



UNIVERSIDAD DE CÓRDOBA

Programa de Doctorado en Ciencias Sociales y Jurídicas

Razonamiento estadístico de los estudiantes de Educación Básica  
Secundaria

Statistical reasoning of Secondary Basic Education students

Tesis doctoral que presenta:

Oneida Muñoz Ñungo

Como requisito para optar al Grado de Doctor en Ciencias Sociales y Jurídicas

Mayo de 2024

Directores:

Dr. D. Alexander Maz Machado

Dr. D. José Carlos Casas del Rosal

TITULO: *Razonamiento estadístico de los estudiantes de Educación Básica Secundaria*

AUTOR: *Oneida Muñoz Ñungo*

---

© Edita: UCOPress. 2024  
Campus de Rabanales  
Ctra. Nacional IV, Km. 396 A  
14071 Córdoba

[https://www.uco.es/ucopress/index.php/es/  
ucopress@uco.es](https://www.uco.es/ucopress/index.php/es/ucopress@uco.es)

---





UNIVERSIDAD DE CORDOBA

## INFORME RAZONADO DE LAS/LOS DIRECTORAS/ES DE LA TESIS

Este documento se presentará junto con el depósito de la tesis en <https://moodle.uco.es/ctp3/>

### DOCTORANDA/O

ONEIDA MUÑOZ ÑUNGO

### TÍTULO DE LA TESIS:

Razonamiento estadístico de los estudiantes de Educación Básica Secundaria

### INFORME RAZONADO DE LAS/LOS DIRECTORAS/ES DE LA TESIS

(se hará mención a la evolución y desarrollo de la tesis, así como a trabajos y publicaciones derivados de la misma)

Los Dres. D. Alexander Maz Machado y D. José Carlos Casas del Rosal profesores de la Universidad de Córdoba,

#### INFORMAN:

Que la tesis doctoral “Razonamiento estadístico de los estudiantes de Educación Secundaria” de la que es autora D<sup>a</sup>. Oneida Muñoz Ñungo ha sido realizada bajo nuestra dirección y siguiendo las directrices metodológicas pertinentes para dar respuesta al problemaplanteado.

La doctoranda ha realizado una amplia revisión bibliográfica que sumada a unas estrategias metodológicas y estadísticas adecuadas, han permitido identificar las diferencias que presentan los alumnos respecto al razonamiento estadístico de alumnos colombianos tanto en relación con el género como con la forma de enseñanza de la estadística, bien como asignatura independiente o como parte del currículo de matemáticas. Se han obtenido unos resultados que son importantes para comprender las dificultades y puntos fuertes de esta temática.

Por todo ello, esta tesis cumple las condiciones tanto académicas como formales exigidas por la legislación vigente para optar al título de Doctor por la Universidad de Córdoba. Finalmente, indicar que en relación con el tema de la tesis, y derivadas de la misma, se han realizado las siguientes publicaciones:

#### 1. Artículos en revistas:

Del Rosal, J. C. C., Machado, A. M., Ñungo, O. M., & Gómez, A. C. (2024). Approaching Statistics as a Distinct Subject and Its Impact on Reasoning and Conceptual Errors. *Revista de Gestão Social e Ambiental*, 18(4), e06843-e06843.

Muñoz-Ñungo, O., Maz-Machado, A., & Pedrosa-Jesús, C. (2020). Estudio exploratorio de los conocimientos sobre la media en alumnos de Educación Secundaria. *Matemáticas, educación y sociedad*, 3(1), 22-32.

#### 2. Comunicación en congresos

Muñoz-Ñungo, O. (2021). Estudio de conocimientos básicos de conceptos estadísticos en estudiantes de educación superior. Comunicación presentada en el II Congreso de Innovación y Tendencias Educativas. INNTED 2021.

Muñoz-Ñungo, O. (2020). Nociones elementales de estadística en estudiantes de educación secundaria. Comunicación presentada en el II Congreso Intenacional Multidisciplinar de Investigadores en Formación CIMIF.20.

Por todo ello, se autoriza la presentación de la tesis doctoral.

Córdoba, a 29 de mayo de 2024

Las/los directoras/es



Fdo.: Alexander Maz Machado



Fdo.: José Carlos Casas del Rosal

## **Dedicatoria**

A Dios, por haberme dado la vida, por ser mi roca eterna, por haberme guiado y acompañado a lo largo de mi carrera, por ser mi luz en mi camino y por darme la sabiduría y fortaleza para perseverar y alcanzar mis objetivos.

A mi familia, por su constante apoyo y amor incondicional, siempre creyeron en mí, que lograría llegar a la meta, que no me rendiría a mitad de camino. Sin su aliento, apoyo y comprensión, este logro no hubiera sido posible.

A mis amigos, por haber formado parte del proceso con sus palabras de motivación y perseverancia en cada paso que daba hacia la culminación de mis estudios, a todos ellos les dedico esta tesis.

*Oneida Muñoz Ñungo*



## **Agradecimientos**

Primero y, ante todo, dar gracias a Dios, por todas las bendiciones recibidas, por estar conmigo en cada paso que doy y por haber puesto en mi camino a aquellas personas que han sido mi soporte y compañía durante este proceso.

A la Universidad de Córdoba quien me brindó todas las herramientas necesarias para poder desarrollar mi investigación de manera adecuada y por haber formado parte de esta etapa tan esencial de mi vida académica.

A mis directores de Tesis los Doctores Alexander Maz Machado y José Carlos Casas del Rosal, por su dedicación docente, por haber creído en mí, por su paciencia y haber compartido sus conocimientos que han sido sus pilares fundamentales en la dirección y enriquecimiento de esta investigación.

A los compañeros de las instituciones educativas que me facilitaron tiempo de su clase para aplicar el test SRA, sin ellos no se hubiera podido realizar el estudio.

A todas y cada una de las personas que han vivido conmigo la realización de esta tesis doctoral y que no necesito nombrar porque tanto ellas como yo sabemos que desde lo más profundo de mi corazón les agradezco el haberme brindado todo el apoyo, colaboración, ánimo y sobre todo cariño y amistad.



## Resumen

La estadística, además de ser una ciencia exacta, adquiere una particular importancia en la vida diaria, debido a la cantidad de información con la que nos encontramos a diario, expresada en forma de tablas o gráficos, los cuales debemos interpretar y en algunos casos tomar decisiones. Por su influencia en fenómenos sociales como la desocupación, tasas de mortalidad, natalidad y desempleo entre otros, la vuelve útil en la comprensión y explicación de fenómenos en muchas ciencias.

Conscientes de la importancia que tiene la estadística en la vida diaria, presentamos un estudio, sobre el razonamiento estadístico de estudiantes de grado noveno en la ciudad de Ibagué-Colombia, puesto que en este grado escolar terminan su educación básica secundaria y han recibido formación en el desarrollo del razonamiento estadístico, según lo establece la Ley general de la educación en Colombia, donde todos los estudiantes deben aprender estadística y se debe enseñar de primero a undécimo grado, a través del desarrollo de competencias relacionadas con la estadística descriptiva, inferencial y la interpretación de datos, tablas y gráficos, por tanto, se espera que al terminar su educación básica secundaria, tengan un conocimiento y comprensión adecuados de éste concepto y puedan resolver situaciones de su entorno.

Por todo ello, el objetivo general de esta investigación es identificar, si el razonamiento estadístico que los estudiantes tienen al terminar el grado noveno, se corresponde con el razonamiento que el currículo señala que deben haber sido aprendidos en los años anteriores. Para lograr este objetivo, aplicamos una prueba estandarizada, el Statistical Reasoning Assessment, (SRA) de Garfield en una muestra de 383 estudiantes de 5 instituciones educativas públicas de la ciudad de Ibagué, analizamos diferencias en el razonamiento estadístico y en los errores conceptuales según el género, la edad, el colegio, jornada escolar y si tienen separada o no la estadística de las matemáticas. Se observaron carencias conceptuales y bajo razonamiento correcto. Los resultados son coherentes con otras investigaciones realizadas a nivel internacional en alumnos universitarios y muestran que aún falta aumentar estrategias que lleven a mejorar el razonamiento estadístico y aprehender los conceptos relacionados con la estadística.



## Summary

Statistics, in addition to being an exact science, acquires particular importance in daily life due to the vast amount of information we encounter daily, often expressed in tables or graphs, which we must interpret and sometimes use to make decisions. Its influence on social phenomena such as unemployment, mortality rates, birth rates, and other factors makes it useful in understanding and explaining phenomena across many sciences.

Aware of the importance of statistics in everyday life, we present a study on the statistical reasoning of ninth-grade students in the city of Ibagué, Colombia. At this grade level, students complete their basic secondary education and have received training in the development of statistical reasoning, as established by the General Education Law in Colombia. This law mandates that all students must learn statistics, which should be taught from first to eleventh grade, through the development of competencies related to descriptive statistics, inferential statistics, and the interpretation of data, tables, and graphs. Therefore, it is expected that by the end of their basic secondary education, students will have an adequate knowledge and understanding of these concepts and be able to solve real-world problems.

Thus, the general objective of this research is to identify whether the statistical reasoning that students possess at the end of the ninth grade corresponds to the reasoning that the curriculum indicates should have been learned in previous years. To achieve this objective, we administered a standardized test, the Statistical Reasoning Assessment (SRA) by Garfield, to a sample of 383 students from five public educational institutions in the city of Ibagué. We analyzed differences in statistical reasoning and conceptual errors according to gender, age, school, school shift, and whether statistics is taught separately from mathematics. Conceptual shortcomings and low correct reasoning were observed. The results are consistent with other international studies conducted on university students and indicate that there is still a need to implement strategies to improve statistical reasoning and grasp related concepts.



## Contenido

<b>1. INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>3</b>
<b>1.1 Antecedentes de la investigación .....</b>	<b>4</b>
1.1.1 Importancia de la estadística .....	4
1.1.2 Estudios previos .....	6
<b>1.2 Planteamiento del problema .....</b>	<b>9</b>
<b>1.3 Justificación .....</b>	<b>10</b>
<b>1.4 Objetivos .....</b>	<b>11</b>
1.4.1 Objetivo general .....	11
1.4.2 Objetivos específicos .....	11
<b>2 MARCO TEÓRICO .....</b>	<b>15</b>
<b>2.1 Didáctica de la estadística .....</b>	<b>18</b>
2.1.1 Peculiaridades de la didáctica de la estadística .....	19
2.1.2 Peculiaridades de la estadística .....	20
2.1.3 Dificultades en la enseñanza y aprendizaje de la estadística .....	23
<b>2.2 El razonamiento estadístico .....</b>	<b>25</b>
2.2.1 Niveles cognitivos en la enseñanza de la estadística según Joan Garfield .....	28
2.2.2 Niveles cognitivos en la enseñanza de la estadística según Carmen Batanero .....	33
<b>2.3 La estadística en el currículo colombiano .....</b>	<b>35</b>
2.3.1 Legislación educativa colombiana .....	36
2.3.1.1 Lineamientos curriculares .....	39
2.3.1.2 Estándares de competencias .....	39
2.3.1.3 Derechos básicos de aprendizaje (DBA) .....	44
2.3.1.4 Jornada única .....	58
2.3.2 Pruebas estandarizadas .....	58
<b>2.4 El Statistics reasoning Assessment .....</b>	<b>60</b>
<b>3 METODOLOGÍA .....</b>	<b>71</b>
<b>3.1 Problema: planteamiento .....</b>	<b>71</b>
<b>3.2 Objetivos .....</b>	<b>72</b>
3.2.1 Objetivo general .....	72
3.2.2 Objetivos específicos .....	72
<b>3.3 Población y muestra .....</b>	<b>72</b>
<b>3.4 Instrumento .....</b>	<b>77</b>
3.4.1 Evaluación del razonamiento estadístico (ERE) .....	80

3.5	Toma de datos.....	89
3.6	Criterios para el análisis de datos.....	90
3.7	Cronograma de actividades.....	97
<b>4</b>	<b>RESULTADOS .....</b>	<b>101</b>
4.1	Resultados por ítem .....	101
	Ítem 1.....	101
	Ítem 2.....	109
	Ítem 3.....	115
	Ítem 4.....	122
	Ítem 5.....	128
	Ítem 6.....	137
	Ítem 8.....	145
	Ítem 9.....	151
	Ítem 11.....	158
	Ítem 12.....	165
	Ítem 13.....	172
	Ítem 14.....	179
	Ítem 15.....	186
	Ítem 17.....	194
	Ítem 18.....	202
	Ítem 19.....	208
	Ítem 20.....	214
4.2	Ítems con respuesta múltiple .....	221
	Ítem 7.....	221
	Ítem 10.....	230
	Ítem 16.....	237
<b>5</b>	<b>DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES .....</b>	<b>249</b>
5.1	Conclusiones respecto a los objetivos .....	249
5.2	Discusión de los resultados con respecto al tipo de razonamiento correcto y de los errores de concepto .....	251
5.2.1	Discusión por tipo de razonamiento .....	251
5.2.1.1	Pensamiento aleatorio .....	251
5.2.1.2	Manejo y análisis de los sistemas de datos .....	252
5.2.2	Discusión por errores conceptuales .....	253
5.2.2.1	Pensamiento aleatorio .....	253
5.2.2.2	Manejo y análisis de los sistemas de datos .....	254
5.3	Limitaciones.....	255

5.4 Líneas futuras: .....	255
5.5 Recomendaciones .....	256
<b>6 REFERENCIAS.....</b>	<b>259</b>
<b>VIII. ANEXOS.....</b>	<b>271</b>
<b>ANEXO 1. RAZONAMIENTO CORRECTO.....</b>	<b>273</b>



## Lista de figuras

Figura 2.1. Niveles cognitivos. Fuente: Elaboración propia .....	29
Figura 2.2. Características del razonamiento estadístico. Fuente: Elaboración propia.....	31
Figura 2.3. Características del pensamiento estadístico. Fuente: Elaboración propia.....	33
Figura 4.1. Sectores con las respuestas dadas al ítem 1. Fuente: Elaboración propia. ....	102

## Lista de tablas

Tabla 2.1. Estándares para el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos en educación básica primaria. ....	41
Tabla 2.2. Estándares para el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos en educación básica secundaria.....	42
Tabla 2.3. Estándares para el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos en educación media.....	44
Tabla 2.4. DBA para el ciclo 1 de la educación básica primaria. ....	45
Tabla 2.5. DBA para el ciclo 2 de la educación básica primaria. ....	48
Tabla 2.6. DBA para el ciclo 1 de la educación básica secundaria.....	50
Tabla 2.7. DBA para el ciclo 2 de la educación básica secundaria.....	53
Tabla 2.8. DBA para el ciclo 2 de la educación media. ....	55
Tabla 2.9. Instrumentos para evaluar la actitud de los estudiantes hacia la estadística .....	61
Tabla 2.10. Instrumentos para evaluar el razonamiento estadístico.....	62
Tabla 2.11. Tipos de razonamiento correcto y conceptos erróneos medidos por el SRA. ....	64
Tabla 2.12. Distribución de los estándares de competencias de Colombia en básica primaria con relación a los niveles de Garfield .....	65
Tabla 2.13. Distribución de los estándares de competencias de Colombia en básica secundaria con relación a los niveles de Garfield .....	66
Tabla 2.14. Distribución de los estándares de competencias de Colombia en educación media con relación a los niveles de Garfield .....	66
Tabla 3.3.1. Caracterización de las instituciones educativas encuestadas.....	74
Tabla 3.2. Porcentajes por edades y género de los estudiantes encuestados. ....	75
Tabla 3.3. Descripción de las variables de esta investigación.....	76
Tabla 3.4. Habilidades de razonamiento correcto y conceptos erróneos en el instrumento SRA .....	78
Tabla 3.5. Correct reasoning skills and misconceptions measured by the SRA and the corresponding items and alternatives for measuring Each conception and misconception.....	79
Tabla 3.6. Datos relacionados con la pregunta 4. ....	81
Tabla 3.7. Datos relacionados con la pregunta 5 .....	82
Tabla 3.8. Información relacionada con la pregunta 5.....	82

Tabla 3.9. Datos relacionados con la pregunta 8 .....	84
Tabla 3.10. Datos relacionados con la pregunta 15 .....	87
Tabla 3.11. Datos para las preguntas con una opción de respuesta .....	90
Tabla 3.12. Datos para las preguntas con varias opciones de respuesta.....	91
Tabla 3.13. Datos con adecuaciones para SPSS.....	92
Tabla 3.14. Datos para el razonamiento correcto CC1. Interpreta correctamente las probabilidades. ....	93
Tabla 3.15. Datos para los errores conceptuales MC1a. Considera el promedio como el número más común .....	94
Tabla 3.16. Clasificación de las características del SRA.....	94
Tabla 3.17. Cronograma de actividades.....	98
Tabla 4.1. Respuestas dadas por el alumnado al ítem 1.....	101
Tabla 4.2. Comparativa de respuestas al ítem 1 según el género del encuestado....	104
Tabla 4.3. Comparativa de respuestas al ítem 1 según la edad del encuestado .....	104
Tabla 4.4. Comparativa de respuestas al ítem 1 según el tipo de jornada implantada por el centro del encuestado.....	105
Tabla 4.5. Comparativa de respuestas al ítem 1 según la institución donde el encuestado desarrolla su formación.....	107
Tabla 4.6. Comparativa de respuestas al ítem 1 según la modalidad en la que se imparte la estadística.....	108
Tabla 4.7. Respuestas dadas por el alumnado al ítem 2.....	109
Tabla 4.8. Comparativa de respuestas al ítem 2 según el género del encuestado....	111
Tabla 4.9. Comparativa de respuestas al ítem 2 según la edad del encuestado .....	111
Tabla 4.10. Comparativa de respuestas al ítem 2 según el tipo de jornada implantada por el centro del encuestado.....	112
Tabla 4.11. Comparativa de respuestas al ítem 2 según la institución donde el encuestado desarrolla su formación .....	113
Tabla 4.12. Comparativa de respuestas al ítem 2 según la modalidad en la que se imparte la estadística .....	114
Tabla 4.13. Respuestas dadas por el alumnado al ítem 3.....	115
Tabla 4.14. Comparativa de respuestas al ítem 3 según el género del encuestado.....	116
Tabla 4.15. Comparativa de respuestas al ítem 3 según la edad del encuestado .....	117
Tabla 4.16. Comparativa de respuestas al ítem 3 según el tipo de jornada implantada por el centro del encuestado.....	118
Tabla 4.17. Comparativa de respuestas al ítem 3 según la institución donde el encuestado desarrolla su formación .....	119

Tabla 4.18. Comparativa de respuestas al ítem 3 según la modalidad en la que se imparte la estadística.....	120
Tabla 4.19. Datos relacionados con la pregunta 4.....	122
Tabla 4.20. Respuestas dadas por el alumnado al ítem 4.....	122
Tabla 4.21. Comparativa de respuestas al ítem 4 según el género del encuestado..	123
Tabla 4.22. Comparativa de respuestas al ítem 4 según la edad del encuestado. ....	124
Tabla 4.23. Comparativa de respuestas al ítem 4 según el tipo de jornada implantada por el centro del encuestado.....	125
Tabla 4.24. Comparativa de respuestas al ítem 4 según la institución donde el encuestado desarrolla su formación. ....	126
Tabla 4.25. Comparativa de respuestas al ítem 4 según la modalidad en la que se imparte la estadística.....	127
Tabla 4.26. Datos relacionados con la pregunta 5.....	128
Tabla 4.27. Datos relacionados con la pregunta 5.....	128
Tabla 4.28. Respuestas dadas por el alumnado al ítem 5.....	129
Tabla 4.29. Comparativa de respuestas al ítem 5 según el género del encuestado..	131
Tabla 4.30. Comparativa de respuestas al ítem 5 según la edad del encuestado. ....	132
Tabla 4.31. Comparativa de respuestas al ítem 5 según el tipo de jornada implantada por el centro del encuestado.....	133
Tabla 4.32. Comparativa de respuestas al ítem 5 según la institución donde el encuestado desarrolla su formación.....	134
Tabla 4.33. Comparativa de respuestas al ítem 5 según la modalidad en la que se imparte la estadística.....	135
Tabla 4.34. Experimento propuesto en el ítem 5.....	137
Tabla 4.35. Respuestas dadas por el alumnado al ítem 6. Respuesta múltiple.....	138
Tabla 4.36. Comparativa de respuestas al ítem 6 según el género del encuestado..	140
Tabla 4.37. Comparativa de respuestas al ítem 6 según la edad del encuestado. Respuesta múltiple.....	141
Tabla 4.38. Comparativa de respuestas al ítem 6 según el tipo de jornada implantada por el centro del encuestado. Respuesta múltiple.....	142
Tabla 4.39. Comparativa de respuestas al ítem 6 según la institución donde el encuestado desarrolla su formación. Respuesta múltiple.....	143
Tabla 4.40. Comparativa de respuestas al ítem 6 según si se ha impartido la estadística separada o no. Respuesta múltiple.....	144
Tabla 4.41. Datos relacionados con la pregunta 8.....	145
Tabla 4.42. Respuestas dadas por el alumnado al ítem 8.....	145
Tabla 4.43. Comparativa de respuestas al ítem 8 según el género del encuestado..	146

