{1}{2} \nu - \frac{1}{2} \log |\sum_c| + \log \pi_c$$

donde ν es el valor de la tabla de la distribución χ^2 para d grados de libertad y un porcentaje de probabilidad de aceptación P .

3. APLICACIÓN DE ANÁLISIS DE COMPONENTES PRINCIPALES

En esta sección se mostrará la aplicación del análisis de componentes principales. Concretamente en la **Sección 3.1** se mostrará la aplicación de PCA a las componentes RGB y en la **Sección 3.2** veremos la aplicación de PCA a las variables informativas de color.

3.1. Aplicación de PCA a componentes RGB

Dadas las tres componentes cromáticas del espacio RGB, si se aplica PCA a cada componente éstas se transforman en un nuevo espacio donde se garantiza que están incorreladas y que tienen la máxima varianza. Para ello se han utilizado una serie de imágenes que contienen gran variedad de colores para así obtener una buena matriz de proyección (W) para cada píxel de cualquier imagen. La matriz de covarianza \sum_x será de orden $n_{píxeles} \times 3$, donde las filas corresponden al número total de píxeles del conjunto de imágenes y las columnas a cada componente del espacio RGB. La aplicación de PCA al espacio de color RGB transforma dicho espacio en un espacio similar al YUV.

3.2. Aplicación de PCA a variables informativas del color

De las imágenes se tratará de obtener una serie de variables que aporten información de color, éstas podrían ser estadísticos, tales como media, varianza, sesgo, curtosis, rango, entre otros. Pero puede darse el caso en el que no todos ellos sean representativos de la imagen, por lo que la aplicación de PCA nos proporcionará cuáles de ellos aportan mayor porcentaje a la varianza global, siendo éstos los más representativos.

Definimos entonces la contribución a la varianza global de un autovalor γ_i como el valor normalizado de un autovalor λ_i :

$$\gamma_i = \frac{\lambda_i}{\sum_{j=1}^d \lambda_j}$$

Podemos ver en la **Fig. 1** los autovalores de los distintos estadísticos y en la **Fig. 2** el gráfico relativo de la contribución a la varianza global de los autovalores de las variables informativas o estadísticos, en el que muchos de ellos no aportan más de un 1% a la varianza global, concretamente los 14 primeros.

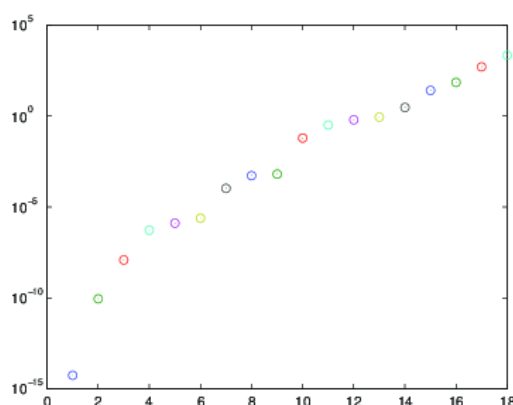


Figura 1. Autovalores de los estadísticos

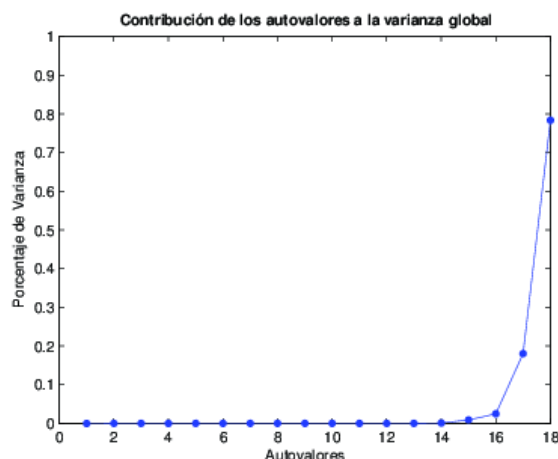


Figura 2. Contribución a la varianza global de los autovalores

Como hemos observado con 4 de los 18 estadísticos se representaría el espacio completo con un margen de error mínimo por lo que se podría optar por reducción de dimensionalidad. Para ello se introduce el concepto de dimensionalidad intrínseca, definido como el menor número de variables que pueden utilizarse para representar con el mínimo error al conjunto completo de variables. Así, la nueva matriz de proyección W_R podría ser aquella formada por los autovectores cuyos autovalores contribuyan en mayor porcentaje a la varianza global, por ejemplo aquella formada por los 4 autovectores mas representativos aportaría un 99,82% al total de la varianza, una aportación más que suficiente para representar al total reduciéndose así la dimensión o el número de variables de 18 a 4.

4. CLASIFICADOR BAYESIANO

Para la clasificación de regiones según el color, se utilizará la herramienta matemática de la **Sección 2.2**, en el que las características de las variables aleatorias multidimensionales son los estadísticos nombrados en la sección anterior tras aplicarle la transformación o la proyección W_R y las clases informacionales serán aquellas formadas por una serie de imágenes representativas de cada clase. Cada clase sigue una distribución de probabilidad normal de media μ y matriz de covarianza Σ . El algoritmo de clasificación es el siguiente:

Entrada: Variable aleatoria X y clases informacionales

Salida: Clase asignada a X

1. {Inicialización}

(a) $\text{maximo} \leftarrow -\infty$

(b) $\text{mejor_clase} \leftarrow \text{ninguna}$

(c) $\text{clase_rechazo} \leftarrow \omega_0$

2. Para cada clase informacional clase_x

(a) $dM \leftarrow$ distancia de Mahalanobis de X a la clase clase_x

(b) Calcular g_{clase_x} como:

$$= \begin{cases} g_{clase_x} & \text{si no probs. apriori} \\ \left. \begin{array}{l} \text{discr}_x \\ \text{discr}_x + \log(\text{probAPriori}(clase_x)) \end{array} \right\} & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$\text{donde } \text{discr}_x = -\frac{dM}{2} - \frac{\log(|\Sigma \text{clase}_x|)}{2}$$

(c) Si $g_{clase_x} > \text{maximo}$, entonces:

i. $\text{maximo} \leftarrow g_{clase_x}(X)$

ii. $\text{mejor_clase} \leftarrow \text{clase}_x$

iii. $\text{mejor_covarianza} \leftarrow \Sigma \text{clase}_x$

3. $T_c \leftarrow$ umbral de rechazo con mejor_covarianza y un porcentaje de aceptación

4. Si $\text{maximo} \leq T_c$

$$\text{mejor_clase} \leftarrow \text{clase_rechazo}$$

5. Clasificar X como mejor_clase

5. EXPERIMENTOS

Se han realizado varios experimentos siguiendo lo descrito en las secciones anteriores.

5.1. Experimento 1

Si queremos clasificar píxeles en una imagen mediante una determinada información de color bastará con crear una clase representativa del color que queramos clasificar, el resto de colores que no pertenezcan a dicha clase serán asignados a la clase de rechazo. Supongamos que queremos encontrar las zonas de la imagen representadas por los pimientos amarillos de la **Fig. 3**. Lo primero que se hará será definir la clase 'Amarillo', clase lo suficientemente descriptiva del color amarillo. Para ello se han seleccionado una serie de imágenes con distintos tonos de amarillo, distintas texturas amarillas, etc. Las imágenes descriptivas de la clase 'Amarillo' son las que se muestran en la **Fig. 4**.



Figura 3. Imagen a clasificar



Figura 4. Conjunto de imágenes representativas de la clase 'Amarillo'

Una vez definida la clase 'Amarillo' se procederá a la clasificación de los píxeles en la imagen mediante el clasificador anteriormente descrito. Para ello se utilizó una ventana de tamaño 15 x 15, la cual se iba desplazando a lo largo de la imagen y asignando a ésta la etiqueta de la clase a la que pertenecía. En este caso, como nuestro conjunto de aprendizaje está formado sólo por una clase, sólo etiquetará como 'Amarillo' o como rechazo. Para clasificar como rechazo se utilizó un umbral (**Sección 2.2.**) con el porcentaje de aceptación del 95%. El resultado de la clasificación es el mostrado en la **Fig. 5**:



Figura 5. Resultado de la clasificación sólo con la clase 'Amarillo'

Como se observa, se han detectado 2 regiones amarillas correspondientes a la zona del pimiento amarillo de primer plano y otra a la zona del segundo. Notar que los píxeles no clasificados o clasificados como rechazo se han dibujado en la imagen clasificada de negro. Respecto a la zona del segundo pimiento detectado, (el pimiento pequeño) se observa una deformación en la parte superior izquierda de éste, esto es debido a que sobre esa zona incide gran luminosidad, perdiendo así información del color amarillo por lo que esa pequeña zona se etiquetó como zona de rechazo.