Tabla 4.44. Comparativa de respuestas al ítem 8 según la edad del encuestado .....	147
Tabla 4.45. Comparativa de respuestas al ítem 8 según el tipo de jornada implantada por el centro del encuestado.....	148
Tabla 4.46. Comparativa de respuestas al ítem 8 según la institución donde el encuestado desarrolla su formación .....	149
Tabla 4.47. Comparativa de respuestas al ítem 8 según la modalidad en la que se imparte la estadística .....	149
Tabla 4.48. Respuestas dadas por el alumnado al ítem 9.....	151
Tabla 4.49. Comparativa de respuestas al ítem 9 según el género del encuestado..	153
Tabla 4.50. Comparativa de respuestas al ítem 9 según la edad del encuestado.....	153
Tabla 4.51. Comparativa de respuestas al ítem 9 según el tipo de jornada implantada por el centro del encuestado.....	154
Tabla 4.52. Comparativa de respuestas al ítem 9 según la institución donde el encuestado desarrolla su formación. ....	155
Tabla 4.53. Comparativa de respuestas al ítem 9 según la modalidad en la que se imparte la estadística. ....	157
Tabla 4.54. Respuestas dadas por el alumnado al ítem 11.....	158
Tabla 4.55. Comparativa de respuestas al ítem 11 según el género del encuestado.	159
Tabla 4.56. Comparativa de respuestas al ítem 11 según la edad del encuestado..	160
Tabla 4.57. Comparativa de respuestas al ítem 11 según el tipo de jornada implantada por el centro del encuestado.....	161
Tabla 4.58. Comparativa de respuestas al ítem 11 según la institución donde el encuestado desarrolla su formación. ....	162
Tabla 4.59. Comparativa de respuestas al ítem 11 según la modalidad en la que se imparte la estadística. ....	163
Tabla 4.60. Respuestas dadas por el alumnado al ítem 12.....	166
Tabla 4.61. Comparativa de respuestas al ítem 12 según el género del encuestado.	167
Tabla 4.62. Comparativa de respuestas al ítem 12 según la edad del encuestado..	168
Tabla 4.63. Comparativa de respuestas al ítem 12 según el tipo de jornada implantada por el centro del encuestado.....	169
Tabla 4.64. Comparativa de respuestas al ítem 12 según la institución donde el encuestado desarrolla su formación. ....	169
Tabla 4.65. Comparativa de respuestas al ítem 12 según la modalidad en la que se imparte la estadística. ....	170
Tabla 4.66. Respuestas dadas por el alumnado al ítem 13.....	172
Tabla 4.67. Comparativa de respuestas al ítem 13 según el género del encuestado.	173
Tabla 4.68. Comparativa de respuestas al ítem 13 según la edad del encuestado..	174

Tabla 4.69. Comparativa de respuestas al ítem 13 según el tipo de jornada implantada por el centro del encuestado.....	175
Tabla 4.70. Comparativa de respuestas al ítem 13 según la institución donde el encuestado desarrolla su formación. ....	176
Tabla 4.71. Comparativa de respuestas al ítem 13 según la modalidad en la que se imparte la estadística. ....	177
Tabla 4.72. Respuestas dadas por el alumnado al ítem 14.....	179
Tabla 4.73. Comparativa de respuestas al ítem 14 según el género del encuestado.	180
Tabla 4.74. Comparativa de respuestas al ítem 14 según la edad del encuestado. ..	181
Tabla 4.75. Comparativa de respuestas al ítem 14 según el tipo de jornada implantada por el centro del encuestado.....	182
Tabla 4.76. Comparativa de respuestas al ítem 14 según la institución donde el encuestado desarrolla su formación. ....	183
Tabla 4.77. Comparativa de respuestas al ítem 14 según la modalidad en la que se imparte la estadística. ....	184
Tabla 4.78. Datos relacionados con la pregunta 15. ....	186
Tabla 4.79. Respuestas dadas por el alumnado al ítem 15.....	187
Tabla 4.80. Comparativa de respuestas al ítem 15 según el género del encuestado.	189
Tabla 4.81. Comparativa de respuestas al ítem 15 según la edad del encuestado. ..	190
Tabla 4.82. Comparativa de respuestas al ítem 15 según el tipo de jornada implantada por el centro del encuestado.....	191
Tabla 4.83. Comparativa de respuestas al ítem 15 según la institución donde el encuestado desarrolla su formación. ....	192
Tabla 4.84. Comparativa de respuestas al ítem 15 según la modalidad en la que se imparte la estadística. ....	193
Tabla 4.85. Respuestas dadas por el alumnado al ítem 17.....	194
Tabla 4.86. Comparativa de respuestas al ítem 17 según el género del encuestado.	196
Tabla 4.87. Comparativa de respuestas al ítem 17 según la edad del encuestado. ..	197
Tabla 4.88. Comparativa de respuestas al ítem 17 según el tipo de jornada implantada por el centro del encuestado.....	198
Tabla 4.89. Comparativa de respuestas al ítem 17 según la institución donde el encuestado desarrolla su formación. ....	199
Tabla 4.90. Comparativa de respuestas al ítem 17 según la modalidad en la que se imparte la estadística. ....	200
Tabla 4.91. Respuestas dadas por el alumnado al ítem 18.....	202
Tabla 4.92. Comparativa de respuestas al ítem 18 según el género del encuestado	203
Tabla 4.93. Comparativa de respuestas al ítem 18 según la edad del encuestado. ..	204

Tabla 4.94. Comparativa de respuestas al ítem 18 según el tipo de jornada implantada por el centro del encuestado.....	205
Tabla 4.95. Comparativa de respuestas al ítem 18 según la institución donde el encuestado desarrolla su formación. ....	206
Tabla 4.96. Comparativa de respuestas al ítem 18 según la modalidad en la que se imparte la estadística. ....	207
Tabla 4.97. Respuestas dadas por el alumnado al ítem 19.....	208
Tabla 4.98. Comparativa de respuestas al ítem 19 según el género del encuestado.	209
Tabla 4.99. Comparativa de respuestas al ítem 19 según la edad del encuestado. ..	210
Tabla 4.100. Comparativa de respuestas al ítem 19 según el tipo de jornada implantada por el centro del encuestado.....	211
Tabla 4.101. Comparativa de respuestas al ítem 19 según la institución donde el encuestado desarrolla su formación. ....	212
Tabla 4.102. Comparativa de respuestas al ítem 19 según la modalidad en la que se imparte la estadística. ....	213
Tabla 4.103. Respuestas dadas por el alumnado al ítem 20.....	214
Tabla 4.104. Comparativa de respuestas al ítem 20 según el género del encuestado. ....	215
Tabla 4.105. Comparativa de respuestas al ítem 20 según la edad del encuestado.	216
Tabla 4.106. Comparativa de respuestas al ítem 20 según el tipo de jornada implantada por el centro del encuestado.....	217
Tabla 4.107. Comparativa de respuestas al ítem 20 según la institución donde el encuestado desarrolla su formación. ....	218
Tabla 4.108. Comparativa de respuestas al ítem 20 según la modalidad en la que se imparte la estadística. ....	219
Tabla 4.109. Respuestas dadas por el alumnado al ítem 7. Respuesta múltiple.....	222
Tabla 4.110. Comparativa de respuestas al ítem 7 según el género del encuestado.	224
Tabla 4.111. Comparativa de respuestas al ítem 7 según la edad del encuestado. Respuesta múltiple. ....	225
Tabla 4.112. Comparativa de respuestas al ítem 7 según el tipo de jornada implantada por el centro del encuestado. Respuesta múltiple.....	226
Tabla 4.113. Comparativa de respuestas al ítem 7 según la institución donde el encuestado desarrolla su formación. Respuesta múltiple. ....	227
Tabla 4.114. Comparativa de respuestas al ítem 7 según si se ha impartido la estadística separada o no. Respuesta múltiple.....	228
Tabla 4.115. Respuestas dadas por el alumnado al ítem 10. Respuesta múltiple.....	231

Tabla 4.116. Comparativa de respuestas al ítem 10 según el género del encuestado. .....	232
Tabla 4.117. Comparativa de respuestas al ítem 10 según la edad del encuestado. Respuesta múltiple. ....	233
Tabla 4.118. Comparativa de respuestas al ítem 10 según el tipo de jornada implantada por el centro del encuestado. ....	234
Tabla 4.119. Comparativa de respuestas al ítem 6 según la institución donde el encuestado desarrolla su formación. Respuesta múltiple. ....	235
Tabla 4.120. Comparativa de respuestas al ítem 10 según si se ha impartido la estadística separada o no. Respuesta múltiple. ....	236
Tabla 4.121. Respuestas dadas por el alumnado al ítem 16. Respuesta múltiple. ....	238
Tabla 4.122. Comparativa de respuestas al ítem 16 según el género del encuestado. .....	240
Tabla 4.123. Comparativa de respuestas al ítem 16 según la edad del encuestado. Respuesta múltiple. ....	241
Tabla 4.124. Comparativa de respuestas al ítem 16 según el tipo de jornada implantada por el centro del encuestado. Respuesta múltiple. ....	242
Tabla 4.125. Comparativa de respuestas al ítem 16 según la institución donde el encuestado desarrolla su formación. Respuesta múltiple. ....	243
Tabla 4.126. Comparativa de respuestas al ítem 16 según si se ha impartido la estadística separada o no. Respuesta múltiple. ....	244

## **I. INTRODUCCIÓN**

## 1. Introducción

La estadística no solo está presente en el currículo educativo, sino que a nivel social e investigativo su uso es cotidiano. Por otra parte, la situación social y sanitaria por la que pasa la población hoy día hace que a diario los medios de comunicación e información a través de la prensa y los noticieros utilizan datos y gráficos estadísticos. Aunque se supone que la población en general tiene los conocimientos y competencias necesarias para interpretar toda esta información, son muchos los estudios que señalan que esto no es así (Muñoz et al., 2020).

En la enseñanza de la estadística, poco se ha tenido en cuenta el desarrollo de competencias en el pensamiento aleatorio, ni del razonamiento estadístico, que se encuentran planteados en los lineamientos curriculares y en los estándares establecidos por el Ministerio de Educación Colombiano en el Decreto 1860 de 1994. Se espera con el presente estudio contribuir con un diagnóstico acerca del razonamiento estadístico de que tienen estudiantes de grado noveno al terminar su educación Básica en algunos colegios del sector público de la ciudad de Ibagué – Colombia, siendo esta investigación pionera en la región Ibaguereña.

Para ello, es importante tener en cuenta el significado de la estadística, teniendo como referencia algunos teóricos en el tema, los cuales son pertinentes para este estudio.

Según Cabriá (1994):

La estadística estudia el comportamiento de los fenómenos llamados de colectivo. Está caracterizada por una información acerca de un colectivo o universo, lo que constituye su objeto material; un modo propio de razonamiento, el método estadístico, lo que constituye su objeto formal y unas previsiones de cara al futuro, lo que implica un ambiente de incertidumbre, que constituyen su objeto o causa final. (p. 9)

De acuerdo con Moore (1999), la Estadística es una disciplina autónoma y con métodos específicos de razonamiento y, como afirman ciertos investigadores, la importancia social que actualmente se le atribuye a la estadística en la enseñanza obligatoria, contrasta con la poca formación que sobre esta materia recibe el futuro profesorado que se debe encargar de enseñarla al menos a nivel de la educación primaria (Estrada et al., 2011), todo ello pese a que Holmes (1980), había mostrado y justificado iniciar su enseñanza desde la educación primaria.

Esta situación muestra que aún falta aumentar estrategias que lleven a mejorar la enseñanza y la actitud hacia la Estadística, darle la importancia que merece el desarrollo del pensamiento aleatorio y el razonamiento estadístico por parte de estudiantes y algunos sectores del profesorado, y no dejar la estadística como un tema para ser impartido al final de los cursos por lo que, en muchas ocasiones, los contenidos no llegan a ser impartidos en su totalidad (Mayén, 2009).

## **1.1 Antecedentes de la investigación**

### ***1.1.1 Importancia de la estadística.***

Realizada la revisión bibliográfica, podemos decir que la estadística desempeña un papel fundamental en diversas áreas de la vida moderna tal como toma de decisiones informadas, generalización y predicción, evaluación de riesgos, investigación científica, control de calidad en la industria y la producción y en la economía y políticas públicas entre otras áreas.

También se puede decir que la didáctica de la estadística busca transformar el proceso de enseñanza-aprendizaje de esta disciplina, hacer que esta sea accesible y relevante para estudiantes de diferentes niveles educativos, para lo cual debe emplear diferentes enfoques pedagógicos que fomenten la participación activa del estudiante, promoviendo la resolución de problemas prácticos y la exploración de situaciones del mundo real, en contextos diversos de sus vidas cotidianas y profesionales. De esta manera, el objetivo fundamental de la didáctica de la estadística es formar individuos estadísticamente competentes, tal como lo establece la Ley General de la Educación, capaces de enfrentar los retos del mundo contemporáneo con una comprensión sólida de los principios estadísticos y la capacidad de aplicarlos de manera efectiva en su vida diaria y profesional (Ley 115 de 1994).

Para contextualizar el presente estudio, se hará referencia a las características propias de la estadística y de su enseñanza, donde se intentará hacer un análisis y dar una justificación de la importancia de separar la estadística de la matemática, como una disciplina, en las instituciones educativas en la educación básica. Entre las principales características, que la hacen una disciplina única y no como un subcampo de la educación matemática (Batanero, 1998), se tienen: la contextualización, fomenta el pensamiento crítico, incorporación de herramientas tecnológicas educativas y software estadístico, enseñanza activa y resolución de problemas. De esta manera se puede decir que, la contextualización en la didáctica de la estadística no solo enriquece el proceso de

aprendizaje, sino que también prepara a los estudiantes para aplicar sus conocimientos en escenarios diversos. Al conectar la estadística con la realidad, se fomenta un aprendizaje más significativo y se empodera a los estudiantes para enfrentar desafíos estadísticos en su vida cotidiana y en sus futuras carreras profesionales.

También se encontró que la estadística tiene ciertas particularidades o aspectos específicos que pueden surgir en diferentes contextos de aplicación o en el uso de diferentes técnicas estadísticas y que pueden depender de factores como el tipo de datos, el diseño del estudio y el tamaño de la muestra, entre otros. Algunas de peculiaridades comunes en la estadística incluyen presencia de datos atípicos o valores extremos que pueden afectar los resultados del análisis, necesidad de considerar la distribución de los datos al seleccionar técnicas estadísticas apropiadas, posibilidad de sesgo en la selección de la muestra, lo que puede influir en la validez de las conclusiones e importancia de la interpretación adecuada de los resultados estadísticos para evitar conclusiones erróneas o falacias. Además, la estadística, como disciplina matemática, posee ciertas peculiaridades que la distinguen de otras ramas y que resaltan su importancia en diversos campos, lo que a menudo justifica su separación y enfoque específico en el ámbito educativo. A continuación, se presentan algunas de las características más notables y la necesidad de su tratamiento diferenciado: Variabilidad y la incertidumbre, aplicación en contextos reales, uso de la tecnología, énfasis en la interpretación y toma de decisiones, inferencia y generalización y el uso de modelos probabilísticos,

De esta manera se podría justificar un tratamiento separado en la enseñanza de la estadística de la matemática convencional, lo que permite preparar a los estudiantes para enfrentar desafíos analíticos en una variedad de contextos.

En el contexto colombiano, la enseñanza y aplicación de la estadística abarca diversos ámbitos, desde el sistema educativo hasta su implementación en distintas disciplinas profesionales y científicas, tales como: 1) Educación formal, 2) Aplicación en el sector público y privado, 3) Congresos y seminarios, 4) Herramientas tecnológicas y software estadístico. En general, la estadística en Colombia se trabaja de manera integral, abarcando desde la educación básica hasta la investigación aplicada y la toma de decisiones en diversos sectores.

La enseñanza de la estadística en la educación básica secundaria en Colombia sigue los lineamientos curriculares dados por el Ministerio de Educación Nacional (2006), en donde se debe enfocar en proporcionar a los estudiantes habilidades básicas para entender y trabajar con datos de la vida cotidiana, así como en fomentar el pensamiento

crítico en relación con la interpretación de información estadística, para que en niveles educativos superiores puedan abordar aplicaciones más complejas. A continuación, se describen algunos aspectos estipulados en los lineamientos curriculares (1996) y en los estándares por competencias (2006), para desarrollar el pensamiento aleatorio en este nivel educativo: inclusión en el currículo, conceptos básicos de estadística, medidas de tendencia central, medidas de dispersión y de asimetría, diseño e interpretación de gráficas, probabilidad y distribuciones, inferencia estadística, uso de herramientas tecnológicas, contextualización y resolución de problemas prácticos, desarrollo del pensamiento crítico, y desarrollo de habilidades en colaboración y comunicación.

Los aspectos mencionados anteriormente, cada institución educativa en Colombia tiene autonomía en el diseño de su plan de estudio, dada por la Ley 115, teniendo en cuenta las áreas obligatorias establecidas en el Art. 23 de la misma Ley, en donde no aparece la estadística como área independiente de las matemáticas, sino como parte de ella, según los lineamientos curriculares.

Por otro lado, se tiene que la educación estadística es un campo interdisciplinario que centra su atención en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la estadística (Zieffler et al., 2018). No sorprende que la estadística y la probabilidad también se hayan convertido en una parte esencial del currículo de matemáticas durante la educación primaria. Por ejemplo, Batanero y Godino (2001), afirman que la principal razón para incluir el estudio matemático de fenómenos aleatorios en la educación primaria y secundaria es la fuerte presencia de situaciones de tipo aleatorio y de probabilidad en nuestro entorno. No en vano, desde la publicación de los principios y estándares para las matemáticas escolares (NCTM, 2000) y sus recomendaciones sobre el inicio de la enseñanza de la estadística desde una edad temprana (Franklin et al. 2007; Bargagliotti, 2020), la mayoría de los países han comenzado a incluir esta materia en los niveles primarios.

### ***1.1.2 Estudios previos.***

A nivel internacional se han llevado a cabo estudios sobre los conocimientos y errores centrados en temas específicos de estadística. Así se ha indagado en errores comunes en conceptos de probabilidad (Barros y Fernández, 2001; Estrada y Díaz, 2007), la comprensión de la distribución normal (Batanero et al., 2001), la interpretación de gráficos estadísticos (Arteaga, 2014), aleatoriedad (Azcarate et al., 1998) o las pruebas de asociación estadística (Righetti, 2015) por mencionar algunas. Asimismo, se han

analizado las actitudes de los alumnos de bachillerato (Salinas y Mallen, 2016) y los maestros en formación (Arteaga et al., 2014; León-Mantero et al., 2019; Franco-Buriticá et al., 2023). Otra línea de investigación sobre la educación estadística se ha orientado al análisis de los libros de texto que el profesorado utiliza como apoyo a su docencia (Cobo y Batanero, 2004; Jones y Jacobbe, 2014).

Aunque las medidas de tendencia central son importantes, en ocasiones se consideran algo fáciles. Batanero (2000), al respecto señala que, estas envuelven cierta complejidad porque, en muchas ocasiones, los alumnos asignan a la media, la mediana y la moda ciertas propiedades aritméticas que no se conservan para las medidas de posición central. También indica que los algoritmos de cálculo para estas medidas son variados dependiendo de la forma en que se presenten los datos.

Al respecto, Cobo (2003), analizó las medidas de posición central en alumnos españoles y los significados personales que autoconstruían. Encontró que los alumnos presentaban una abundancia de significados de estos conceptos estadísticos y que los ponían en juego cuando se enfrentaban a tareas que se les planteaban. Asimismo, afloraron conflictos de tipo semiótico.

Molero et al. (2019) estudiaron la comprensión de propiedades y procedimientos ligados a la media, que tienen los estudiantes al iniciar sus estudios de educación secundaria en un centro público de Sevilla. Hallaron algunos conflictos semióticos similares a los hallados por Cobo (2003) y, en algunos estudiantes, se evidenciaron conflictos en las propiedades y algoritmos.

Por su parte, Mayén (2009), estudió la comprensión de las medidas de tendencia central en estudiantes mexicanos. Halló dificultades y conflictos tanto conceptuales como procedimentales, así como en la comprensión de las representaciones, confundiendo entre sí los objetos que se representan en la gráfica, como puede ser la escala con los valores de la variable.

En Chile, se estudió la comprensión de las medidas de tendencia central en alumnos de pedagogía matemáticas (Alveal et al., 2016) hallando que tenían un dominio parcial de las habilidades a enseñar para realizar razonamiento estadístico y para descodificar la naturaleza de la información representada. Igualmente, allí se ha analizado la comprensión sobre tablas estadísticas que tienen los estudiantes de primaria (Sepúlveda et al., 2018), observando que, en sus respuestas, presentan dos o más datos relevantes, aunque de forma aislada, y son capaces de generalizar algunos aspectos y ordenar correctamente varios datos, pero fallan al realizar la conexión entre ellos.

En Costa Rica, Zamora et al. (2022) realizan una revisión bibliográfica en SCOPUS y EBSCO, sobre diferentes elementos que puedan considerarse en los procesos de enseñanza-aprendizaje en la educación estadística en las aulas de clase. En esta investigación, muestran la importancia de promover la alfabetización, razonamiento y pensamiento estadísticos en el aula con estrategias pedagógicas apoyándose en el uso de herramientas tecnológicas y con profesores disciplinares que favorezcan la enseñanza de la estadística.

En Colombia, el Congreso de la República, a través de la Ley 115 de 1994 general de la educación, establece que los estudiantes deben aprender estadística y se debe enseñar desde el grado primero hasta el grado undécimo, desarrollando competencias relacionadas con la estadística descriptiva, inferencial, así como la interpretación de tablas y figuras. Para dar cumplimiento a la anterior Ley, el Ministerio de Educación Nacional (MEN) expide el Decreto 1860 de 1994 y establece los lineamientos curriculares, donde indica que:

El aprendizaje de las matemáticas debe posibilitar al alumno la aplicación de sus conocimientos fuera del ámbito escolar, donde debe tomar decisiones, enfrentarse y adaptarse a situaciones nuevas, exponer sus opiniones y ser receptivo a las de los demás. Es necesario relacionar los contenidos de aprendizaje con la experiencia cotidiana de los alumnos, así como presentarlos y enseñarlos en un contexto de situaciones problemáticas y de intercambio de puntos de vista. (Ministerio de Educación y Ciencia, 1989, p. 493)

Rodríguez y Castro (2018), han estudiado el significado de la media aritmética en estudiantes de último año de la educación secundaria en Colombia obteniendo resultados que revelan la aparición de índices de dificultad en su comprensión, interpretación y significado. Otros investigadores en Colombia plantearon un estudio para conocer si la incorporación del software GeoGebra mejoraba el aprendizaje de las medidas de tendencia central, hallando que su uso fue motivador y haciendo el aprendizaje significativo para los estudiantes (Ramírez et al., 2018).

Riascos (2016), en su investigación realizada en Colombia, sobre razonamiento estadístico, encuentra que en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Estadística, no hay una relación clara que permita vincular las competencias que exige el M.E.N., con lo que se enseña, ni con lo que aprenden los estudiantes ni con lo que se evalúa y la forma de evaluar.

Un estudio realizado en el Norte del Tolima-Colombia, por Franco-Buriticá et al. (2023) para determinar la actitud, especialmente la ansiedad hacia la matemática, en estudiantes de educación media, normalistas, futuros docentes de Básica Primaria, muestra como resultado que el nivel de ansiedad que presentan es alto, debido al dominio que deben tener sobre los contenidos matemáticos para enseñar a sus futuros alumnos.

Todos los estudios reseñados señalan la importancia y actualidad de la investigación en temas de educación estadística. Nuestra investigación tuvo como objetivo conocer cuál es el grado de dominio del pensamiento estadístico que establece el Ministerio de Educación Nacional en los estándares de matemáticas por competencias, en estudiantes del grado noveno en Colombia, por ser este el último curso del ciclo de Educación Básica Secundaria, con la intención de contribuir a obtener información que pueda orientar acciones que lleven a mejorar la calidad de la enseñanza de la estadística y el desarrollo del razonamiento estadístico.

## **1.2 Planteamiento del problema**

Teniendo en cuenta que la estadística, tiene influencia directa en la forma en la que se muestra la información relativa a multitud de fenómenos sociales tales como las tasas de mortalidad, natalidad y desempleo entre otros, lo cual la vuelve útil en la comprensión y explicación de fenómenos en muchas ciencias, algunos autores señalan que, la estadística, como parte del currículo de matemáticas en la educación básica, tiene su utilidad en la vida diaria y también un papel instrumental en otras disciplinas, donde se ve la necesidad de tener un conocimiento estadístico básico. De ésta manera, se le da importancia al desarrollo del razonamiento crítico (Batanero y Godino, 2001; Franklin et al., 2007).

Lo anterior permite vislumbrar la importancia que tiene la estadística en la vida cotidiana, sin ser conscientes de ello en algunas ocasiones, por ejemplo en los informativos de noticias en televisión y en los periódicos, cuando muestran encuestas y sus resultados organizados en tablas ó a través de gráficas, las cuales sirven en muchas ocasiones para tomar decisiones a partir de la experiencia o de la información recopilada previamente sobre una situación similar.

Hay que tener en cuenta que en Colombia, el sistema educativo se encuentra legislado por la Ley 115 de 1994, llamada Ley general de la educación, la cual da autonomía a las instituciones educativas públicas en lo relacionado con el diseño y elaboración de su currículo. Por otro lado, el decreto 1860 de 1994, del Ministerio de Educación Nacional (MEN) reglamenta los aspectos pedagógicos y organizativos de la

educación en Colombia; la Resolución 2343 de 1996 del MEN, la cual establece los lineamientos curriculares para las áreas obligatorias; y documentos publicados por el MEN, tales como la serie lineamientos curriculares en 1998, los estándares por competencias en 2006 y los derechos básicos de aprendizaje (DBA) en 2015, que en el caso de matemáticas se publicó una segunda versión en el 2016.

Con la presente investigación y de acuerdo con lo expuesto anteriormente, se pretende evaluar el razonamiento estadístico de los estudiantes de noveno grado en colegios públicos de Ibagué. Para ello surge la siguiente pregunta de investigación ¿Qué factores influyen en el nivel de razonamiento estadístico de los estudiantes al finalizar la etapa de educación básica en Ibagué?

### **1.3 Justificación**

La influencia que tiene la estadística en la vida cotidiana, la vuelve útil en la comprensión y explicación de fenómenos en muchas ciencias. Al respecto Batanero (2001) y Cols (2005), firman que “la estadística como parte del currículo de matemáticas en la educación básica, tiene su utilidad en la vida diaria con un papel instrumental en otras disciplinas” (p. 12).

Este razonamiento estadístico se viene orientando en la educación colombiana de primero a undécimo grado, según la Ley 115 de 1994, a través de competencias establecidas en los lineamientos curriculares de 1998 y los estándares de 2006, donde se da como lineamiento curricular el desarrollo de competencias relacionadas con la estadística descriptiva, inferencial y la interpretación de tablas y figuras.

A pesar de que en Colombia existe la Asociación Colombiana de Matemática Educativa (ASOCOLME), que organiza encuentros nacionales e internacionales anuales con la participación de estudiantes de licenciatura, maestría y doctorados, docentes universitarios, docentes de colegio y docentes investigadores, conformando de esta manera una comunidad académica en el campo de la educación matemática, donde se busca compartir experiencias significativas en el proceso enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, con temas de análisis y reflexión en torno a problemáticas actuales para el desarrollo de la Educación Matemática en el país, aún falta motivar a los profesores y estudiantes para mejorar la calidad educativa en la educación estadística, según los resultados de las pruebas estandarizadas colombianas internas y externas, aplicadas a los estudiantes de educación media tanto interna como externa (SABER, TIMMS o PISA), las cuales han revelado que los estudiantes colombianos poseen falencias en términos de

competencias matemáticas ubicándose por debajo de la media en PISA. Este hecho demuestra la problemática y justifica la puesta en marcha de investigaciones que aporten información y formación a los profesores en ejercicio. Por esta razón, se hace necesario identificar, si el conocimiento estadístico que los estudiantes tienen al terminar su educación básica se corresponde con el conocimiento que el currículo señala que deben haber sido aprendidos en los años anteriores.

## **1.4 Objetivos**

### **1.4.1 *Objetivo general.***

Para dar respuesta a la anterior pregunta, esta investigación planteó como objetivo general identificar, si el razonamiento estadístico que los estudiantes tienen al terminar el grado noveno, se corresponde con el razonamiento que el currículo señala que deben haber sido aprendidos en los años anteriores.

### **1.4.2 *Objetivos específicos.***

Para alcanzar el objetivo antes planteado se definieron una serie de objetivos específicos, siendo éstos los siguientes:

- Establecer si hay diferencias en el razonamiento estadístico y errores de conceptos según el género
- Establecer si hay diferencias en el razonamiento estadístico y errores de conceptos según la edad.
- Identificar si hay diferencias en el razonamiento estadístico y errores de conceptos en los estudiantes de acuerdo al tipo de jornada implementada en las instituciones educativas.
- Identificar si hay diferencias en el razonamiento estadístico y errores de conceptos en los estudiantes de acuerdo a las características de la institución.
- Establecer si hay diferencias en colegios donde se imparte de manera separada la estadística del resto de las matemáticas respecto a colegios donde no están separadas.



## **II. MARCO TEORICO**



## 2 Marco teórico

La estadística no solo está presente en el currículo educativo, sino que a nivel social su uso es cotidiano. Por otra parte, la situación social y sanitaria por la que pasa la población hoy día hace que cada día los medios de comunicación e información inundan la prensa y los telediarios con datos y gráficos estadísticos. Se supone que la población en general tiene los conocimientos y competencias necesarias para interpretar toda esta información. Sin embargo, son muchos los estudios que señalan que esto no es así (Muñoz et al., 2020).

Es importante tener en cuenta el significado de la estadística, para lo cual se tendrán como referencia algunos teóricos en el tema, los cuales son pertinentes para este estudio.

Según Cabriá (1994):

La estadística estudia el comportamiento de los fenómenos llamados de colectivo. Está caracterizada por una información acerca de un colectivo o universo, lo que constituye su objeto material; un modo propio de razonamiento, el método estadístico, lo que constituye su objeto formal y unas previsiones de cara al futuro, lo que implica un ambiente de incertidumbre, que constituyen su objeto o causa final. (p. 94)

La Estadística es una disciplina autónoma y con métodos específicos de razonamiento (Moore, 1999) y, como afirman ciertos investigadores, la importancia social que actualmente se le atribuye a la estadística en la enseñanza obligatoria, contrasta con la poca formación que sobre esta materia recibe el futuro profesorado que se debe encargar de enseñarla al menos a nivel de la educación primaria (Estrada et al., 2011). Todo ello pese a que, ya, Holmes (1980), había mostrado y justificado iniciar su enseñanza desde la educación primaria.

Esta situación de poca valoración de la estadística por parte de los estudiantes y algunos sectores del profesorado hace que sea un tema que se deja para ser impartido al final de los cursos por lo que, en muchas ocasiones, los contenidos no llegan a ser impartidos en su totalidad (Mayén, 2009).

A nivel internacional se han llevado a cabo estudios sobre los conocimientos y errores centrados en temas específicos de estadística. Así se ha indagado en errores comunes en conceptos de probabilidad (Barros y Fernández, 2001; Estrada y Díaz, 2007),

la comprensión de la distribución normal (Batanero et al., 2001), la interpretación de gráficos estadísticos (Arteaga, 2014), aleatoriedad (Azcarate et al., 1998) o las pruebas de asociación estadística (Righetti, 2015) por mencionar algunas. Asimismo, se han analizado las actitudes de los alumnos de bachillerato (Salinas y Mallen, 2016) y los maestros en formación (Arteaga et al., 2014; León-Mantero et al., 2019). Otra línea de investigación sobre la educación estadística se ha orientado al análisis de los libros de texto que el profesorado utiliza como apoyo a su docencia (Cobo y Batanero, 2004; Jones y Jacobbe, 2014).

Las medidas de tendencia central son importantes y pese a que en ocasiones se consideran algo fáciles, Batanero (2000), señala que estas envuelven cierta complejidad porque, en muchas ocasiones, los alumnos asignan a la media, la mediana y la moda ciertas propiedades aritméticas que no se conservan para las medidas de posición central. También indica que los algoritmos de cálculo para estas medidas son variados dependiendo de la forma en que se presenten los datos.

Cobo (2003), analizó las medidas de posición central en alumnos españoles y los significados personales que autoconstruían. Encontró que los alumnos presentaban una abundancia de significados de estos conceptos estadísticos y que los ponían en juego cuando se enfrentaban a tareas que se les planteaban. Asimismo, afloraron conflictos de tipo semiótico.

Molero et al. (2019) estudiaron la comprensión de propiedades y procedimientos ligados a la media, que tienen los estudiantes al iniciar sus estudios de educación secundaria en un centro público de Sevilla. Hallaron algunos conflictos semióticos similares a los hallados por Cobo (2003), y, en algunos estudiantes, se evidenciaron conflictos en las propiedades y algoritmos.

Por su parte, Mayén (2009), estudió la comprensión de las medidas de tendencia central en estudiantes mexicanos. Halló dificultades y conflictos tanto conceptuales como procedimentales, así como en la comprensión de las representaciones, confundiendo entre sí los objetos que se representan en la gráfica, como puede ser la escala con los valores de la variable.

En Chile, se estudió la comprensión de las medidas de tendencia central en alumnos de pedagogía matemáticas (Rodríguez et al., 2016), hallando que tenían un dominio parcial de las habilidades a enseñar para realizar razonamiento estadístico y para descodificar la naturaleza de la información representada. Igualmente, allí se ha analizado la comprensión sobre tablas estadísticas que tienen los estudiantes de primaria (Sepúlveda

et al., 2018), observando que, en sus respuestas, presentan dos o más datos relevantes, aunque de forma aislada, y son capaces de generalizar algunos aspectos y ordenar correctamente varios datos, pero fallan al realizar la conexión entre ellos.

En Colombia, el Congreso de la República, a través de la Ley General de la Educación (1994), establece que los estudiantes deben aprender estadística y se debe enseñar desde el grado primero hasta el grado undécimo, desarrollando competencias relacionadas con la estadística descriptiva, inferencial, así como la interpretación de tablas y figuras. Para dar cumplimiento a la anterior Ley, el Ministerio de Educación Nacional (MEN) expide el Decreto 1860 de 1994 y establece los lineamientos curriculares, donde indica que:

El aprendizaje de las matemáticas debe posibilitar al alumno la aplicación de sus conocimientos fuera del ámbito escolar, donde debe tomar decisiones, enfrentarse y adaptarse a situaciones nuevas, exponer sus opiniones y ser receptivo a las de los demás. Es necesario relacionar los contenidos de aprendizaje con la experiencia cotidiana de los alumnos, así como presentarlos y enseñarlos en un contexto de situaciones problemáticas y de intercambio de puntos de vista. (Ministerio de Educación y Ciencia, 1989, p 493)

Rodríguez y Castro (2018), han estudiado el significado de la media aritmética en estudiantes de último año de la educación secundaria en Colombia obteniendo resultados que revelan la aparición de índices de dificultad en su comprensión, interpretación y significado. También, en Colombia, otros investigadores plantearon un estudio para conocer si la incorporación del software GeoGebra mejoraba el aprendizaje de las medidas de tendencia central, hallando que su uso fue motivador y haciendo el aprendizaje significativo para los estudiantes (Ramírez et al., 2018).

Todos los estudios reseñados señalan la importancia y actualidad de la investigación en temas de educación estadística. Nuestra investigación tuvo como objetivo conocer cuál es el grado de dominio del pensamiento estadístico que establece el Ministerio de Educación Nacional en los estándares de matemáticas por competencias, en estudiantes del grado noveno en Colombia, por ser este el último curso del ciclo de Educación Básica Secundaria, con la intención de contribuir a obtener información que pueda orientar acciones educativas futuras.

Los estudios mencionados anteriormente, solo hacen referencia a las medidas de tendencia central, pero no han tenido en cuenta el desarrollo de competencias en el pensamiento aleatorio, ni del razonamiento estadístico, que se encuentran planteados en

los lineamientos curriculares y en los estándares establecidos por el Ministerio de Educación Colombiano en el Decreto 1860 de 1994. Se espera con el presente estudio contribuir con un diagnóstico acerca del razonamiento estadístico de algunos colegios del sector público en la ciudad de Ibagué – Colombia, siendo esta investigación pionera en la región Ibaguereña.

Los aspectos teóricos que se van a tener en cuenta para el desarrollo y análisis en este trabajo se han dividido en 4 apartados, que son 1) didáctica de la estadística, 2) el razonamiento estadístico, 3) la estadística en el currículo colombiano y 4) El Statistics reasoning Assessment, los cuales se ampliarán a continuación.

## **2.1 Didáctica de la estadística**

Se entiende por didáctica de la estadística la disciplina que se ocupa de diseñar estrategias y métodos para enseñar y aprender estadística de manera efectiva, buscando facilitar la comprensión y aplicación de conceptos estadísticos, promoviendo el desarrollo de habilidades analíticas y la capacidad para tomar decisiones basadas en datos. Estrella (2014), afirma que el estudio de la estadística debe brindar a los estudiantes herramientas, enfatizando en la aplicabilidad práctica, la participación activa del estudiante y el uso de tecnologías educativas, lo que llevaría a formar individuos capaces de comprender, analizar y utilizar la estadística de manera efectiva en su futuro profesional y en su vida diaria, por ejemplo, en la formación del pensamiento crítico para poder discernir la verdad de lo que están mostrando las noticias diariamente a través los medios de comunicación (Arias et al., 2012).

Por tanto, se puede decir que, la didáctica de la estadística busca transformar el proceso de enseñanza y aprendizaje de esta disciplina, hacer que esta sea accesible y relevante para estudiantes de diferentes niveles educativos, para lo cual debe emplear diferentes enfoques pedagógicos que fomenten la participación activa del estudiante, promoviendo la resolución de problemas prácticos y la exploración de situaciones del mundo real, en contextos diversos de sus vidas cotidianas y profesionales. En resumen, el objetivo fundamental de la didáctica de la estadística es formar individuos estadísticamente competentes, tal como lo establece la Ley General de la Educación, capaces de enfrentar los retos del mundo contemporáneo con una comprensión sólida de los principios estadísticos y la capacidad de aplicarlos de manera efectiva en su vida diaria y profesional (Ley 115 de 1994).

Para contextualizar el presente estudio, a continuación, se hará referencia a las características propias de la estadística y de su enseñanza, donde se intentará hacer un análisis y dar una justificación de la importancia de separar la estadística de la matemática, como una disciplina, en las instituciones educativas en la educación básica.

### ***2.1.1 Peculiaridades de la didáctica de la estadística.***

La didáctica de la estadística tiene algunas peculiaridades o características, que la hacen una disciplina única y no como un subcampo de la educación matemática (Batanero, 1998). Entre las principales características se tienen:

1. Contextualización: La estadística, al ocuparse del análisis de datos, busca vincular los conceptos y métodos estadísticos con situaciones de la vida real, haciendo que el aprendizaje sea más significativo y aplicable. La contextualización se hace realidad al integrar en su currículo, ejemplos de aplicación en diferentes disciplinas del conocimiento que utilicen la estadística como herramienta fundamental, y la investigación científica.
2. Fomenta el pensamiento crítico: La enseñanza de la estadística se centra en el desarrollo de habilidades analíticas y críticas necesarias para evaluar la validez y tomar decisiones. De esta manera, la enseñanza de la estadística fomenta el pensamiento crítico al contextualizarla, debido a que los estudiantes no solo aprenden a realizar cálculos estadísticos, sino que pueden analizar la validez de los datos presentados, considerar posibles sesgos y evaluar la relevancia de los resultados en el contexto específico de estudio. Esto no solo fortalece la comprensión de la estadística, sino que también desarrolla habilidades analíticas que son valiosas en la resolución de problemas del mundo real.
3. Incorporación de herramientas tecnológicas educativas y software estadístico: En la enseñanza de la estadística contribuye a la contextualización al permitir a los estudiantes explorar conjuntos de datos reales y realizar análisis estadísticos interactivos. Esto no solo mejora la comprensión de los conceptos, sino que también simula situaciones del mundo real donde la estadística se utiliza para tomar decisiones.
4. Enseñanza activa y resolución de problemas: La didáctica de la estadística, favorece la enseñanza activa, involucrando a los estudiantes en la resolución de problemas prácticos. Se busca que los estudiantes no solo memoricen fórmulas, sino que también desarrollen habilidades analíticas y críticas al enfrentar

situaciones del mundo real, aspecto que puede diferir de enfoques más teóricos presentes en otras áreas de las matemáticas.

De esta manera se puede decir que, la contextualización en la didáctica de la estadística no solo enriquece el proceso de aprendizaje, sino que también prepara a los estudiantes para aplicar sus conocimientos en escenarios diversos. Al conectar la estadística con la realidad, se fomenta un aprendizaje más significativo y se empodera a los estudiantes para enfrentar desafíos estadísticos en su vida cotidiana y en sus futuras carreras profesionales.

### ***2.1.2 Peculiaridades de la estadística.***

La estadística, como disciplina matemática, posee ciertas peculiaridades que la distinguen de otras ramas y que resaltan su importancia en diversos campos, lo que a menudo justifica su separación y enfoque específico en el ámbito educativo. A continuación, se presentan algunas de las características más notables y la necesidad de su tratamiento diferenciado:

1. Variabilidad y la incertidumbre: Mientras que muchas ramas de las matemáticas trabajan con conceptos y principios precisos y deterministas, la estadística se centra en el estudio de la variabilidad y la incertidumbre presentes en los datos y reconoce la incertidumbre presente en cualquier muestra. Esta característica fundamental requiere enfoques y métodos específicos que difieren de los utilizados en las matemáticas tradicionales, para comprender y analizar la naturaleza fluctuante y aleatoria de los fenómenos observados.
2. Aplicación en contextos reales: La estadística se destaca por su aplicación práctica en situaciones del mundo real. A diferencia de otras ramas matemáticas que pueden tener un carácter más abstracto, la estadística encuentra su razón de ser en la interpretación de datos provenientes de diversas disciplinas, como la investigación científica, la medicina, la economía, las ciencias sociales y las ciencias naturales entre otras. La habilidad para analizar datos del mundo real y tomar decisiones fundamentadas basadas en la información extraída es una característica única de la estadística que justifica su tratamiento separado, permitiendo abordar problemas concretos y relevantes para los estudiantes.
3. Uso de la tecnología: La estadística a menudo hace uso extensivo de herramientas tecnológicas, software estadístico y programas de visualización y análisis de datos. Estas herramientas permiten el manejo eficiente de gran número de datos,

cálculos complejos y visualizaciones que facilitan la interpretación de resultados. La capacidad para trabajar con estas herramientas es esencial para los estadísticos, y su inclusión en el plan de estudios destaca la necesidad de habilidades prácticas más allá de la manipulación algebraica o geométrica común en otras áreas de las matemáticas, justificando su consideración independiente dentro del currículo.

4. Énfasis en la interpretación y toma de decisiones: La estadística no solo se trata de realizar cálculos; su objetivo final es la interpretación y comunicación de resultados, la toma de decisiones fundamentadas en datos, permitiendo evaluar la validez de las afirmaciones, comparar resultados y fundamentar elecciones en situaciones complejas y de incertidumbre. De esta manera, los estadísticos deben ser capaces de comunicar de manera efectiva las implicaciones de sus hallazgos, haciendo énfasis en la relevancia y el significado práctico de los resultados obtenidos. Esto implica que los estudiantes deben no solo conocer los métodos estadísticos, sino también comprender su significado y aplicabilidad en diferentes situaciones. Este enfoque en la interpretación hace que la estadística tenga un enfoque más pragmático que otras disciplinas matemáticas, lo cual requiere habilidades de comunicación y análisis adicionales.
5. Inferencia y generalización: A través de la inferencia estadística, esta disciplina busca hacer afirmaciones o predicciones sobre una población basándose en muestras de datos. Esta capacidad de generalización o de inferencia es fundamental y distingue a la estadística al permitir hacer afirmaciones sobre fenómenos más amplios con base en un conjunto limitado de observaciones, lo cual implica la extrapolación de resultados a poblaciones más grandes. Esta característica es fundamental y diferencia la estadística de la matemática pura.
6. Uso de modelos probabilísticos: La estadística hace uso extensivo de la teoría de la probabilidad para cuantificar la incertidumbre y modelar la variabilidad en los datos. Los modelos probabilísticos son esenciales para comprender y prever eventos futuros, proporcionando un marco formal para la toma de decisiones.

Con base en las anteriores características que tiene la estadística y su enseñanza, se puede decir que la estadística como disciplina se centra en la variabilidad e incertidumbre, la aplicación práctica, su inferencia y la interpretación de datos del mundo real, convirtiéndola en una disciplina única y esencial en la comprensión y análisis de fenómenos en diversos campos, lo cual justifica un tratamiento separado en la enseñanza y la investigación de la matemática convencional. Esta separación permite abordar de

manera más efectiva las características específicas de la estadística y prepara a los estudiantes para enfrentar desafíos analíticos en una variedad de contextos.

En el contexto colombiano, la enseñanza y aplicación de la estadística abarca diversos ámbitos, desde el sistema educativo hasta su implementación en distintas disciplinas profesionales y científicas, tales como: 1) Educación formal, 2) Aplicación en el sector público y privado, 3) Congresos y seminarios, 4) Herramientas tecnológicas y software estadístico. En general, la estadística en Colombia se trabaja de manera integral, abarcando desde la educación básica hasta la investigación aplicada y la toma de decisiones en diversos sectores.