5.2. Experimento 2

También sería interesante poder detectar varias regiones en una imagen en base a información de color, por lo que de manera similar al ejemplo anterior, si a la imagen de la **Fig. 3** se le aplica el clasificador anteriormente descrito y se le añade una nueva clase representativa del color verde podremos clasificar regiones verdes y amarillas en la imagen. La clase '*Verde*' se definió con el siguiente conjunto de imágenes con tonalidades verdes



Figura 6. Conjunto de imágenes representativas de la clase '*Verde*'

Con el clasificador descrito en la **Sección 2.2.** formado por la clase '*Amarillo*' y '*Verde*' se realizó una clasificación de regiones en la **Fig. 3**, con un 95% de aceptación de las variables aleatorias de cada clase, siendo el resultado el mostrado en la **Fig. 7**.

Al igual que en el ejemplo anterior, las zonas coloreadas de negro son zonas que no se han clasificado ya que no alcanzan el 95% de probabilidad de las clases informativas ('*Verde*', '*Amarillo*').

Con esta metodología solo se pueden detectar zonas con una determinada información de color, por lo que si queremos detectar objetos, esta metodología no es muy aconsejable. Tal y como se observa en la imagen clasificada, solo se detectan zonas verdes y amarillas (única información de color que posee el clasificador), pero por ejemplo, el pimiento verde sería difícil de distinguir con solo información de color ya que el entorno que lo rodea tiene una información de color similar a la del pimiento.

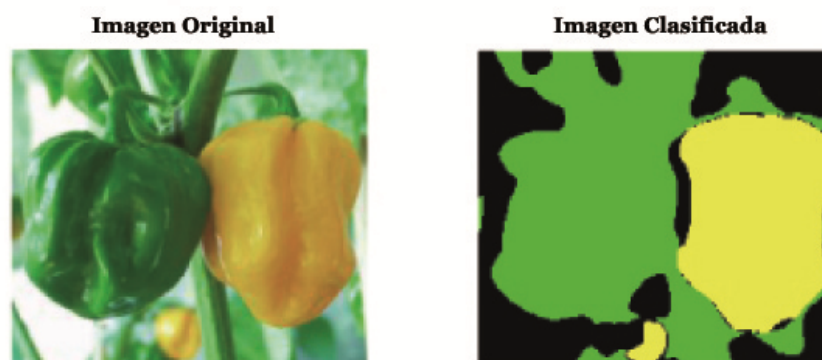


Figura 7. Resultado de la clasificación con las clases 'Amarillo' y 'Verde'

6. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

En este trabajo hemos mostrado una metodología para la clasificación de píxeles en base al color utilizando técnicas bayesianas y análisis en componentes principales. Para garantizar incorrelación e independencia de las componentes cromáticas del espacio de color RGB se ha aplicado PCA. También se ha realizado un estudio para determinar los estadísticos más descriptivos del color en una imagen. Para ello se ha hecho uso de nuevo de PCA llegando a la conclusión que el estadístico más descriptivo es la media. Por último se ha hecho uso de un clasificador bayesiano que ha dado buenos resultados para el problema planteado.

Los experimentos realizados muestran que la bondad de la clasificación se ve afectada por la definición de las clases informacionales, por lo que una mala definición de éstas podría dar malos resultados de clasificación. Además el método propuesto permite detectar zonas en imágenes según el color pero como se aprecia en el experimento de la **Sección 5.2.**, la distinción de objetos no es muy buena si el objeto se encuentra en zonas que tengan la misma tonalidad de fondo. Sin embargo, a veces esta metodología de clasificación puede resultar de interés ya que es una forma de clasificación rápida y precisa. Por ejemplo, esta metodología se podría aplicar como motor de clasificación en sistemas industriales donde la clasificación quede bien definida únicamente con información de color. Según los ejemplos anteriormente mostrados, podríamos montar un eficiente y eficaz sistema de clasificación de pimientos amarillos ya que las regiones amarillas en una imagen de pimientos son regiones en las que la distinción mediante color queda definida claramente.

Para trabajos futuros se plantea la combinación de este método con otras técnicas, tales como la incorporación de detección de texturas, búsqueda de formas, técnicas de segmentación de imágenes, etc. para obtener una detección más eficaz de regiones en una imagen.