La enseñanza de la estadística en la educación básica secundaria en Colombia sigue los lineamientos curriculares dados por el Ministerio de Educación Nacional (2006), en donde se debe enfocar en proporcionar a los estudiantes habilidades básicas para entender y trabajar con datos de la vida cotidiana, así como en fomentar el pensamiento crítico en relación con la interpretación de información estadística, para que en niveles educativos superiores puedan abordar aplicaciones más complejas. A continuación, se describen algunos aspectos estipulados en los lineamientos curriculares (1996) y en los estándares por competencias (2006), para desarrollar el pensamiento aleatorio en este nivel educativo: inclusión en el currículo, conceptos básicos de estadística, medidas de tendencia central, medidas de dispersión y de asimetría, diseño e interpretación de gráficas, probabilidad y distribuciones, inferencia estadística, uso de herramientas tecnológicas, contextualización y resolución de problemas prácticos, desarrollo del pensamiento crítico, y desarrollo de habilidades en colaboración y comunicación.

Los aspectos mencionados anteriormente, cada institución educativa en Colombia tiene autonomía en el diseño de su plan de estudio, dada por la Ley 115, teniendo en cuenta las áreas obligatorias establecidas en el Art. 23 de la misma Ley, en donde no aparece la estadística como área independiente de las matemáticas, sino como parte de ella, según los lineamientos curriculares.

Por otro lado, se tiene que la educación estadística es un campo interdisciplinario que centra su atención en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la estadística (Zieffler et al., 2018). No sorprende que la estadística y la probabilidad también se hayan convertido en una parte esencial del currículo de matemáticas durante la educación primaria. Por ejemplo, Batanero y Godino (2001) afirman que la principal razón para incluir el estudio matemático de fenómenos aleatorios en la educación primaria y secundaria es la fuerte presencia de situaciones de tipo aleatorio y de probabilidad en

nuestro entorno. No en vano, desde la publicación de los principios y estándares para las matemáticas escolares (NCTM, 2000) y sus recomendaciones sobre el inicio de la enseñanza de la estadística desde una edad temprana (Franklin et al., 2007; Bargagliotti, 2020), la mayoría de los países han comenzado a incluir esta materia en los niveles primarios.

En el caso del currículo escolar en Colombia, donde se realizó el presente estudio, el sistema educativo se divide en dos ciclos. El primero es la educación básica, que consta de cinco años de educación primaria y cuatro años de educación secundaria. Es decir, de primero a noveno grado. La segunda es la educación media, que tiene una duración de dos años: décimo y undécimo grado. El Congreso de la República de Colombia, en 1994, a través de la Ley 115 de 1994, por la cual se expide la ley general de educación, establece en el currículo educativo que los estudiantes deben aprender Estadística. Además, esto debe enseñarse desde primero a undécimo grado, desarrollando competencias relacionadas con la estadística descriptiva, inferencial y la interpretación de tablas y figuras, lo cual está previsto en el art. 25 de la Ley.

Teniendo en cuenta que la didáctica de la estadística se ocupa de diseñar y desarrollar estrategias pedagógicas efectivas para enseñar y aprender los principios, métodos y aplicaciones de esta disciplina y que su objetivo principal es facilitar la comprensión de esta rama de las matemáticas, que se dedica a la recopilación, organización, análisis e interpretación de datos. Como se mencionó anteriormente, la enseñanza de la estadística tiene unas peculiaridades que la caracterizan de las otras ramas de las matemáticas, entre ellas la contextualización y el desarrollo del pensamiento crítico, lo cual implica que la enseñanza de la estadística, no solo se debe centrar en transmitir fórmulas y procedimientos, sino en la comprensión e interpretación de los resultados obtenidos. Por tanto, el concepto de intervalos de confianza es fundamental que se tenga en cuenta en su enseñanza, donde los profesores deben enseñar a sus estudiantes que los resultados estadísticos no son absolutos, sino que vienen acompañados con rangos de confianza que expresan la incertidumbre asociada.

### ***2.1.3 Dificultades en la enseñanza y aprendizaje de la estadística.***

A pesar de que la didáctica de la estadística es una disciplina incipiente, existen grupos de investigación sobre la enseñanza y aprendizaje de la estadística, pertenecientes a países de Hispanoamérica y Latinoamérica, con líneas de investigación educación

estadística, en donde se investiga y publican estudios, se presentan en congresos y simposios, entre los que se encuentra Colombia (Estrella et al., 2015).

Teniendo en cuenta que, la estadística y su enseñanza tienen unas características propias, que la hacen una disciplina única, según Estrella (2017), surgen algunas dificultades en todos los niveles, al promover y mejorar la capacidad de los estudiantes a pensar estadísticamente, entre los que tiene que ver los profesores en formación y en ejercicio, quienes tienen escasa preparación en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la estadística, los cuales son factores que afectan el éxito en el desarrollo del pensamiento aleatorio, ya que la calidad de los profesores es un factor importante para lograrlo (Bruns y Luque, 2014).

Las dificultades en la enseñanza de la estadística en la educación básica secundaria son, en muchos casos, desafíos globales que van más allá de un país en particular. Aunque el sistema educativo en Colombia ha avanzado en la integración de la estadística en la educación básica secundaria, existen algunas falencias que pueden afectar la calidad de la enseñanza en esta área. Analizando los resultados de las pruebas internas y externas en Colombia, como las pruebas Saber y PISA, se pueden vislumbrar que existen falencias, posiblemente, en la legislación educativa en Colombia y/o en la enseñanza de la estadística, entre las cuales se pueden encontrar:

- Enfoque teórico excesivo, lo que puede hacer que a los estudiantes se les dificulte relacionar los conceptos con situaciones del mundo real. Se necesita un mayor énfasis en la aplicación práctica de la estadística en contextos relevantes.
- Falta de recursos tecnológicos: la falta de acceso a herramientas tecnológicas y software estadístico en las aulas puede limitar las oportunidades de los estudiantes para desarrollar habilidades prácticas y aplicadas.
- Formación de docentes: Muchos docentes pueden no tener una formación específica en estadística, lo que limita su capacidad para enseñar de manera efectiva la disciplina. La capacitación continua y el desarrollo profesional son esenciales para garantizar una enseñanza de calidad.
- Poca integración con otras disciplinas: La estadística a menudo se enseña de manera aislada y no se integra completamente con otras disciplinas. La falta de conexiones interdisciplinarias puede dificultar que los estudiantes vean la utilidad de la estadística en diversos campos.

- Énfasis en la memorización en lugar de la comprensión: la enseñanza se centra en la memorización de fórmulas y procedimientos, lo que lleva a que los estudiantes no desarrollen un pensamiento crítico ni la capacidad de aplicarlos a situaciones de la vida cotidiana, como tampoco se arriesgan a cuestionar la validez de los datos, evaluar la confiabilidad de los resultados y tomar decisiones informadas, sin lograr entender la relevancia y la aplicabilidad de la estadística en su vida cotidiana y en futuras carreras.
- Evaluación basada en la memorización: las evaluaciones se centran principalmente en la memorización de fórmulas y no en la aplicación práctica de los conceptos estadísticos, lo que lleva a que los estudiantes no desarrollen habilidades analíticas y de resolución de problemas necesarias para utilizar la estadística de manera efectiva.

Después de realizar el anterior análisis, se puede decir que, para superar estas falencias, se requiere un enfoque integral que promueva la práctica, orientado al pensamiento crítico y que incluya la actualización de métodos de enseñanza, el desarrollo de materiales educativos contextualizados, la integración de tecnologías en el aula y la mejora continua de la formación de docentes. Además, se necesita un esfuerzo coordinado a nivel global para abordar estos desafíos y mejorar la calidad de la enseñanza de la estadística en la educación básica secundaria.

Como se viene hablando, es importante desde la didáctica promover el desarrollo del pensamiento crítico, el cual está relacionado con el razonamiento estadístico, del cual se hablará en el siguiente apartado.

## **2.2 El razonamiento estadístico**

En los años noventa del siglo pasado era típico que los estudios relacionados con la estadística se encontraran únicamente en la educación secundaria. Además, se centraron en incorporar habilidades estadísticas. En consecuencia, la mayoría de los estudiantes comenzaron sus estudios en la universidad con una experiencia formal mínima en razonamiento estadístico, leyes de probabilidad y razonamiento probabilístico (Derry et al., 1998).

Hoy en día existe una creciente conciencia de la necesidad y utilidad de la estadística y la probabilidad en muchos aspectos de la vida cotidiana. Muchas situaciones requieren razonamiento estadístico por parte de personas con poca formación. Deben ser capaces de aplicarlo ante la información brindada en los medios de comunicación o el

desarrollo de su labor profesional (Batanero, 2019). Se refleja en la inclusión de la estadística y la probabilidad en los currículos escolares de diversos países, lo que lamentablemente no logra asegurar una correcta enseñanza y aprendizaje.

Un factor que también puede influir negativamente en la adquisición del razonamiento estadístico es que su inclusión se realiza dentro de la asignatura de matemáticas en la mayoría de los casos (Zieffler et al., 2018; Weiland, 2019). Provoca que, en muchos casos, se invierta menos tiempo en este bloque de contenidos en comparación con otros bloques del currículo de matemáticas. Se deja para final de curso académico o se omite por falta de tiempo (Ortiz y Cabrera, 2022).

A nivel general, se puede considerar que el razonamiento estadístico hace referencia al proceso de utilizar conceptos y métodos estadísticos para analizar datos, tomar decisiones y realizar inferencias sobre poblaciones basadas en muestras de datos, lo cual implica la aplicación de principios estadísticos para comprender la variabilidad de los mismos y hacer predicciones o tomar decisiones basadas en la probabilidad, convirtiéndose en una necesidad diseñar ambientes de aprendizaje que desarrollen habilidades para razonar, evaluar críticamente los datos, hacer inferencias y defender argumentos de manera lógica y sistemática a partir de los mismo (Riascos, 2016).

Sin embargo, a nivel educativo y cognitivo, el razonamiento estadístico va más allá del conocimiento de conceptos estadísticos y, por tanto, difiere de la alfabetización estadística. Es porque el razonamiento estadístico se puede definir como:

La forma en que las personas razonan con ideas estadísticas y dan sentido a la información estadística. El razonamiento estadístico puede implicar conectar un concepto con otro (p. ej., centro y dispersión) o puede combinar ideas sobre datos y azar. Razonar significa comprender y ser capaz de explicar procesos estadísticos y ser capaz de interpretar completamente los resultados estadísticos. (Garfield y Gal, 1999, p. 33)

Es la definición más utilizada en la literatura previa, la cual ha sido considerada en este trabajo y bajo la cual se basa el instrumento utilizado para evaluar el razonamiento estadístico de Garfield (2003). Sin embargo, la alfabetización estadística se centra principalmente en la construcción social de las estadísticas, la comprensión de los textos y el significado y las implicaciones de la información estadística en el contexto al que pertenece (Watson, 1997).

A diferencia de la alfabetización estadística, que es insuficiente, el razonamiento estadístico es de gran importancia en la toma de decisiones ya que permite tomar decisiones de una manera más rápida, intuitiva y confiable (Kahneman et al., 2011).

El razonamiento estadístico combina ideas sobre datos y azar. Además, estos dos aspectos permiten interpretar inferencias y resultados estadísticos. Este razonamiento requiere comprender conceptos esenciales como distribución, centro, dispersión, asociación, incertidumbre, aleatoriedad y muestreo (Garfield, 2002). Además, el razonamiento estadístico puede acompañar al razonamiento deductivo e inductivo en situaciones de investigación en las que se formulan y prueban hipótesis sobre experimentos o encuestas diseñadas para responder preguntas específicas (Lavigne y Lajoe, 2007).

Además, en el trabajo de Garfield (2002), se identifican cinco niveles de razonamiento estadístico: razonamiento idiosincrásico, verbal, transicional, procedimental y de proceso integrado. En el primero, los estudiantes conocen vagamente los conceptos y los utilizan sin entenderlos, por lo que muchas veces lo hacen de forma incorrecta. En segundo lugar, conocen los conceptos, pero no pueden aplicarlos a situaciones reales. En el tercero, los estudiantes pueden identificar los conceptos involucrados, pero no saben relacionarlos correctamente. En el cuarto nivel, pueden realizar el proceso correctamente pero no entienden cómo generar la respuesta. En este último, los estudiantes tienen un dominio completo que les permite comprender el problema en su totalidad.

Identificar el razonamiento estadístico tal como ocurre en el contexto social del aula requiere una extensión de los estudios sobre el desarrollo del razonamiento estadístico de los estudiantes. En particular, requiere el desarrollo de razonamiento sobre conceptos estadísticos críticos (por ejemplo, modelado y muestreo), incluidas sus dimensiones psicológicas, sociales, pedagógicas y epistemológicas (Ben-Zvi, 2008).

Como mencionan en su trabajo de Lavigne y Lajoe (2017), inicialmente, los trabajos sobre razonamiento estadístico, como el de Kahneman y Tversky (1982), se centraron principalmente en la primera parte de la definición (razonamiento con ideas o reglas estadísticas) examinando cómo las reglas son desarrolladas por los niños y en qué medida los adultos usan estas reglas para tomar decisiones en problemas hipotéticos bien definidos.

Posteriormente, las investigaciones sobre este tema ampliaron el enfoque a la segunda parte de la definición (hacer inferencias a partir de datos), estudiando el

desarrollo de la capacidad de los niños para razonar con datos y cómo se aplican las reglas estadísticas en diferentes situaciones de aprendizaje (Lavigne y Lajoe, 2007). Algunas investigaciones también han señalado que el conocimiento y las creencias personales juegan un papel fundamental en el razonamiento estadístico de los niños (Jacobs, 1999; Schwartz y Goldman, 1996).

A través de diversas investigaciones se han identificado seis tipos de razonamiento de contenido específico: razonamiento sobre muestras, razonamiento sobre datos, razonamiento sobre representaciones de datos, razonamiento sobre medidas estadísticas, razonamiento sobre incertidumbre y razonamiento sobre la asociación (Garfield y Gal, 1999).

Señalan Lavigne y Lajoe (2007), estos tipos de razonamiento estadístico coinciden con ciertas actividades propuestas en los estándares NCTM (2000). En particular, en esas propuestas, se pide a los estudiantes que planteen preguntas que impliquen recopilar, organizar, analizar y representar datos para hacer inferencias y predicciones.

Entre los investigadores que se han destacado en el tema se vislumbran dos líneas, lideradas la primera por Joan Garfield (Estrella, 2017), quien considera tres niveles (alfabetización estadística, razonamiento estadístico y pensamiento estadístico); la segunda línea, está liderada por Carmen Batanero y José Miguel Contreras (Contreras y Molina, 2019), quienes consideran un solo nivel que es el de la cultura estadística, el cual haría referencia a la alfabetización estadística y al razonamiento estadístico, considerados por Garfield, los cuales se ampliarán a continuación.

### ***2.2.1 Niveles cognitivos en la enseñanza de la estadística según Joan Garfield.***

Joan Garfield, una destacada estadística y educadora estadounidense, quien ha contribuido significativamente al campo de la educación estadística, desde el año 2002, abordó tres niveles importantes dentro del área de la didáctica de la estadística, como se muestran en la gráfica1, que desde su origen anglosajón se denominan statistical literacy, statistical reasoning, y statistical thinking (Estrella, 2017).

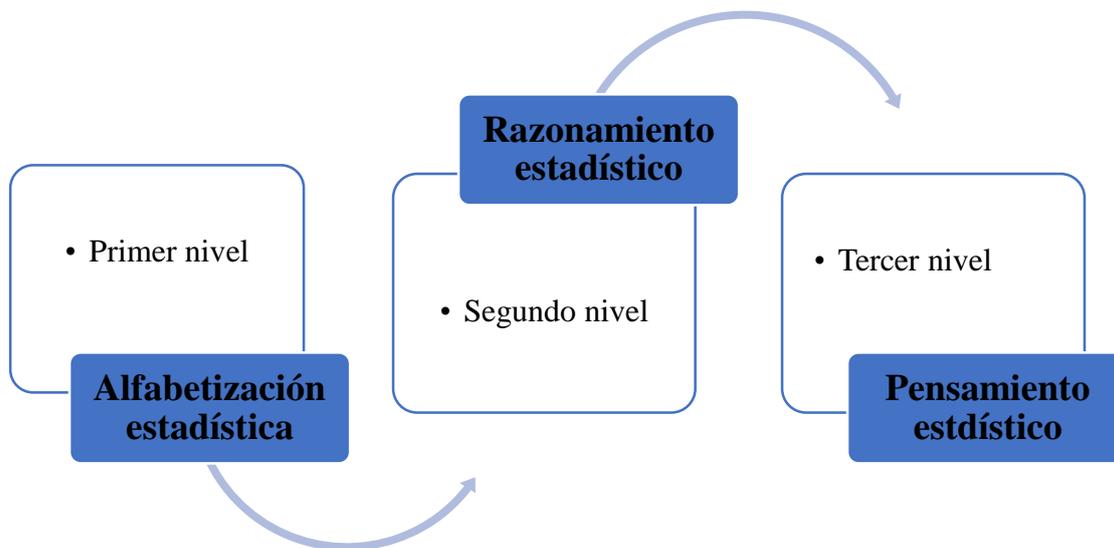


Figura 2.1. Niveles cognitivos. Fuente: Elaboración propia

Entre las características más importantes de cada nivel cognitivo de Garfield, se tienen:

- **Alfabetización estadística:** Según Garfield (2002), la alfabetización estadística va más allá de conocer conceptos y técnicas estadísticas; implica una comprensión profunda y la capacidad de aplicar el razonamiento estadístico en diversas situaciones de la vida cotidiana y en contextos más amplios; involucra la comprensión y uso de lenguaje básico y herramientas de estadística: saber lo que significan términos estadísticos, comprender el uso de los símbolos estadísticos, y reconocer y ser capaz de interpretar las representaciones de datos (Rumsey, 2002). La alfabetización estadística incluye habilidades básicas que se usan para comprender la información estadística, como la capacidad de organizar datos, construir y presentar tablas, y trabajar con diferentes representaciones de datos (Ben-Zvi y Garfield, 2004).
- **Razonamiento estadístico:** Según Garfield (2002), el razonamiento estadístico está estrechamente relacionado con la capacidad de pensar y tomar decisiones informadas basadas en datos. Entre los aspectos más destacados del razonamiento estadístico de Garfield, se tienen (Garfield y Ben-Zvi, 2007).

- **Interpretación de Datos:** Implica la capacidad para interpretar datos de manera crítica. Esto incluye comprender la información presentada en figuras, tablas y otras representaciones visuales, así como analizar la variabilidad y las tendencias en los datos.
- **Inferencia Estadística:** Garfield destaca la importancia de la inferencia estadística en el razonamiento estadístico. Esto implica la capacidad para hacer generalizaciones y sacar conclusiones sobre una población basándose en la información proporcionada por una muestra de datos.
- **Comprensión de Conceptos Estadísticos y enfoque Contextualizado:** Implica una comprensión profunda de conceptos estadísticos clave, como la media, la mediana, la desviación estándar y la probabilidad entre otros, conceptos que se deben enseñar de manera contextualizada y relevante lo cual ayuda a los estudiantes a aplicar sus habilidades estadísticas de manera práctica.
- **Toma de Decisiones Informadas por Datos:** implica evaluar la validez de los resultados, comprender la incertidumbre y utilizar la información estadística de manera ética, de esta manera las personas estarían en capacidad para tomar decisiones informadas basadas en la evidencia estadística.

Según Ben-Zvi y Garfield (2004), el razonamiento estadístico implica tomar decisiones basadas en conjuntos de datos, representaciones de los datos, o medidas de resumen de los datos. En resumen, para Joan Garfield, el razonamiento estadístico es una habilidad integral que va más allá de la manipulación de fórmulas y procedimientos. Implica una comprensión profunda de los conceptos estadísticos, la capacidad para interpretar y analizar datos de manera crítica, y la aplicación de estas habilidades en la toma de decisiones basada en datos en diversos contextos.

Las anteriores características del razonamiento estadístico se pueden visualizar en la Figura 2.2.



Figura 2.2. Características del razonamiento estadístico. Fuente: Elaboración propia

- **Pensamiento Estadístico:** El pensamiento estadístico, según Garfield, implica una comprensión profunda de los conceptos estadísticos, así como la capacidad de aplicar el razonamiento estadístico en situaciones del mundo real. Entre los aspectos más relevantes del pensamiento estadístico según Joan Garfield, se tienen:
- **Contextualización y Relación con la Vida Real:** Garfield destaca la importancia de enseñar la estadística en un contexto significativo para los estudiantes, lo cual implica la capacidad de relacionar y aplicar conceptos estadísticos en situaciones del mundo real, lo que va más allá de simplemente realizar cálculos y aplicar fórmulas.

- **Interpretación de Datos y Razonamiento Estadístico:** Tiene que ver con la interpretación de datos y la aplicación del razonamiento estadístico. Esto incluye la capacidad para analizar y comprender patrones, tendencias y variabilidad en los datos, así como hacer inferencias basadas en la evidencia estadística.
- **Comprensión de Conceptos:** Es importante, la comprensión profunda de conceptos estadísticos fundamentales, como la variabilidad, la probabilidad, la inferencia estadística y la representación gráfica. No se trata solo de manipular datos, sino de entender la lógica y la naturaleza de los conceptos estadísticos.
- **Enfoque Activo y Participativo:** El pensamiento estadístico se promueve a través de un enfoque activo y participativo en el aprendizaje. Garfield sugiere que los estudiantes deben participar en la recopilación y análisis de datos reales para desarrollar un entendimiento más profundo y aplicado de la estadística.
- **Toma de decisiones informada por datos:** Es la capacidad de tomar decisiones informadas basadas en datos. Garfield enfatiza que los estudiantes deben ser capaces de aplicar sus conocimientos estadísticos para tomar decisiones fundamentadas en diversos contextos.

En conclusión, el enfoque dado por Garfield a la educación estadística, revoluciona la forma en que se enseña y se comprende la estadística en el ámbito educativo, al enfatizar en la capacidad de aplicar el razonamiento estadístico de manera significativa en la resolución de problemas del mundo real e incluye el conocer cómo y por qué usar un método particular, el medir, el diseñar o modelar estadísticamente, utilizando el contexto de un problema para planificar y evaluar las investigaciones y sacar conclusiones (Chance, 2002).

Las principales características del pensamiento estadístico se pueden visualizar en la Figura 2.3.



Figura 2.3. Características del pensamiento estadístico. Fuente: Elaboración propia.

### 2.2.2 Niveles cognitivos en la enseñanza de la estadística según Carmen Batanero.

Según Contreras y Molina (2019).

“La noción de “cultura estadística”, terminología introducida por Batanero (2002), *statistics literacy* en inglés, surge con la idea de reconocer la necesidad de interpretar, evaluar críticamente y comunicar la información y mensajes estadísticos en la sociedad (Ben-Zvi y Garfield, 2004), así como su inclusión en la educación básica.

El uso de dos terminologías, cultura o alfabetización es debido, principalmente, a la traducción literal al castellano del término inglés “literacy”. Una de las causas del uso del término “cultura” puede ser debida a la concepción peyorativa del término “analfabeto” en castellano. Otro motivo sería, como indica Rumsey (2002), que el uso de la noción “alfabetización estadística” es demasiado amplio”.

**Cultura estadística:** Entre las características más importantes de la cultura estadística, se tiene:

- **Comprensión de Conceptos Básicos:** tiene que ver con la comprensión de los conceptos estadísticos fundamentales, como media, mediana, desviación estándar y probabilidad entre otros.
- **Interpretación de Datos:** incluye comprender figuras, tablas, diagramas y resúmenes estadísticos, así como identificar patrones y tendencias en los datos.
- **Razonamiento Estadístico:** capacidad de aplicar el razonamiento estadístico para tomar decisiones informadas. Esto puede incluir la interpretación de resultados de estudios, la evaluación de la validez de conclusiones basadas en datos y la comprensión de la variabilidad en los datos.
- **Aplicación Práctica:** la cultura estadística se extiende más allá del aula, se aplica a situaciones de la vida cotidiana y a la toma de decisiones en diversos campos.
- **Conciencia Crítica:** Incluye la capacidad de abordar la información estadística de manera crítica, cuestionando la validez de los datos, comprendiendo los sesgos potenciales y evaluando la calidad de la evidencia estadística.
- **Comunicación Efectiva:** Implica la habilidad para comunicar información estadística de manera clara y efectiva, ya sea en informes, presentaciones u otros medios.

**Razonamiento estadístico para Batanero:** Batanero defiende la enseñanza de la estadística que promueva el razonamiento estadístico, capacitando a los estudiantes no solo en la manipulación de fórmulas y cálculos, sino también en la comprensión profunda y la aplicación de los principios estadísticos en situaciones del mundo real. Este enfoque busca desarrollar habilidades analíticas y decisionales basadas en datos. Entre las principales características, se tienen:

- **Interpretación de Datos:** la capacidad de interpretar datos presentados en diferentes formas es esencial en el razonamiento estadístico.
- **Inferencia Estadística:** Se refiere a la capacidad de hacer inferencias a partir de los datos. Esto puede incluir la extrapolación de resultados de una muestra a una población más amplia y la evaluación de la certeza de estas inferencias.
- **Comprensión de la Variabilidad:** Una parte importante del razonamiento estadístico es la comprensión de la variabilidad inherente en los datos. Esto implica reconocer que los resultados pueden variar y entender la importancia de la variabilidad en el análisis estadístico.

- **Toma de decisiones basada en datos:** El razonamiento estadístico capacita a las personas para tomar decisiones informadas basadas en la evidencia estadística. Implica evaluar la validez de las conclusiones y considerar la incertidumbre asociada con los datos.
- **Contextualización y Aplicación Práctica:** El razonamiento estadístico va más allá de la manipulación de números; también implica aplicar conceptos estadísticos en contextos del mundo real. Esto puede incluir la resolución de problemas prácticos utilizando herramientas y técnicas estadísticas.
- **Pensamiento Crítico:** El razonamiento estadístico fomenta el pensamiento crítico al abordar la calidad de los datos, la validez de las conclusiones y la relevancia de las inferencias en un contexto dado.

De esta manera, promover una cultura estadística en la educación, es esencial para capacitar a las personas a tomar decisiones informadas en un mundo donde los datos desempeñan un papel central en diversas áreas de la vida, lo cual implica desarrollar un pensamiento crítico sobre cómo se recopilan, presentan e interpretan los datos.

### 2.3 La estadística en el currículo colombiano

Con la expedición de la Ley 115 en Colombia en 1994, también conocida como Ley General de la Educación, se inició un proceso para la revisión y diseño de los programas de matemáticas, llamado en un comienzo “Renovación curricular” (Ministerio de Educación Nacional, 1996), tal como lo describe Londoño et al. (2022):

En el año 2002, se inició un trabajo interinstitucional entre el Ministerio de Educación Nacional y las facultades de Educación del país agrupadas en Ascofade (Asociación Colombiana de Facultades de Educación), con la participación activa de maestros adscritos a instituciones de educación básica y media, de investigadores, redes de maestros, asociaciones y organizaciones académicas y científicas, y profesionales de varias secretarías de Educación, quienes han participado de manera comprometida en la concepción, formulación, validación y revisión detallada de los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006). Estos Estándares Básicos son los referentes que posibilitan valorar los niveles de progreso de las competencias que van alcanzando los estudiantes colombianos en el transcurso de su vida escolar. (p. 196)

Por otro lado, Gómez (2010), en un documento de trabajo, hace referencia a la autonomía que da la Ley a las instituciones educativas para la elaboración de su propio

currículo, el cual debe tener en cuenta los siguientes aspectos: los fines de la educación y los objetivos de cada nivel y ciclo definidos por la Ley 115 de 1994, las normas técnicas tales como lineamientos curriculares y estándares, para el currículo en las áreas obligatorias y fundamentales del conocimiento, u otros instrumentos para la calidad, que defina y adopte el Ministerio de Educación Nacional.

### ***2.3.1 Legislación educativa colombiana.***

Colombia tiene su propia legislación educativa, igual que todas las naciones, siendo reglamentada desde el 08 de febrero de 1994, cuando el Congreso de la República expide la Ley 115 o Ley General de educación, la cual es reglamentada parcialmente en los aspectos pedagógicos y organizativos generales a través del Decreto 1860 de agosto 03 del mismo año. La ley determina que los centros tienen autonomía para diseñar y desarrollar el currículo.

Esta misma ley establece que el Ministerio de Educación Nacional se responsabiliza de establecer unos lineamientos curriculares generales que los centros deben seguir. La ley también establece que los centros deben formular y registrar un proyecto educativo institucional (PEI). Este proyecto debe incluir, entre otros, la estrategia pedagógica que guía las labores de formación de los educandos y la organización de los planes de estudio y la definición de los criterios para la evaluación del rendimiento del educando.

El Art. 1 de la Ley 115 de 1994, establece que la educación es un proceso de formación permanente, personal, cultural y social que se fundamenta en una concepción integral de la persona humana, de su dignidad, de sus derechos y de sus deberes.

En el mismo Artículo, señala las normas generales para regular el Servicio Público de la Educación que cumple una función social acorde con las necesidades e intereses de las personas, de la familia y de la sociedad. Se fundamenta en los principios de la Constitución Política sobre el derecho a la educación que tiene toda persona, en las libertades de enseñanza, aprendizaje, investigación y cátedra y en su carácter de servicio público.

En esta ley, se define la organización de la educación formal en sus niveles preescolar, básica (primaria y secundaria) y media, no formal e informal, dirigida a niños y jóvenes en edad escolar, a adultos, a campesinos, a grupos étnicos, a personas con limitaciones físicas, sensoriales y psíquicas, con capacidades excepcionales, y a personas

que requieran rehabilitación social, según lo establece el Art. 67 de la Constitución Política de 1991 (Ley 115 de 1994, Art. 1).

En la misma Ley, en su Art. 10, define la educación formal como aquella que se imparte en establecimientos educativos aprobados, en una secuencia regular de ciclos lectivos, con sujeción a pautas curriculares progresivas, y conducente a grados y títulos.

Además, en su Art. 11 establece que los niveles de la educación formal son tres (3):

1. Preescolar, mínimo un grado obligatorio.
2. Educación Básica, con una duración de nueve grados que se desarrollará en dos ciclos: La educación básica primaria de cinco grados y la educación básica secundaria de cuatro grados
3. La educación media con una duración de dos grados.

Por otro lado, el Art. 19 de la Ley 115, define la educación básica obligatoria, la cual corresponde a la identificada en el Art. 356 de la Constitución Política, como educación primaria y secundaria; comprende nueve grados y se estructurará en torno a un currículo común, conformado por las áreas fundamentales del conocimiento y de la actividad humana.

En los Art. 20, 21 y 22, se establecen los objetivos generales de la educación básica y los objetivos específicos del ciclo de primaria y secundaria, respectivamente.

Para el logro de los objetivos de la educación básica se establecen áreas obligatorias y fundamentales del conocimiento y de la formación que necesariamente se tendrán que ofrecer de acuerdo con el currículo y el Proyecto Educativo Institucional, las cuales se encuentran establecidas en el Art. 23, en cuyo literal 8, tenemos el área de matemáticas.

En cuanto a la organización para la prestación del servicio educativo, en el Art. 73, la ley da autonomía a cada institución educativa para elaborar y poner en práctica el Proyecto educativo institucional (PEI), en el que se especifiquen entre otros aspectos, los principios y fines del establecimiento, los recursos docentes y didácticos disponibles y necesarios, la estrategia pedagógica, el reglamento para docentes y estudiantes y el sistema de gestión, todo ello encaminado a cumplir con las disposiciones de la presente ley y sus reglamentos. El contenido, la autonomía y la obligatoriedad del PEI, se encuentran reglamentados en los Arts. 14, 15 y 16 del Decreto 1860.

En lo relacionado con el currículo y el Plan de estudios, la misma ley, en su Art 76, establece el concepto de currículo como el conjunto de criterios, planes de estudio,

programas, metodologías, y procesos que contribuyen a la formación integral y a la construcción de la identidad cultural nacional, regional y local, incluyendo también los recursos humanos, académicos y físicos para poner en práctica las políticas y llevar a cabo el proyecto educativo institucional.

De igual manera, en el Art. 77, la ley da autonomía escolar dentro de los límites fijados por la ley y el P.E.I, para organizar las áreas fundamentales de cada nivel, introducir asignaturas optativas, adaptar las áreas a las necesidades y características regionales.

En su Art. 78, la ley estipula que el Ministerio de Educación Nacional (MEN) será el encargado de regular el currículo, diseñará los lineamientos generales de los procesos curriculares y, en la educación formal establecerá los indicadores de logros para cada grado de los niveles educativos, tal como lo fija el artículo 148 de la presente ley.

Los establecimientos educativos, de conformidad con las disposiciones vigentes y con su Proyecto Educativo Institucional, atendiendo los lineamientos a que se refiere el inciso primero de este artículo, establecerán su plan de estudios particular que determine los objetivos por niveles, grados y áreas, la metodología, la distribución del tiempo y los criterios de evaluación y administración. El estamento encargado para organizar el currículo y el plan de estudios de las instituciones educativas, propiciando su continuo mejoramiento y orientando su ejecución, es el Consejo Académico, cuya conformación la establece el Art. 20 del Decreto 1860 y cuyas funciones las reglamenta el Art. 24 del mismo decreto. En los Artículos 33, 34, 35, 37 y 38 del Decreto 1860, se dan las orientaciones curriculares relacionadas con los criterios para la elaboración del currículo, las áreas del plan de estudios, el desarrollo de asignaturas, adopción del currículo y del plan de estudios respectivamente.

Cuando haya cambios significativos en el currículo, el rector de la institución educativa oficial o privada lo presentará a la Secretaría de Educación Departamental o Distrital o a los organismos que hagan sus veces, para que ésta verifique el cumplimiento de los requisitos establecidos en la presente ley.

En cuanto al plan de estudios, el Art. 79 lo define como el esquema estructurado de las áreas obligatorias y fundamentales y de áreas optativas con sus respectivas asignaturas, que forman parte del currículo de los establecimientos educativos.

En la educación formal, dicho plan debe establecer los objetivos por niveles, grados y áreas, la metodología, la distribución del tiempo y los criterios de evaluación y

administración, de acuerdo con el Proyecto Educativo Institucional y con las disposiciones legales vigentes.

La organización administrativa del servicio y la flexibilidad del calendario académico, se encuentran estipuladas en los Arts. 85 y 86 de la Ley 115. El calendario académico en lo correspondiente a la jornada única, se encuentran reglamentados en los Arts. 57 y 60 del Decreto 1860. A continuación, se hace referencia a las orientaciones dadas en los lineamientos curriculares, en donde se tiene en cuenta la parte epistemológica y pedagógica; como también de los estándares de competencias y de los Derechos básicos de Aprendizaje (DBA), en el área de matemáticas y en nuestro caso la estadística y la probabilidad.

### **2.3.1.1 Lineamientos curriculares**

Como venimos mencionando, los lineamientos curriculares son documentos elaborados por el Ministerio de Educación nacional (MEN), con el apoyo de la comunidad educativa, el 07 de junio de 1998, para dar cumplimiento al Art. 78 de la Ley 115 de 1994, los cuales sirven de orientación general en lo relacionado con el currículo y la autonomía escolar que tienen las instituciones educativas, según lo establecido en los Arts. 76 y 77 de la misma Ley. Aquí se ve claramente que el MEN, deja el rol de diseñador del currículo, como hasta ese momento lo venía realizando, y asume el de orientador y facilitador. Los lineamientos pretenden apoyar la planeación de las áreas obligatorias y fundamentales en lo referente al currículo, definidas en el Art. 23 de la Ley general de la educación.

Para el área de matemáticas, tienen un enfoque sistémico con énfasis en el desarrollo de cinco tipos de pensamiento, entre los cuales se encuentra el aleatorio y los sistemas de datos, y tres procesos generales, siendo uno de ellos el planteamiento y solución de problemas.

### **2.3.1.2 Estándares de competencias**

En mayo de 2006, el MEN, teniendo como base los lineamientos curriculares de 1998, publica los estándares básicos de competencias en las áreas de matemáticas, lengua castellana, ciencias sociales y ciencias naturales y educación ambiental, y competencias ciudadanas. En ellos se da una información común en las áreas mencionadas anteriormente, por grados, para preescolar, básica y media, acerca de los desempeños que

todos los estudiantes del país deben alcanzar, para que las instituciones escolares organicen su plan de estudio, respetando su autonomía.

Los estándares difieren de los lineamientos, ya que los lineamientos son directrices generales sobre el currículo, mientras que los estándares, a pesar de fundamentarse en los lineamientos, son para cada grado y para un desempeño concreto dentro del grado. Los principios con que se diseñaron los estándares son tres: el mejoramiento de la calidad de la educación, garantizar la equidad y la democratización, con los cuales se pretendía que el plan de estudio de las instituciones educativas en el país, garantizara que todos los estudiantes recibieran una educación similar con alto nivel de calidad, pero debido a la autonomía institucional, cada institución decide sobre las prioridades, la metodología, el orden y la forma para enseñar y lograr la meta, aunque deben garantizar al final estudiantes competitivos a nivel nacional e internacional.

En general se podría decir que los estándares dan los criterios para que las instituciones educativas organicen su plan de estudios y establecen lo que los estudiantes deben aprender y estar en capacidad de saber y saber hacer, en las diferentes áreas, por grados.

En lo relacionado con el área de matemáticas, los estándares, teniendo en cuenta los lineamientos curriculares, pretenden que los estudiantes desarrollen competencias en matemáticas, potenciando los cinco tipos de pensamiento para la educación básica y media (el numérico y sistemas numéricos, el espacial y sistemas geométricos, el métrico y sistemas de medidas, el aleatorio y sistemas de datos y el variacional y sistemas algebraicos y analíticos), al igual que los cinco procesos generales de la actividad matemática (formular y resolver problemas, analizar y modelar procesos y fenómenos de la realidad, comunicar sobre las matemáticas con las matemáticas, razonar y, formular, comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos).

Con el diseño de los estándares quedó establecido que las evaluaciones, tanto internas como externas, se harán teniéndolos como referencia y se revisarán periódicamente a través de pruebas llamadas pruebas Saber para los grados 5, 7, 9 y 11 y que son aplicadas por el Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES).

En lo relacionado con la prueba de matemáticas, está alineada con los estándares básicos de competencias en las diferentes pruebas Saber que aplica el ICFES, en donde se pretende que las matemáticas tengan sentido en la vida cotidiana de los estudiantes y evalúa la capacidad que tienen los estudiantes de resolver situaciones o problemas de

contexto, bien sean familiares o personales, Laborales u ocupacionales, Comunitarios o sociales, Matemáticos o científicos, tras el desarrollo de tres competencias: - Interpretación y representación, - Formulación y ejecución, y – Argumentación.

Respecto al pensamiento aleatorio y los sistemas de datos, llamado también probabilístico o estocástico, los estándares se apoyan directamente en conceptos y procedimientos de la teoría de probabilidades y de la estadística inferencial, e indirectamente en la estadística descriptiva y en la combinatoria. Además,

ayudan a buscar soluciones razonables a problemas en los que no hay una solución clara y segura, abordándolos con un espíritu de exploración y de investigación mediante la construcción de modelos de fenómenos físicos, sociales o de juegos de azar y la utilización de estrategias como la exploración de sistemas de datos, la simulación de experimentos y la realización de conteos. (Ministerio de Educación Nacional, 2006, p. 64)

A continuación, se presentan los estándares correspondientes a la educación básica primaria (Tabla 2.1), básica secundaria (Tabla 2.2) y educación media (Tabla 2.3), correspondientes al desarrollo del pensamiento aleatorio y los sistemas de datos, tras seleccionarlos de entre todos los estándares del área de matemáticas.

Tabla 2.1. Estándares para el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos en educación básica primaria.

<b>PRIMERO A TERCERO</b>	<b>CUARTO A QUINTO</b>
<b>Al finalizar el tercer grado:</b>	<b>Al finalizar el quinto grado:</b>
1) Clasifico y organizo datos de acuerdo con cualidades y atributos y los presento en tablas.	1) Represento datos usando tablas y gráficas (pictogramas, gráficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares).
2) Interpreto cualitativamente datos referidos a situaciones del entorno escolar.	2) Comparo diferentes representaciones del mismo conjunto de datos.
3) Describo situaciones o eventos a partir de un conjunto de datos.	3) Interpreto información presentada en tablas y figuras. (pictogramas, gráficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares).
4) Represento datos relativos a mi entorno usando objetos concretos, pictogramas y diagramas de barras.	

- |  |   |
|--|---|
| 5) Identifico regularidades y tendencias en un conjunto de datos.  | 4) Conjeturo y pongo a prueba predicciones acerca de la posibilidad de ocurrencia de eventos.   |
| 6) Explico – desde mi experiencia – la posibilidad o imposibilidad de ocurrencia de eventos cotidianos.          | 5) Describo la manera como parecen distribuirse los distintos datos de un conjunto de ellos y la comparo con la manera como se distribuyen en otros conjuntos de datos. |
| 7) Predigo si la posibilidad de ocurrencia de un evento es mayor que la de otro.                                 | 6) Uso e interpreto la media (o promedio) y la mediana y comparo lo que indican.  |
| 8) Resuelvo y formulo preguntas que requieran para su solución coleccionar y analizar datos del entorno próximo. | 7) Resuelvo y formulo problemas a partir de un conjunto de datos provenientes de observaciones, consultas o experimentos.   |

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 2.2. Estándares para el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos en educación básica secundaria.

<b>SEXTO A SÉPTIMO</b>	<b>OCTAVO A NOVENO</b>
<b>Al finalizar el séptimo grado:</b>	<b>Al finalizar el noveno grado:</b>
1) Comparo e interpreto datos provenientes de diversas fuentes (prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas).	1) Reconozco cómo diferentes maneras de presentación de información pueden originar distintas interpretaciones.
2) Reconozco la relación entre un conjunto de datos y su representación.	2) Interpreto analítica y críticamente información estadística proveniente de diversas fuentes (prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas).
3) Interpreto, produzco y comparo representaciones gráficas adecuadas para presentar diversos tipos de datos	3) Interpreto y utilizo conceptos de media, mediana y moda y explicito sus

**SEXTO A SÉPTIMO****Al finalizar el séptimo grado:**

(diagramas de barras, diagramas circulares).

4) Uso medidas de tendencia central (media, mediana, moda) para interpretar el comportamiento de un conjunto de datos.

5) Uso modelos (diagramas de árbol, por ejemplo) para discutir y predecir posibilidad de ocurrencia de un evento.

6) Conjeturo acerca del resultado de un experimento aleatorio usando proporcionalidad y nociones básicas de probabilidad.

7) Resuelvo y formulo problemas a partir de un conjunto de datos presentados en tablas, diagramas de barras, diagramas circulares.

8) Predigo y justifico razonamientos y conclusiones usando información estadística.

**OCTAVO A NOVENO****Al finalizar el noveno grado:**

diferencias en distribuciones de distinta dispersión y asimetría.

4) Selecciono y uso algunos métodos estadísticos adecuados al tipo de problema, de información y al nivel de la escala en la que esta se representa (nominal, ordinal, de intervalo o de razón).

5) Comparo resultados de experimentos aleatorios con los resultados previstos por un modelo matemático probabilístico.

6) Resuelvo y formulo problemas seleccionando información relevante en conjuntos de datos provenientes de fuentes diversas. (prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas).

7) Reconozco tendencias que se presentan en conjuntos de variables relacionadas.

8) Calculo probabilidad de eventos simples usando métodos diversos (listados, diagramas de árbol, técnicas de conteo).

9) Uso conceptos básicos de probabilidad (espacio muestral, evento, independencia, etc.).

Tabla 2.3. Estándares para el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos en educación media.

---

**DÉCIMO A UNDÉCIMO**

**Al finalizar el undécimo grado:**

---

1. Interpreto y comparo resultados de estudios con información estadística provenientes de medios de comunicación.
  2. Justifico o refuto inferencias basadas en razonamientos estadísticos a partir de resultados de estudios publicados en los medios o diseñados en el ámbito escolar.
  3. Diseño experimentos aleatorios (de las ciencias físicas, naturales o sociales) para estudiar un problema o pregunta.
  4. Describo tendencias que se observan en conjuntos de variables relacionadas.
  5. Interpreto nociones básicas relacionadas con el manejo de información como población, muestra, variable aleatoria, distribución de frecuencias, parámetros y estadígrafos).
  6. Uso comprensivamente algunas medidas de centralización, localización, dispersión y correlación (percentiles, cuartiles, centralidad, distancia, rango, varianza, covarianza y normalidad).
  7. Interpreto conceptos de probabilidad condicional e independencia de eventos.
  8. Resuelvo y planteo problemas usando conceptos básicos de conteo y probabilidad (combinaciones, permutaciones, espacio muestral, muestreo aleatorio, muestreo con reemplazo).
  9. Propongo inferencias a partir del estudio de muestras probabilísticas.
- 

Fuente: Elaboración propia.

### **2.3.1.3 Derechos básicos de aprendizaje (DBA)**

Los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA), son unos documentos que publicó el MEN en Colombia en julio de 2015 (Ministerio de Educación Nacional, 2015), donde se encuentran explícitamente, los aprendizajes, por parte de los estudiantes, grado por grado, desde la educación básica (primaria y secundaria), hasta la educación media, de manera coherente con los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencias (EBC), los cuales se pueden articular con el plan de estudios, los planes de área y planes de aula, en cada institución educativa de acuerdo al PEI que tengan.

Hasta el momento han sido publicados para las áreas de lenguaje y matemáticas dos versiones (la segunda versión fue publicada en el 2016) y para las áreas de inglés, Ciencias Naturales y Ciencias Sociales una primera versión. La diferencia de los DBA con los Estándares es que en ellos se indica de manera detallada los saberes que los estudiantes deben aprender en cada grado, y no a través de indicadores de logros y metas de aprendizaje por ciclos de grados, como lo establecen los Estándares. Hay que hacer claridad, de que los DBA no son un currículo, ni una lista para abordar de manera secuencial, ni un reemplazo de los Estándares, ni un plan de estudios, ni de uso exclusivo de docentes y estudiantes, ni criterios de promoción, tampoco establecen una organización en el tiempo, ni un modelo pedagógico, solamente son unos referentes del MEN, para el fortalecimiento de los planes de estudio de cada institución. Con los DBA, el docente es autónomo para contextualizar y darles un orden, de acuerdo con las características y las necesidades de sus estudiantes y de la región.

- **Derechos básicos de aprendizaje de matemáticas para el pensamiento aleatorio y sistemas de datos**

En las dos versiones de los DBA para matemáticas, se encuentran incluidos, pero no de manera explícita, los cinco tipos de pensamiento matemático que se encuentran en los estándares, entre ellos encontramos los correspondientes al pensamiento aleatorio y sistemas de datos, los cuales seleccionamos grado por grado y los presentamos a continuación. En la selección realizada se conserva el número con el que aparece el DBA en el documento del MEN.

Tabla 2.4. DBA para el ciclo 1 de la educación básica primaria.

GRADO 1°		GRADO 2°		GRADO 3°	
DBA	10	DBA	10	DBA	10
Clasifica y organiza datos, los representa utilizando tablas de conteo y pictogramas sin escalas, y comunica los resultados obtenidos para responder		Clasifica y organiza datos, los representa utilizando tablas de conteo, pictogramas con escalas y gráficos de puntos, comunica los resultados obtenidos para responder		Lee e interpreta información contenida en tablas de frecuencia, gráficos de barras y/o pictogramas con escala, para formular y resolver preguntas de situaciones de su entorno.	

---

preguntas sencillas. sencillas.

<b>Evidencias de aprendizaje</b>	<b>Evidencias de aprendizaje</b>	<b>Evidencias de aprendizaje</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifica en fichas u objetos reales los valores de la variable en estudio.</li> <li>• Organiza los datos en tablas de conteo y/o en pictogramas sin escala.</li> <li>• Lee la información presentada en tablas de conteo y/o pictogramas sin escala (1 a 1).</li> <li>• Comunica los resultados respondiendo preguntas tales como: ¿cuántos hay en total?, ¿cuántos hay de cada dato?, ¿cuál es el dato que más se repite?, ¿cuál es el dato que menos aparece?</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifica la equivalencia de fichas u objetos con el valor de la variable.</li> <li>• Organiza los datos en tablas de conteo y en pictogramas con escala (uno a muchos).</li> <li>• Lee la información presentada en tablas de conteo, pictogramas con escala y gráficos de puntos.</li> <li>• Comunica los resultados respondiendo preguntas tales como: ¿cuántos hay en total?, ¿cuántos hay de cada dato?, ¿cuál es el dato que más se repite?, ¿cuál es el dato que menos se repite?</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifica las características de la población y halla su tamaño a partir de diferentes representaciones estadísticas.</li> <li>• Construye tablas y gráficos que representan los datos a partir de la información dada.</li> <li>• Analiza e interpreta información que ofrecen las tablas y los gráficos de acuerdo con el contexto.</li> <li>• Identifica la moda a partir de datos que se presentan en gráficos y tablas.</li> <li>• Compara la información representada en diferentes tablas y gráficos para formular y responder preguntas.</li> </ul>

---

DBA	11	DBA	11
Explica, a partir de la experiencia, la posibilidad de ocurrencia o no de un evento cotidiano y el resultado lo utiliza para predecir la ocurrencia de otros eventos.		Plantea y resuelve preguntas sobre la posibilidad de ocurrencia de situaciones aleatorias cotidianas y cuantifica la posibilidad de ocurrencia de eventos simples en una escala cualitativa (mayor, menor e	

---

---

igual).

**Evidencias de aprendizaje**      **Evidencias de aprendizaje**

- Diferencia situaciones cotidianas cuyo resultado puede ser incierto de aquellas cuyo resultado es conocido o seguro.
- Identifica resultados posibles o imposibles, según corresponda, en una situación cotidiana.
- Predice la ocurrencia o no de eventos cotidianos basado en sus observaciones.
- Formula y resuelve preguntas que involucran expresiones que jerarquizan la posibilidad de ocurrencia de un evento, por ejemplo: imposible, menos posible, igualmente posible, más posible, seguro.
- Representa los posibles resultados de una situación aleatoria simple por enumeración o usando diagramas.
- Asigna la posibilidad de ocurrencia de un evento de acuerdo con la escala definida.
- Predice la posibilidad de ocurrencia de un evento al utilizar los resultados de una situación aleatoria.

---

Fuente: Elaboración propia.

En la tabla 2.4, se puede observar que para el pensamiento aleatorio y sistemas de datos los DBA plantean solamente uno para el grado primero, dos para el grado segundo y dos para el grado tercero, de 10, 11 y 11 que son para cada grado respectivamente. También podemos observar que, según la numeración, son los últimos planteados.

Tabla 2.5. DBA para el ciclo 2 de la educación básica primaria.

GRADO 4°	GRADO 5°
DBA 10	DBA 10
<p>Recopila y organiza datos en tablas de doble entrada y los representa en gráficos de barras agrupadas o gráficos de líneas, para dar respuesta a una pregunta planteada. Interpreta la información y comunica sus conclusiones.</p>	<p>Formula preguntas que requieren comparar dos grupos de datos, para lo cual recolecta, organiza y usa tablas de frecuencia, gráficos de barras, circulares, de línea, entre otros. Analiza la información presentada y comunica los resultados.</p>
Evidencias de aprendizaje	Evidencias de aprendizaje
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Elabora encuestas sencillas para obtener la información pertinente para responder la pregunta.</li> <li>• Construye tablas de doble entrada y gráficos de barras agrupadas, gráficos de líneas o pictogramas con escala.</li> <li>• Lee e interpreta los datos representados en tablas de doble entrada, gráficos de barras agrupados, gráficos de línea o pictogramas con escala.</li> <li>• Encuentra e interpreta la moda y el rango del conjunto de datos y describe el comportamiento de los datos para responder las preguntas planteadas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Formula preguntas y elabora encuestas para obtener los datos requeridos e identifica quiénes deben responder.</li> <li>• Registra, organiza y presenta la información recolectada usando tablas, gráficos de barras, gráficos de línea, y gráficos circulares.</li> <li>• Selecciona los gráficos teniendo en cuenta el tipo de datos que se va a representar.</li> <li>• Interpreta la información obtenida y produce conclusiones que le permiten comparar dos grupos de datos de una misma población.</li> <li>• Escribe informes sencillos en los que compara la distribución de dos grupos de datos.</li> </ul>

GRADO 4°	GRADO 5°
<p data-bbox="229 257 343 302">DBA11</p> <p data-bbox="229 369 790 638">Comprende y explica, usando vocabulario adecuado, la diferencia entre una situación aleatoria y una determinística y predice, en una situación de la vida cotidiana, la presencia o no del azar.</p>	<p data-bbox="790 257 917 302">DBA 11</p> <p data-bbox="790 369 1359 571">Utiliza la media y la mediana para resolver problemas en los que se requiere presentar o resumir el comportamiento de un conjunto de datos.</p>
<p data-bbox="229 694 582 739">Evidencias de aprendizaje</p> <ul data-bbox="229 750 790 1243" style="list-style-type: none"> <li>• Reconoce situaciones aleatorias en contextos cotidianos.</li> <li>• Enuncia diferencias entre situaciones aleatorias y deterministas.</li> <li>• Usa adecuadamente expresiones como azar o posibilidad, aleatoriedad, determinístico.</li> <li>• Anticipa los posibles resultados de una situación aleatoria.</li> </ul>	<p data-bbox="790 694 1149 739">Evidencias de aprendizaje</p> <ul data-bbox="790 750 1359 1400" style="list-style-type: none"> <li>• Interpreta y encuentra la media y la mediana en un conjunto de datos usando estrategias gráficas y numéricas.</li> <li>• Explica la información que brinda cada medida en relación con el conjunto de datos.</li> <li>• Selecciona una de las medidas como la más representativa del comportamiento del conjunto de datos estudiado.</li> <li>• Argumenta la selección realizada empleando semejanzas y diferencias entre lo que cada una de las medidas indica.</li> </ul>
	<p data-bbox="790 1411 917 1456">DBA 12</p> <p data-bbox="790 1523 1359 1736">Predice la posibilidad de ocurrencia de un evento simple a partir de la relación entre los elementos del espacio muestral y los elementos del evento definido.</p> <p data-bbox="790 1803 1149 1848">Evidencias de aprendizaje</p> <ul data-bbox="790 1859 1359 1948" style="list-style-type: none"> <li>• Reconoce situaciones aleatorias en contextos cotidianos.</li> </ul>

<b>GRADO 4°</b>	<b>GRADO 5°</b>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Enumera todos los posibles resultados de un experimento aleatorio simple.</li> <li>• Identifica y enumera los resultados favorables de ocurrencia de un evento simple.</li> <li>• Anticipa la ocurrencia de un evento simple.</li> </ul>

Fuente: Elaboración propia.

En la tabla 2.5, se puede observar que para el pensamiento aleatorio y sistemas de datos los DBA plantean solamente dos para el grado cuarto y tres para el grado quinto, de 11 y 12 que son para cada grado respectivamente. También podemos observar que, según la numeración, son los últimos planteados.

Tabla 2.6. DBA para el ciclo 1 de la educación básica secundaria.

<b>GRADO 6°</b>	<b>GRADO 7°</b>
DBA 10	DBA 8
<p>Interpreta información estadística presentada en diversas fuentes de información, la analiza y la usa para plantear y resolver preguntas que sean de su interés.</p>	<p>Plantea preguntas para realizar estudios estadísticos en los que representa información mediante histogramas, polígonos de frecuencia, gráficos de línea entre otros; identifica variaciones, relaciones o tendencias para dar respuesta a las preguntas planteadas.</p>
<p>Evidencias de aprendizaje</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Lee y extrae la información estadística publicada en diversas fuentes.</li> <li>• Plantea una pregunta que le facilite recolectar información que le permita</li> </ul>	<p>Evidencias de aprendizaje</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Plantea preguntas, diseña y realiza un plan para recolectar la información pertinente.</li> <li>• Construye tablas de frecuencia y</li> </ul>

GRADO 6°	GRADO 7°
<p>contrastar la información estadística publicada.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Organiza la información recolectada en tablas y la representa mediante gráficas adecuadas.</li> <li>• Calcula las medidas requeridas de acuerdo con los datos recolectados y usa, cuando sea posible, calculadoras o software adecuado.</li> <li>• Escribe un informe en el que analiza la información presentada en el medio de comunicación y la contrasta con la obtenida en su estudio.</li> </ul>	<p>gráficos (histogramas, polígonos de frecuencia, gráficos de línea, entre otros), para datos agrupados usando, calculadoras o software adecuado.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Encuentra e interpreta las medidas de tendencia central y el rango en datos agrupados, empleando herramientas tecnológicas cuando sea posible.</li> <li>• Analiza la información presentada identificando variaciones, relaciones o tendencias y elabora conclusiones que permiten responder la pregunta planteada.</li> </ul>
DBA 11	DBA 9
<p>Compara características compartidas por dos o más poblaciones o características diferentes dentro de una misma población para lo cual seleccionan muestras, utiliza representaciones gráficas adecuadas y analiza los resultados obtenidos usando conjuntamente las medidas de tendencia central y el rango.</p>	<p>Usa el principio multiplicativo en situaciones aleatorias sencillas y lo representa con tablas o diagramas de árbol. Asigna probabilidades a eventos compuestos y los interpreta a partir de propiedades básicas de la probabilidad.</p>
Evidencias de aprendizaje	Evidencias de aprendizaje
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Comprende la diferencia entre la muestra y la población.</li> <li>• Selecciona y produce representaciones gráficas apropiadas al conjunto de datos, usando, cuando sea posible, calculadoras o software adecuado.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Elabora tablas o diagramas de árbol para representar las distintas maneras en que un experimento aleatorio puede suceder.</li> <li>• Usa el principio multiplicativo para calcular el número de resultados posibles.</li> </ul>

---

**GRADO 6°****GRADO 7°**

---

- Interpreta la información que se presenta en los gráficos usando las medidas de tendencia central y el rango.
- Interpreta el número de resultados considerando que cuando se cambia de orden no se altera el resultado.
- Compara las características de dos o más poblaciones o de dos o más grupos, haciendo uso conjunto de las respectivas medidas de tendencia central y el rango.
- Describe el comportamiento de las características de dos o más poblaciones o de dos o más grupos de una población, a partir de las respectivas medidas de tendencia central y el rango.

---

**DBA 12**

A partir de la información previamente obtenida en repeticiones de experimentos aleatorios sencillos, compara las frecuencias esperadas con las frecuencias observadas.

**Evidencias de aprendizaje**

- Enumera los posibles resultados de un experimento aleatorio sencillo.
  - Realiza repeticiones del experimento aleatorio sencillo y registra los resultados en tablas y gráficos de frecuencia.
  - Interpreta y asigna la probabilidad de ocurrencia de un evento dado, teniendo en cuenta el número de veces que ocurre el evento en relación con el número total de veces que realiza el experimento.
-

GRADO 6°	GRADO 7°
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Compara los resultados obtenidos experimentalmente con las predicciones anticipadas.</li> </ul>	

Fuente: Elaboración propia

En la tabla 2.6, se puede observar que para el pensamiento aleatorio y sistemas de datos los DBA plantean solamente tres para el grado sexto y dos para el grado séptimo, de 12 y 9 que son para cada grado respectivamente. También podemos observar que, según la numeración, son los últimos planteados.

Tabla 2.7. DBA para el ciclo 2 de la educación básica secundaria.

GRADO 8°	GRADO 9°
DBA 11	DBA 10
<p>Interpreta información presentada en tablas de frecuencia y gráficos cuyos datos están agrupados en intervalos y decide cuál es la medida de tendencia central que mejor representa el comportamiento de dicho conjunto.</p> <p><b>Evidencias de aprendizaje:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpreta los datos representados en diferentes tablas y gráficos.</li> <li>• Usa estrategias gráficas o numéricas para encontrar las medidas de tendencia central de un conjunto de datos agrupados.</li> <li>• Describe el comportamiento de los datos empleando las medidas de tendencia central y el rango.</li> </ul>	<p>Propone un diseño estadístico adecuado para resolver una pregunta que indaga por la comparación sobre las distribuciones de dos grupos de datos, para lo cual usa comprensivamente diagramas de caja, medidas de tendencia central, de variación y de localización.</p> <p><b>Evidencias de aprendizaje:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Define el método para recolectar los datos (encuestas, observación o experimento simple) e identifica la población y el tamaño de la muestra del estudio.</li> <li>• Construye diagramas de caja y a partir de los resultados representados en ellos describe y compara la distribución de un conjunto de datos.</li> </ul>

GRADO 8°	GRADO 9°
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconoce cómo varían las medidas de tendencia central y el rango cuando varían los datos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Compara las distribuciones de los conjuntos de datos a partir de las medidas de tendencia central, las de variación y las de localización.</li> <li>• Elabora conclusiones para responder el problema planteado.</li> </ul>
DBA 12	DBA 11
<p>Hace predicciones sobre la posibilidad de ocurrencia de un evento compuesto e interpreta la predicción a partir del uso de propiedades básicas de la probabilidad.</p>	<p>Encuentra el número de posibles resultados de experimentos aleatorios, con reemplazo y sin reemplazo, usando técnicas de conteo adecuadas, y argumenta la selección realizada en el contexto de la situación abordada. Encuentra la probabilidad de eventos aleatorios compuestos.</p>
<p><b>Evidencias de aprendizaje</b></p>	<p><b>Evidencias de aprendizaje</b></p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifica y enumera el espacio muestral de un experimento aleatorio.</li> <li>• Identifica y enumera los resultados favorables de ocurrencia de un evento indicado.</li> <li>• Asigna la probabilidad de la ocurrencia de un evento usando valores entre 0 y 1.</li> <li>• Reconoce cuando dos eventos son o no mutuamente excluyentes y les asigna la probabilidad usando la regla de la adición.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Diferencia experimentos aleatorios realizados con reemplazo, de experimentos aleatorios realizados sin reemplazo.</li> <li>• Encuentra el número de posibles resultados de un experimento aleatorio, usando métodos adecuados (diagramas de árbol, combinaciones, permutaciones, regla de la multiplicación, etc.).</li> <li>• Justifica la elección de un método particular de acuerdo con el tipo de situación.</li> <li>• Encuentra la probabilidad de eventos dados usando razón entre frecuencias.</li> </ul>

Fuente: Elaboración propia.

En la tabla 2.7, se puede observar que para el pensamiento aleatorio y sistemas de datos los DBA plantean solamente dos para el grado octavo y dos para el grado noveno, de 12 y 11 que son para cada grado respectivamente. También podemos observar que, según la numeración, son los últimos planteados.

Tabla 2.8. DBA para el ciclo 2 de la educación media.

<b>GRADO 10°</b>	<b>GRADO 11°</b>
DBA 8	DBA 10
<p>Selecciona muestras aleatorias en poblaciones grandes para inferir el comportamiento de las variables en estudio. Interpreta, valora y analiza críticamente los resultados y las inferencias presentadas en estudios estadísticos.</p>	<p>Plantea y resuelve problemas en los que se reconoce cuando dos eventos son o no independientes y usa la probabilidad condicional para comprobarlo.</p>
<p><b>Evidencias de aprendizaje</b></p>	<p><b>Evidencias de aprendizaje</b></p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Define la población de la cual va a extraer las muestras.</li> <li>• Define el tamaño y el método de selección de la muestra.</li> <li>• Construye gráficas para representar las distribuciones de los datos muestrales y encuentra los estadígrafos adecuados. Usa software cuando sea posible.</li> <li>• Hace inferencias sobre los parámetros basadas en los estadígrafos calculados.</li> <li>• Hace análisis críticos de las conclusiones de los estudios presentados en medios de comunicación o en artículos científicos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Propone problemas a estudiar en variedad de situaciones aleatorias.</li> <li>• Reconoce los diferentes eventos que se proponen en una situación o problema.</li> <li>• Interpreta y asigna la probabilidad de cada evento.</li> <li>• Usa la probabilidad condicional de cada evento para decidir si son o no independientes.</li> </ul>

---

**GRADO 10°****GRADO 11°**

---

## DBA 9

Comprende y explica el carácter relativo de las medidas de tendencias central y de dispersión, junto con algunas de sus propiedades, y la necesidad de complementar una medida con otra para obtener mejores lecturas de los datos.

**Evidencias de aprendizaje**

- Encuentra las medidas de tendencia central y de dispersión, usando, cuando sea posible, herramientas tecnológicas.
  - Interpreta y compara lo que representan cada una de las medidas de tendencia central en un conjunto de datos.
  - Interpreta y compara lo que representan cada una de las medidas de dispersión en un conjunto de datos.
  - Usa algunas de las propiedades de las medidas de tendencia central y de dispersión para caracterizar un conjunto de datos.
  - Formula conclusiones sobre la distribución de un conjunto de datos, empleando más de una medida.
-

---

**GRADO 10°****GRADO 11°**

---

## DBA 10

Propone y realiza experimentos aleatorios en contextos de las ciencias naturales o sociales y predice la ocurrencia de eventos, en casos para los cuales el espacio muestral es indeterminado.

**Evidencias de aprendizaje**

- Plantea o identifica una pregunta cuya solución requiera de la realización de un experimento aleatorio.
- Identifica la población y las variables en estudio.
- Encuentra muestras aleatorias para hacer predicciones sobre el comportamiento de las variables en estudio.
- Usa la probabilidad frecuencial para interpretar la posibilidad de ocurrencia de un evento dado.
- Infiere o valida la probabilidad de ocurrencia del evento en estudio.

---

Fuente: Elaboración propia

En la tabla 2.8, se puede observar que para el pensamiento aleatorio y sistemas de datos los DBA plantean solamente tres para el grado décimo y uno para el grado undécimo, de 10 y 10 que son para cada grado respectivamente. También podemos observar que, según la numeración, son los últimos planteados.

Al realizar un análisis del número de DBA planteados para cada uno de los niveles educativos, observamos que para la básica primaria se tienen 10 DBA de 55 que son en total, para la básica secundaria se tienen 9 de un total de 44 y para la educación media 4 de 20 que son en total, para el desarrollo del pensamiento aleatorio y sistemas de datos.

#### **2.3.1.4 Jornada única**

La Ley 115 de 1994, en el Art. 85, establece las jornadas en los establecimientos educativos, donde el servicio público educativo se prestará en las instituciones educativas en una sola jornada diurna, modificado por el Art. 57 de la Ley 1753 de 2015 (Congreso de la República de Colombia, 2015), donde se indica que la jornada escolar debe ser en jornada única, excepto en las instituciones que por limitaciones impidan el desarrollo de esta. En este mismo artículo, se define la jornada única como “la jornada escolar en la cual los estudiantes desarrollan actividades que forman parte del plan de estudios del establecimiento educativo y el receso durante al menos siete (7) horas al día” (Concepto 390731 de 2022, Art. 85).

De esta manera en el 2015, se inicia en Colombia el programa de Jornada Única para mejorar la calidad educativa, avanzando de manera gradual y progresiva su implementación.

En el año 2017 el Ministerio de Educación Nacional establece los lineamientos para la implementación de la jornada a través del Decreto 2105 de 2017. Con este decreto, se debe garantizar durante la jornada escolar, la formación integral a través del desarrollo de actividades académicas en áreas obligatorias y fundamentales establecidas en los Arts. 23, 31 y 32 de la Ley 115 de 1994, además de áreas o asignaturas optativas que defina el establecimiento en uso de sus autonomías escolar. Además, la Jornada Única debe permitir que los estudiantes disfruten el desarrollo de actividades complementarias, como el descanso pedagógico, la alimentación de los estudiantes y demás actividades pedagógicas definidas en el Proyecto Educativo Institucional; su tiempo de duración deberá estar en el plan de estudios aprobado por el Consejo Directivo de cada institución. Además, se debe “fomentar las competencias socioemocionales y ciudadanas, y aportar a la configuración de sus proyectos de vida, ampliando las experiencias y escenarios de aprendizaje al integrar las artes, la cultura, el deporte, la ciencia, la tecnología y la creatividad, como ejes movilizados del desarrollo integral y los aprendizajes significativos”, de niñas, niños, adolescentes y jóvenes (Ministerio de Educación Nacional, 2017).

#### **2.3.2 Pruebas estandarizadas**

Las pruebas estandarizadas son evaluaciones diseñadas y administradas de manera consistente para asegurar que todos los examinados respondan a las mismas preguntas bajo las mismas condiciones. Estas pruebas se utilizan en diversos campos,

como la educación, la psicología y la selección de personal y tienen varios propósitos dependiendo del campo en que sean aplicadas. Entre los aspectos clave que tienen las pruebas estandarizadas se tienen: Objetividad y consistencia, medición comparativa, aplicaciones en educación, selección de personal, diagnóstico y evaluación psicológica.

Teniendo en cuenta que el propósito de la evaluación es determinar en qué medida las instituciones educativas cumplen las metas de calidad determinadas en los estándares, con relación al aprendizaje que se espera los estudiantes logren en una institución educativa y que es responsabilidad del Estado fomentar el mejoramiento continuo de la calidad de la educación y de las evaluaciones y su desarrollo (Ley 1324, Art. 3, 2009), la evaluación proporciona información valiosa sobre el progreso de los estudiantes, ayuda a los docentes a ajustar sus métodos de enseñanza, a hacer ajustes en los planes de mejoramiento, promoviendo de esta manera una mejor calidad educativa.

En este sentido, en el campo educativo, las pruebas estandarizadas dan información válida y confiable que permita identificar las fortalezas y debilidades del sistema educativo, identificando las áreas a mejorar para fortalecer el desarrollo académico de los estudiantes y la investigación en el aula.

Las pruebas estandarizadas a pesar de los beneficios medibles que tienen, es importante aclarar, que posiblemente presente limitaciones tales como sesgo cultural, factores de contexto como las zonas geográficas, edades, género o las condiciones socioeconómicas de los participantes, la dependencia excesiva de los resultados de la prueba y la presión para "enseñar para el examen", lo que puede afectar negativamente la calidad de la educación y perder su confiabilidad en la toma de decisiones para el mejoramiento.

En Colombia la Ley 1324 de 2009, fija parámetros y criterios para organizar el sistema de evaluación de resultados de la calidad de la educación y en su Art. 3, estipula que es responsabilidad del Ministerio de Educación Nacional con el apoyo del Instituto Colombiano para la Evaluación de la Calidad de la Educación (ICFES), la realización de estas evaluaciones, promover la formación del recurso humano en el nivel territorial y local, además se deberá monitorear en cada ocasión. Además, en el Art. 7 de la misma Ley, cuales son las pruebas e instrumentos de medición de la calidad de la Educación en Colombia, entre las que se encuentran las pruebas Saber 3, 5, 7, 9, 11 y Pro, donde las Pruebas Saber 3 y 5 se evalúa la educación básica primaria, las pruebas Saber 7 y 9 evalúa la educación básica secundaria, la Saber 11, evalúa a quienes terminan el nivel de educación media y la prueba Saber Pro, evalúa oficialmente a quienes terminan los

programas de pregrado en las instituciones de educación superior. Con esta estrategia, el Gobierno Nacional busca medir competencias desarrolladas en los procesos de aprendizaje de los estudiantes en el país en las áreas de Ciencias Naturales y Educación Ambiental, competencias comunicativas en Lenguaje y escritura, Competencias ciudadanas y Matemáticas. Las pruebas deberán incluir la evaluación de capacidades, competencias y habilidades sociales, emocionales y ciudadanas para la paz, con el objetivo de valorar la formación integral de los estudiantes.

Los resultados de estas pruebas, no solo le permite al gobierno nacional dar orientaciones y establecer políticas educativas para lograr una educación de calidad.

#### **2.4 El Statistics reasoning Assessment**

A pesar de que se han realizado algunas reformas para la enseñanza y el aprendizaje de la estadística, las pruebas tradicionales existentes se quedan cortas para evaluar el razonamiento estadístico, porque se limitan a cálculos numéricos y a la memorización de cierta información, lo cual no brinda información suficiente sobre, como los estudiantes entienden ni cómo aplicar en contextos reales lo que han aprendido (Garfield, 2003).

Evaluar el razonamiento estadístico implica medir la capacidad de las personas para comprender y aplicar conceptos estadísticos en situaciones del mundo real, por esto se hace necesario contar con un instrumento donde se obtenga información sobre el razonamiento estadístico en los estudiantes, en lugar de una prueba tradicional, de carácter memorista.

Existen diferentes instrumentos y pruebas diseñados para evaluarlo en diversos contextos. Algunos de estos instrumentos son específicos para la educación estadística, mientras que otros se utilizan en la investigación para evaluar el razonamiento estadístico en distintas poblaciones, variando su enfoque y complejidad. La elección del instrumento depende de los objetivos específicos de la evaluación y del nivel de habilidad estadística que se esté evaluando, teniendo en cuenta que la evaluación del razonamiento estadístico a menudo implica no solo pruebas escritas, sino también evaluaciones basadas en proyectos.

Al realizar la revisión bibliográfica, se encontraron diferentes tipos de instrumentos con los cuales se ha pretendido evaluar el razonamiento estadístico, entre los cuales se encuentran: CAOS (Comprehensive Assessment of Outcomes in a First Statistics Course), GAIN (Assessment of Generalizability, Ability, Independence, and

Numeracy), DAS (Data Analysis Skills Assessment), SRRI (Statistical Reasoning in everyday life), TOSRA (Test of Statistical Reasoning Ability), GIST (Group Assessment of Individualized Learning) y el SRA (Statistics Reasoning Assessment).

Además, hay que tener en cuenta que la actitud hacia la estadística es un factor que puede afectar el aprendizaje de esta, entendiéndose como actitud la suma de emociones y sentimientos durante el aprendizaje de una materia (Gal et al., 1997), lo cual llevó al diseño de instrumentos que midan las actitudes hacia la estadística, tal como lo dice Zamora-Araya et al. (2022) en su investigación realizada al respecto, los cuales se registran en la siguiente tabla.

Tabla 2.9. Instrumentos para evaluar la actitud de los estudiantes hacia la estadística

<b>Instrumento</b>	<b>Creado por</b>	<b>Qué evalúa</b>
Statistic Attitude Survey (SAS)	Roberts y Bilderback (1980)	Predice el rendimiento académico basado en una medida global de actitud hacia la Estadística; aunque algunos ítems evalúan conocimiento estadístico.
Attitudes Toward Statistics (ATS)	Wise (1985)	Trata de subsanar algunos problemas del SAS. Incluye dos dimensiones: Campo y Curso.
Survey of Attitudes Toward Statistics (SATS)	Shau (1990)	Intenta mejorar las escalas anteriores. Mide cuatro dimensiones: afecto, valor, competencia cognitiva y dificultad. Posteriormente se actualizó con 8 ítems más que incluyen las dimensiones de esfuerzo e interés (SATS-36) (Schau et al., 1995).

Fuente: Elaboración propia.

También se encontró la tesis doctoral de Meza (2022), en la cual diseña y valida un instrumento para evaluar el razonamiento estadístico de estudiantes universitarios, al que denominó IEDRE. En el documento, Meza (2022), elabora una tabla comparativa de instrumentos representativos existentes previos a su investigación, la cual se utilizará por ser relevante para la presente investigación.

Tabla 2.10. Instrumentos para evaluar el razonamiento estadístico

ELEMENTO	SRA	CAOS	GOALS	BLIS	REALI	EXTRA-ES
<b>Autor (es)</b>	Garfield (1998)	DelMas, Garfield, Ooms y Chance (2007)	Sabbag, Garfield y Zieffler (2015)	Ziegler (2014)	Sabbag, Garfield y Zieffler (2018)	CENEVAL <sup>31</sup> (2017)
<b>País de aplicación</b>	EUA	EUA	EUA	EUA	EUA	México
<b>Constructo que evalúan</b>	Comprensión de conocimientos claves de probabilidad y estadística, así como la aplicación del razonamiento estadístico.	Comprensión conceptual de ideas estadísticas al final de un curso de introducción a la estadística. <sup>32</sup>	Razonamiento estadístico	Alfabetización estadística	Alfabetización y razonamiento estadísticos	Nivel de conocimientos y habilidades estadísticas básicos, así como en tres áreas de especialización: métodos estadísticos, muestreo y estadística experimental.
<b>Número de versiones</b>	Sin información	4	2	3	1	Sin información
<b>Tipo de reactivo</b>	Opción múltiple	Opción múltiple	Opción múltiple y construcción de respuesta	Opción múltiple	Opción múltiple	Opción múltiple
<b>Número de reactivos</b>	20 reactivos	40 reactivos	Varía de acuerdo con la versión <sup>33</sup>	37 reactivos	40 reactivos <sup>34</sup>	85 reactivos <sup>35</sup> para el Módulo Básico (EXTRA-ES-BAS)

ELEMENTO	SRA	CAOS	GOALS	BLIS	REALI	EXTRA-ES
<b>Áreas temáticas</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Razonamiento sobre los datos.</li> <li>2. Razonamiento sobre representaciones de datos.</li> <li>3. Razonamiento sobre medidas estadísticas</li> <li>4. Razonamiento sobre la incertidumbre</li> <li>5. Razonamiento sobre las muestras</li> <li>6. Razonamiento sobre asociación</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Recopilación y diseño de datos.</li> <li>2. Estadísticas descriptivas.</li> <li>3. Representaciones gráficas.</li> <li>4. Diagramas de caja.</li> <li>5. Distribución normal.</li> <li>6. Datos bivariados.</li> <li>7. Probabilidad.</li> <li>8. Variabilidad muestral.</li> <li>9. Intervalos de confianza.</li> <li>10. Pruebas de significancia.</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Diseño del estudio.</li> <li>2. Relaciones bivariadas.</li> <li>3. Variabilidad.</li> <li>4. Muestreo y variabilidad muestral.</li> <li>5. Interpretación de intervalos de confianza y valores p.</li> <li>6. Inferencia estadística.</li> <li>7. Modelado y simulación.</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Producción de datos.</li> <li>2. Gráficos.</li> <li>3. Estadísticas descriptivas.</li> <li>4. Distribuciones muestrales empíricas.</li> <li>5. Intervalos de confianza.</li> <li>6. Pruebas de hipótesis.</li> <li>7. Alcance de las conclusiones.</li> <li>8. Regresión y correlación.</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Representaciones de datos.</li> <li>2. Medidas del centro.</li> <li>3. Medidas de variabilidad.</li> <li>4. Diseño del estudio.</li> <li>5. Intervalos de confianza.</li> <li>6. Pruebas de hipótesis y valores p.</li> <li>7. Probabilidad.</li> <li>8. Datos bivariados.</li> </ol>	<p>*Módulo Básico (EXTRA-ES-BAS)<sup>36</sup></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Fundamentos del pensamiento estadístico y estructura y generación de datos.</li> <li>2. Descripción, organización e interpretación de los datos.</li> <li>3. Nociones de inferencia.</li> </ol>

Fuente: Meza (2022).

Inzunza y Enciso (2022), en su investigación sobre alfabetización y razonamiento estadístico de estudiantes Mexicanos al concluir el Bachillerato, construyó un instrumento conformado por 21 ítems de selección múltiple (12 de alfabetización estadística y 9 de razonamiento estadístico), algunos de los cuales corresponden a instrumentos validados, entre los que se encuentran: Statistics Concepts Inventory (SCI) (Allen, 2006); Basic Literacy in Statistics (BLIS) (Ziegler, 2014); Reasoning and Literacy Instrument (REALI) (Sabbag, 2016); Locus (Jacobbe et al., 2014); Goals (Sabbag y Zieffler, 2015); CAOS (Delmas et al., 2007) y SRA (Garfield, 2003).

Para evaluar el razonamiento estadístico, Saidi y Siew (2022), realizaron recientemente un estudio con 320 estudiantes de secundaria del grado de Ciencias en

Malasya. Se analizó la actitud y la ansiedad hacia las estadísticas, además del grado de alfabetización. Encontraron resultados positivos en el grado de alfabetización a nivel general y en la descripción, organización y representación de datos. Sin embargo, se encontró que el razonamiento estadístico era fundamentalmente deficiente en preguntas sobre dar inferencias, razones o justificaciones para sus respuestas.

Otro estudio comparó el nivel de razonamiento estadístico de 1.360 estudiantes de cinco escuelas secundarias de China (Wang et al., 2009) con los resultados obtenidos por Tempelaar (2004), para estudiantes holandeses. Para ello aplicaron la prueba de Evaluación del Razonamiento Estadístico (SRA) (Garfield, 2003). Los estudiantes chinos obtuvieron puntuaciones más bajas que los holandeses en las ocho concepciones correctas. Por supuesto, el rendimiento de los estudiantes chinos no fue tan bueno como el de los holandeses, pero sus tendencias generales fueron las mismas, obteniendo buenos resultados en ambos casos.

A nivel universitario, Jauhari et al. (2021) estudiaron el razonamiento estadístico de estudiantes de Ciencias de la Comunicación. Para ello, realizaron un estudio cualitativo en el que clasificaron a 100 estudiantes dentro de uno de los cinco niveles de razonamiento propuestos por Garfield (2002). Los niveles extremos fueron asignados sólo a 8 estudiantes (cuatro cada uno). Por el contrario, 48 fueron asignados al nivel 3, correspondiente al razonamiento transicional. En este nivel, los estudiantes pueden identificar problemas usando símbolos o términos apropiados, determinar hipótesis de investigación y conocer los conceptos utilizados para resolver problemas, pero no comprenden el uso de los conceptos.

Por otro lado, Gorham y Chamberlin (2019), estudiaron los conceptos erróneos estadísticos de los futuros docentes que también utilizan la SRA. En el estudio participaron un total de 134 estudiantes. Descubrieron que la comparación de grupos del mismo tamaño, el sesgo de equiprobabilidad y la correlación implican que los conceptos erróneos de causalidad eran los más comunes y que las mujeres cometían los errores más bajos en la pregunta relacionada con la representatividad. Sin embargo, no encontraron, en general, diferencias significativas por género.

El instrumento más utilizado en la literatura para evaluar el razonamiento estadístico es la Evaluación del Razonamiento Estadístico (SRA) de Garfield (2003). Es una prueba de opción múltiple compuesta por 20 ítems en los que una o más respuestas pueden considerarse conclusiones de razonamiento correcto y otras que son distractoras de las anteriores que en ocasiones evalúan algún tipo de ideas erróneas. La selección de

respuestas por parte de los encuestados permite evaluar ocho tipos de razonamientos correctos y ocho conceptos erróneos. Estos se pueden consultar en la Tabla 2.11.

Tabla 2.11. Tipos de razonamiento correcto y conceptos erróneos medidos por el SRA.

Habilidades de razonamiento	Artículos y alternativas
correctas 1. Interpreta correctamente las probabilidades 2. Entiende cómo seleccionar un promedio apropiado 3. Calcula correctamente la probabilidad	2d, 3d
a. Entiende las probabilidades como razones.	6c
b. Utiliza razonamiento combinatorio.	13a, 18b, 19a, 20b
4. Entiende la independencia 5. Entiende la variabilidad del muestreo 6. Distingue entre correlación y causalidad 7. Interpreta correctamente tablas de doble entrada 8. Entiende la importancia de muestras grandes	9e, 10df, 11e
	14b, 15d
	16c
	5,1d
	6b, 12b
<b>Conceptos erróneos</b>	
1. Conceptos erróneos sobre promedios	
a. Los promedios son el número más común.	1a, 17a
b. No tiene en cuenta los valores atípicos al calcular el promedio	1c
c. Compara grupos según sus promedios	15bf
d. Confunde media con mediana	17a
2. Concepto erróneo de orientación a resultados	2e, 3ab, 11abd, 12c, 13b
3. Las buenas muestras tienen que representar un alto porcentaje de la población 7bc, 16ad	
4. Ley de los pequeños números	12a, 14c
5. Concepto erróneo de representatividad 6. Correlación implica causalidad 7. Sesgo de equiprobabilidad 8. Los grupos sólo se pueden comparar si son del mismo tamaño	9abd, 10e, 11c
	16be
	13c, 18a, 19d, 20d
	6a

Fuente: Garfield (2003)

Según el currículo de matemáticas colombiano, un estudiante que ha terminado el noveno grado se supone que tiene las habilidades necesarias para responder a los contenidos involucrados en la SRA. Teniendo en cuenta que la educación básica y media en Colombia está orientada al desarrollo de competencias en las diferentes áreas básicas del conocimiento, según los lineamientos curriculares dados por el Ministerio de Educación Nacional (1996), y explicados en el apartado 2.3 del presente documento, las competencias a desarrollar en estadística se encuentra dentro del área de matemáticas, denominadas como pensamiento aleatorio y sistemas de datos, al igual que potenciar en los estudiantes, los cinco procesos generales de la actividad matemática: 1) formular y

resolver problemas; 2) analizar y modelar procesos y fenómenos de la realidad 3) comunicar sobre las matemáticas con las matemáticas; 4) razonar y, formular, comparar y 5) ejercitar procedimientos y algoritmos. En las tablas 2.12, 2.13 y 2.14, se clasifican las competencias requeridas en el aprendizaje de la estadística por parte de los estudiantes, de acuerdo con los niveles cognitivos planteados por Garfield (2002).

Tabla 2.12. Distribución de los estándares de competencias de Colombia en básica primaria con relación a los niveles de Garfield

	Alfabetización estadística	Razonamiento estadístico	Pensamiento estadístico
<b>Básica Primaria (primer a quinto grado)</b>	<p><b>Ciclo 1 (primer a tercer grado)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Clasifico y organico datos de acuerdo con cualidades y atributos y los presento en tablas.</li> </ul> <p><b>Ciclo 2 (cuarto y quinto grado)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Represento datos usando tablas y gráficas (pictogramas, gráficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares).</li> <li>• Comparo diferentes representaciones del mismo conjunto de datos.</li> </ul>	<p><b>Ciclo 1 (primer a tercer grado)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpreto cualitativamente datos referidos a situaciones del entorno escolar.</li> <li>• Describo situaciones o eventos a partir de un conjunto de datos.</li> <li>• Represento datos relativos a mi entorno usando objetos concretos, pictogramas y diagramas de barras.</li> <li>• Identifico regularidades y tendencias en un conjunto de datos.</li> <li>• Explico – desde mi experiencia – la posibilidad o imposibilidad de ocurrencia de eventos cotidianos.</li> </ul> <p><b>Ciclo 2 (cuarto y quinto grado)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpreto información presentada en tablas y gráficas. (pictogramas, gráficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares).</li> <li>• Describo la manera como parecen distribuirse los distintos datos de un conjunto de ellos y la comparo con la manera como se distribuyen en otros conjuntos de datos.</li> <li>• Uso e interpreto la media (o promedio) y la mediana y comparo lo que indican.</li> </ul>	<p><b>Ciclo 1 (primer a tercer grado)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Predigo si la posibilidad de ocurrencia de un evento es mayor que la de otro.</li> <li>• Resuelvo y formulo preguntas que requieran para su solución coleccionar y analizar datos del entorno próximo.</li> </ul> <p><b>Ciclo 2 (cuarto y quinto grado)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Conjeturo y pongo a prueba predicciones acerca de la posibilidad de ocurrencia de eventos.</li> <li>• Resuelvo y formulo problemas a partir de un conjunto de datos provenientes de observaciones, consultas o experimentos.</li> </ul>

Fuente: Elaboración propia

Tabla 2.13. Distribución de los estándares de competencias de Colombia en básica secundaria con relación a los niveles de Garfield

	Alfabetización estadística	Razonamiento estadístico	Pensamiento estadístico
Básica Secundaria (sexto a noveno grado)	<p><b>Ciclo 1 (sexto a séptimo grado)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Comparo e interpreto datos provenientes de diversas fuentes (prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas).</li> <li>• Reconozco la relación entre un conjunto de datos y su representación.</li> </ul> <p><b>Ciclo 2 (octavo a noveno grado)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconozco cómo diferentes maneras de presentación de información pueden originar distintas interpretaciones.</li> </ul>	<p><b>Ciclo 1 (sexto a séptimo grado)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpreto, produzco y comparo representaciones gráficas adecuadas para presentar diversos tipos de datos (diagramas de barras, diagramas circulares).</li> <li>• Uso medidas de tendencia central (media, mediana, moda) para interpretar el comportamiento de un conjunto de datos.</li> <li>• Uso modelos (diagramas de árbol, por ejemplo) para discutir y predecir posibilidad de ocurrencia de un evento.</li> </ul> <p><b>Ciclo 2 (octavo a noveno grado)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpreto analítica y críticamente información estadística proveniente de diversas fuentes (prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas).</li> <li>• Interpreto y utilizo conceptos de media, mediana y moda y explico sus diferencias en distribuciones de distinta dispersión y asimetría.</li> </ul>	<p><b>Ciclo 1 (sexto a séptimo grado)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Conjeturo acerca del resultado de un experimento aleatorio usando proporcionalidad y nociones básicas de probabilidad.</li> <li>• Resuelvo y formulo problemas a partir de un conjunto de datos presentados en tablas, diagramas de barras, diagramas circulares.</li> <li>• Predigo y justifico razonamientos y conclusiones usando información estadística.</li> </ul> <p><b>Ciclo 2 (octavo a noveno grado)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Seleccione y uso algunos métodos estadísticos adecuados al tipo de problema, de información y al nivel de la escala en la que esta se representa (nominal, ordinal, de intervalo o de razón).</li> <li>• Comparo resultados de experimentos aleatorios con los resultados previstos por un modelo matemático probabilístico.</li> <li>• Resuelvo y formulo problemas seleccionando información relevante en conjuntos de datos provenientes de fuentes diversas. (prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas).</li> <li>• Reconozco tendencias que se presentan en conjuntos de variables relacionadas.</li> <li>• Calculo probabilidad de eventos simples usando métodos diversos (listados, diagramas de árbol, técnicas</li> </ul>

Fuente: Elaboración propia

Tabla 2.14. Distribución de los estándares de competencias de Colombia en educación media con relación a los niveles de Garfield

	Alfabetización estadística	Razonamiento estadístico	Pensamiento estadístico
Educación media (décimo y undécimo grado)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Uso comprensivamente algunas medidas de centralización, localización, dispersión y correlación (percentiles, cuartiles, centralidad, distancia, rango, varianza, covarianza y normalidad).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpreto y comparo resultados de estudios con información estadística provenientes de medios de comunicación.</li> <li>• Justifico o refuto inferencias basadas en razonamientos estadísticos a partir de resultados de estudios publicados en los medios o diseñados en el ámbito escolar.</li> <li>• Diseño experimentos aleatorios (de las ciencias físicas, naturales o sociales) para estudiar un problema o pregunta.</li> <li>• Describo tendencias que se observan en conjuntos de variables relacionadas.</li> <li>• Interpreto nociones básicas relacionadas con el manejo de información como población, muestra, variable aleatoria, distribución de frecuencias, parámetros y estadígrafos).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpreto conceptos de probabilidad condicional e independencia de eventos.</li> <li>• Resuelvo y planteo problemas usando conceptos básicos de conteo y probabilidad (combinaciones, permutaciones, espacio muestral, muestreo aleatorio, muestreo con reemplazo).</li> <li>• Propongo inferencias a partir del estudio de muestras probabilísticas.</li> </ul>

Fuente: Elaboración propia

Los trabajos sobre el razonamiento estadístico de estudiantes de secundaria en Colombia son muy escasos. Pinzón (2016), realizó un estudio sobre razonamiento estadístico en 40 estudiantes de décimo y undécimo grado de una escuela de una zona rural del departamento de Antioquia quienes diseñaron aplicaciones de estadística para

dispositivos móviles. Para ello, utilizaron un diseño con un grupo experimental (quienes habían trabajado en la implementación de la app) y un grupo de control y realizaron pre y post pruebas. Se aplicó la prueba SRA para evaluar el razonamiento estadístico. Encontraron diferencias significativas a favor del grupo experimental en las categorías de concepciones del razonamiento estadístico y los tipos de conceptos erróneos. Además, la secuencia didáctica mejoró conceptos como la interpretación correcta de probabilidades y la ley de los pequeños números.

Para analizar la influencia de los factores influyentes en el razonamiento estadístico, dos factores clave que pueden afectar significativamente las habilidades de razonamiento estadístico son la formación estadística (Fong et al., 1986) y el género (Martin et al., 2017). En cuanto al género, diversas investigaciones han encontrado diferencias significativas en las habilidades de hombres y mujeres. En estos casos, las mujeres suelen obtener niveles más bajos que los hombres (Garfield, 2003; Martin et al., 2017; Yusuf y Sukestiyarno, 2022).



### **III. METODOLOGIA**



### **3 Metodología**

La Investigación realizada en el 2020, es un estudio exploratorio, descriptivo, empírico, analítico y cuantitativo, con un interés de diagnóstico, para determinar el nivel de razonamiento estadístico que tienen los estudiantes de grado noveno de cinco (5) instituciones educativas públicas, que ofertan educación básica y media en la parte urbana de la ciudad de Ibagué – Colombia, al terminar su educación básica secundaria según lo establecido en el Art. 11 de la Ley 115 de 1994 y establecer la relación con los lineamientos curriculares y los estándares de competencias propuestos por el Ministerio de Educación Nacional (M.E.N.) de Colombia.

#### **3.1 Problema: planteamiento**

La estadística, tiene influencia directa en la forma en la que se muestra la información relativa a multitud de fenómenos sociales tales como las tasas de mortalidad, natalidad y desempleo entre otros, lo cual la vuelve útil en la comprensión y explicación de fenómenos en muchas ciencias. Algunos autores señalan que, la estadística, como parte del currículo de matemáticas en la educación básica, tiene su utilidad en la vida diaria y también un papel instrumental en otras disciplinas, donde se ve la necesidad de tener un conocimiento estadístico básico. De ésta manera, se le da importancia al desarrollo del razonamiento crítico (Batanero y Godino, 2001; Franklin et al., 2007).

Lo anterior permite vislumbrar la importancia que tiene la estadística en la vida cotidiana, sin ser conscientes de ello en algunas ocasiones, por ejemplo en los informativos de noticias en televisión y en los periódicos, cuando muestran encuestas y sus resultados organizados en tablas ó a través de gráficas, las cuales sirven en muchas ocasiones para tomar decisiones a partir de la experiencia o de la información recopilada previamente sobre una situación similar.

En Colombia, el sistema educativo se encuentra regulado por la Ley 115 de 1994, llamada Ley general de la educación, dando autonomía a las instituciones educativas públicas en lo relacionado con el diseño y elaboración de su currículo. Por otro lado, el decreto 1860 de 1994, del Ministerio de Educación Nacional (MEN) reglamenta los aspectos pedagógicos y organizativos de la educación en Colombia; la Resolución 2343 de 1996 del MEN, la cual establece los lineamientos curriculares para las áreas obligatorias; y documentos publicados por el MEN, tales como la serie lineamientos

curriculares en 1998, los estándares por competencias en 2006 y los derechos básicos de aprendizaje (DBA) en 2015, que en el caso de matemáticas se publicó una segunda versión en el 2016.

Con la presente investigación y de acuerdo con lo expuesto anteriormente, se pretende evaluar el razonamiento estadístico de los estudiantes de noveno grado en colegios públicos de Ibagué. Para ello surge la siguiente pregunta de investigación ¿Cuál es el nivel de razonamiento estadístico que presentan los estudiantes al terminar el grado noveno de educación en Ibagué?

## **3.2 Objetivos**

### **3.2.1 Objetivo general**

Para dar respuesta a la anterior pregunta, esta investigación planteó como objetivo general identificar, si el razonamiento estadístico que los estudiantes tienen al terminar el grado noveno, se corresponde con el razonamiento que el currículo señala que deben haber sido aprendidos en los años anteriores.

### **3.2.2 Objetivos específicos**

Para alcanzar el objetivo antes planteado se definieron una serie de objetivos específicos, siendo éstos los siguientes:

- Establecer si hay diferencias en el razonamiento estadístico y errores de conceptos según el género
- Establecer si hay diferencias en el razonamiento estadístico y errores de conceptos según la edad.
- Identificar si hay diferencias en el razonamiento estadístico y errores de conceptos en los estudiantes de acuerdo a las características de la institución.
- Establecer si hay diferencias en colegios donde se imparte de manera separada la estadística del resto de las matemáticas respecto a colegios donde no están separadas.

## **3.3 Población y muestra**

Como población se consideró a los alumnos de noveno grado de las Instituciones Educativas públicas de la ciudad de Ibagué, grado en el cual terminan su educación básica secundaria, según lo estipula la Ley 115 de 1994 en su artículo 11, literal b.

Las 59 instituciones educativas públicas se encuentran ubicadas dentro de las comunas, según el Plan de Ordenamiento Territorial de Ibagué (P.O.T.), el cual establece trece comunas en la ciudad de Ibagué. En Colombia, una comuna es una división política de los municipios, la cual está conformada por Barrios, siendo el Barrio, el nivel más básico de división urbana, teniendo en cuenta las características económicas, sociales y condiciones físicas, determinando el estrato socioeconómico de vida de las personas.

Se realizó un muestreo polietápico, escogiendo, en primer lugar, una muestra aleatoria i y por conveniencia de cinco instituciones de la población, las cuales tenían 1205 estudiantes matriculados en el grado noveno; las cuales están ubicadas en cuatro comunas diferentes y vecinas, comunas 3, 4, 5 y 9. En el momento de aplicar el instrumento la contestaron e 383 estudiantes de grado noveno, cuya selección fue de manera aleatoria, anónima y voluntaria, respetando las normas de bioseguridad de cada institución, debido a la pandemia ocasionada por el COVID-19. De los 383 estudiantes a quienes se les aplicó el instrumento, 184 eran de género femenino y 199 de género masculino, con edades entre 14 y 18 años de edad, de bajos recursos económicos, . De las cinco instituciones educativas, la Institución 5, incluye estudiantes con discapacidad auditiva, la cual tenía dos estudiantes sordos en grado noveno, a quienes no se les aplicó el test, debido a que no se tenían en las otras instituciones, estudiantes con la misma discapacidad para poder comparar sus resultados, lo cual puede ser tema de una futura investigación, analizar el razonamiento estadístico en estudiantes con discapacidades. quedando 383 estudiantes como muestra para nuestra investigación.

De las cinco instituciones educativas encuestadas, tres de ellas tienen la estadística como asignatura independiente del resto de las matemáticas, con su respectivo horario semanal de una hora, mientras que las otras dos, la tienen incluida en la asignatura de matemáticas como un capítulo de los cinco del currículo. En este último caso, el docente decide en qué época del año escolar lo orienta y la intensidad horaria que le dedica, aunque se encuentra estipulado que el peso debe ser un 20% del total. Las instituciones educativas encuestadas son públicas, de carácter mixto, calendario A y ofrecen los ciclos de educación preescolar, básica primaria, básica secundaria, media y media técnica. En el sistema educativo colombiano, existen dos tipos de calendario escolar A y B, que corresponden a periodos de tiempo en los cuales los estudiantes cursan sus estudios; el calendario A inicia en enero y culmina en noviembre, mientras que el calendario B, inicia en septiembre y finaliza en junio. Esta distribución del año escolar la realizó el Ministerio, para permitirle a los estudiantes realizar cursos de verano fortaleciendo el aprendizaje del

inglés. Para nuestro estudio hemos designado cada institución educativa con el código  $IE_n$ , donde  $n$  es un valor entre 1 y 5 que identifica cada escuela. En la tabla 3.1, se presentan algunas características que las diferencian.

Tabla 3.3.1. Caracterización de las instituciones educativas encuestadas

<b>Características</b>	<b>IE1</b>	<b>IE2</b>	<b>IE3</b>	<b>IE4</b>	<b>IE5</b>
Ubicación de acuerdo con el Plan de Ordenamiento Territorial- P.O.T, por comunas.	Comuna 4	Comuna 5	Comuna 3	Comuna 9	Comuna 5
Tipo de Jornada	Jornada Mañana	Jornada Única	Jornada Única	Jornada Mañana	Jornada Mañana
Total de estudiantes en Básica secundaria	2000	1000	2000	1500	700
Total de estudiantes en grado noveno	380	110	350	260	105
Total de estudiantes encuestados	48	60	94	95	88
Estadística separada de las matemáticas	SI	NO	SI	NO	SI
Edades de estudiantes encuestados (años)	14-18	14-18	14-17	14-18	14-18
Porcentaje de estudiantes de género femenino encuestados	50%	41,67%	48,94%	52,63%	44,32%
Porcentaje de estudiantes de género masculino encuestados	50%	58,33%	51,06%	47,37%	55,68%

Fuente: Elaboración propia

Entre las principales características presentadas en la tabla 3.1 se encuentran: la distribución por comunas, la población total de las instituciones educativas, edad de los estudiantes encuestados, la cual es una de las variables consideradas junto con la edad y tener la estadística separada de las matemáticas o no en el currículo de cada institución. También se puede observar, que, a pesar de pertenecer a una misma comuna, la comuna 5, una de ellas, la IE2, tiene la estadística como un capítulo de las matemáticas, mientras que la otra institución, la IE5, la tiene separada con un horario específico. Un dato

adicional, que no se presenta en la tabla 3.1, es que la IE2, ofrece a sus estudiantes el énfasis de profundización en Ciencias Básicas, donde la estadística es fundamental para el desarrollo de la parte investigativa, por tanto, debería estar separada de las matemáticas.

Tabla 3.2. Porcentajes por edades y género de los estudiantes encuestados.

<b>Edad (años)</b>	<b>Género</b>	<b>IE1</b>	<b>IE2</b>	<b>IE3</b>	<b>IE4</b>	<b>IE5</b>	<b>Total</b>
14	Femenino (%)	38,89	53,85	57,89	52,94	53,33	52,63
	Masculino (%)	61,11	46,15	42,11	47,06	46,67	47,37
	N.º estudiantes	18	13	38	34	30	133
15	Femenino (%)	62,5	42,31	42,42	53,13	38,24	46,10
	Masculino (%)	37,5	57,69	57,58	46,87	61,76	53,90
	N.º estudiantes	16	26	33	32	34	141
16	Femenino (%)	37,5	30,00	43,75	52,94	50	44,78
	Masculino (%)	62,5	70,00	56,25	47,06	50	55,22
	N.º estudiantes	8	10	16	17	16	67
17	Femenino (%)	80	25,00	42,86	45,45	33,33	43,24
	Masculino (%)	20	75,00	57,14	54,55	66,67	56,76
	N.º estudiantes	5	8	7	11	6	37
18	Femenino (%)	0	66,67	0	100	0	60
	Masculino (%)	100	33,33	0	0	0	40
	N.º estudiantes	1	3	0	1	0	5

Fuente: Elaboración propia

En la tabla 3.2, se muestra la distribución porcentual de los alumnos encuestados en cada institución educativa, por edad y género, encontrando que el 71,17% de ellos se encuentran entre 14 y 15 años (34,55% tienen 14 años y 36,62% tienen 15 años). En menor porcentaje se encuentran los estudiantes con 16 años (17,4%), 17 años (9,61%), 18 años (1,3%) y con 19 años el 0,52%.

Teniendo en cuenta la anterior información y los objetivos planteados en esta investigación, se seleccionaron las siguientes variables:

- Nivel de Razonamiento estadístico: Es la capacidad de comprender, interpretar, analizar información y tomar decisiones basadas en datos de la vida cotidiana. En

el presente estudio, el nivel de razonamiento estadístico se mide como ausente (0) o presente (1), teniendo en cuenta la caracterización dada por Garfield.

- Errores conceptuales: Son interpretaciones incorrectas de conceptos fundamentales en estadística, que pueden surgir desde la recopilación de datos hasta el análisis e interpretación de resultados. Se medirá teniendo en cuenta la caracterización de Garfield.
- Género: Es una variable nominal que representa categorías discretas y clasifica a los individuos en categorías específicas, como "masculino" y "femenino". La medición del género, como variable en nuestro estudio, tuvo en cuenta la parte fisiológica del estudiante y el registro civil de nacimiento aportados en el momento de la matrícula en la institución.

Edad: Es una variable cuantitativa - continua que representa el tiempo transcurrido desde el nacimiento de una persona hasta un momento específico. La edad de los estudiantes encuestados es una de las variables tenidas en cuenta en el presente estudio, porque el desarrollo cognitivo del ser humano depende de la edad. En nuestro caso, la edad se midió en años cumplidos, en un rango de 14 a 18 años. No se tuvo en cuenta meses ni días. Estadística separada de las matemáticas: La Ley 115 de 1994, en su Art. 76, establece el concepto de currículo en las instituciones educativas en Colombia. A la vez en el Art. 77, da autonomía institucional en la elaboración y diseño de su currículo a través del consejo académico de cada institucional. Por esta razón, existen en Colombia y más específicamente en Ibagué, instituciones educativas en donde la estadística la incluyen como un capítulo de las matemáticas y cada docente es autónomo en decidir en qué época del año la enseña y existen otras instituciones que la estadística la tienen como una asignatura aparte en su currículo, con un horario específico dentro de la jornada escolar institucional.

Tabla 3.3. Descripción de las variables de esta investigación.

<b>N.º</b>	<b>Variable</b>	<b>Descripción</b>	<b>Carácter</b>	<b>Rango</b>
1	Nivel de Razonamiento estadístico	Capacidad de interpretar información y dar soluciones	Cuantitativa continua	[0, n]

2	Errores conceptuales	Interpretación incorrecta de principios fundamentales.	Binaria dicotómica	[0, 1]
3	Género	Dato intrínseco del estudiante	Cualitativa nominal	[M, F]
4	Edad	Los valores están en un rango determinado.	Cuantitativa discreta	[14, 18]
5	Estadística separada de las matemáticas	De acuerdo con el PEI de cada institución educativa.	Cualitativa Nominal dicotómica	Sí/ No

Fuente: Elaboración propia

La tabla anterior, muestra un resumen de las variables que se tuvieron en cuenta en el presente estudio, con sus características más relevantes.

### 3.4 Instrumento

Para conseguir la información necesaria en el estudio, se aplicó un instrumento validado internacionalmente, siendo uno de los más utilizados en la literatura para evaluar el razonamiento estadístico, el Statistical Reasoning Assessment (SRA) de Garfield (2003) (Anexo 1), el cual se tradujo al español.

El SRA corresponde a un test que permite evaluar el razonamiento estadístico que deben tener los estudiantes finalizando el grado noveno, también ayuda a determinar, cuales son las competencias que hasta el momento deben haber desarrollado, de acuerdo a los lineamientos curriculares establecidos por el Ministerio de Educación Nacional (MEN), revisión previa realizada en el apartado 2.3 donde se hace referencia a la legislación colombiana, de documentos tales como la ley general de la educación o Ley 115 de 1994 expedida por el Congreso de la República de Colombia, y documentos del Ministerio de Educación Nacional tal como: los lineamientos curriculares (1996), los estándares básicos de competencias (2006) y los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA, versión 2, 2016), Se hizo una correlación para cotejar los resultados obtenidos con lo que dice el Ministerio de Educación Nacional (MEN) que deben tener, según los estándares de competencias al finalizar el grado noveno, que es donde finaliza la educación básica.

El SRA es una prueba de opción múltiple compuesta por 20 ítems en los que una o más respuestas pueden considerarse conclusiones de razonamiento correcto y otras, que son distractores de las anteriores que, en muchos casos identifican diferentes tipos de concepciones erróneas. De esta forma, la selección de respuestas por parte de los encuestados permite evaluar ocho tipos de razonamiento correctos y ocho conceptos erróneos. Estos se pueden consultar en la Tabla 3.4 extraída y traducida del trabajo de Garfield (2003). Según el currículo matemático colombiano, se supone que un estudiante que ha terminado el noveno grado tiene las habilidades necesarias para responder a los contenidos involucrados en el SRA.

Tabla 3.4. Habilidades de razonamiento correcto y conceptos erróneos en el instrumento SRA

<b>Habilidades de razonamiento correcto</b>	<b>Conceptos erróneos</b>
CC1. Interpreta correctamente las probabilidades.	MC1. Conceptos erróneos que involucran promedios
CC2. Entiende cómo seleccionar un promedio apropiado	MC2. Concepto erróneo de orientación al resultado
CC3. Calcula correctamente la probabilidad	MC3. Las buenas muestras tienen que representar un alto porcentaje de la población.
CC4. Entiende la independencia	MC4. ley de los pequeños números
CC5. Entiende la variabilidad del muestreo	MC5. Concepto erróneo de representatividad
CC6. Distingue entre correlación y causalidad.	MC6. La correlación implica causalidad
CC7. Interpreta correctamente las tablas de doble entrada.	MC7. Sesgo de equiprobabilidad
CC8. Comprende la importancia de las muestras grandes.	MC8. Los grupos solo se pueden comparar si son del mismo tamaño.

Fuente: Elaboración propia

Las habilidades de razonamiento correcto y de conceptos erróneos que son identificados a través de la prueba SRA, se muestran relacionados con los ítems de este, en la tabla siguiente:

Tabla 3.5. Correct reasoning skills and misconceptions measured by the SRA and the corresponding items and alternatives for measuring Each conception and misconception.

Correct Reasoning Skills	Items and Alternatives
1. Correctly interprets probabilities	2d, 3d
2. Understands how to select an appropriate average	1d, 4ab, 17c
3. Correctly computes probability	
a. Understands probabilities as ratios	8c
b. Uses combinatorial reasoning	13a, 18b, 19a, 20b
4. Understands independence	9e, 10df, 11e
5. Understands sampling variability	14b, 15d
6. Distinguishes between correlation and causation	16c
7. Correctly interprets two-way tables	5,1d
8. Understands importance of large samples	6b, 12b
<b>Misconceptions</b>	
1. Misconceptions involving averages	
a. Averages are the most common number	1a, 17e
b. Fails to take outliers into consideration when computing the mean	1c 15bf
c. Compares groups based on their averages	17a
d. Confuses mean with median	
2. Outcome orientation misconception	2e, 3ab, 11abd, 12c, 13b
3. Good samples have to represent a high percentage of the population	7bc, 16ad
4. Law of small numbers	12a, 14c
5. Representativeness misconception	9abd, 10e, 11c
6. Correlation implies causation	16be
7. Equiprobability bias	13c, 18a, 19d, 20d
8. Groups can only be compared if they are the same size	6a

Fuente: Garfield (2006)

Al instrumento SRA de Garfield (2003), después de traducirlo al español, se le hizo unos ajustes, incorporándose unas preguntas relacionadas con el objetivo de esta investigación, tales como: género, edad, nombre de la institución educativa, tipo de jornada y tipo de institución (pública o privada), de tal manera que, el cuestionario que se aplicó ya acondicionado a las variables de estudio finalmente es:

### 3.4.1 Evaluación del razonamiento estadístico (ERE)

En esta sección se listan las preguntas realizadas en el cuestionario. En la primera parte se preguntan aspectos adicionales que permitirán evaluar factores y en la segunda parte, se listan las preguntas del SRA:

INSTITUCIÓN EDUCATIVA: \_\_\_\_\_  
 PÚBLICA: \_\_\_ PRIVADA: \_\_\_ JORNADA: \_\_\_\_\_ FECHA: \_\_\_\_\_  
 NOMBRE: \_\_\_\_\_ GRADO: \_\_\_\_\_ EDAD: \_\_\_\_\_

Finalidad: la finalidad de esta encuesta es indicar cómo utilizas la información estadística en la vida cotidiana

Tómate tu tiempo: Las preguntas requieren que leas y pienses detenidamente sobre diversas situaciones. Por favor no deje pregunta sin contestar.

Las siguientes páginas constan de preguntas de selección múltiple acerca de probabilidad y estadística. Lee cada pregunta con detenimiento antes de elegir una respuesta.

**Ítem 1:** Un objeto pequeño fue pesado en la misma escala por 9 estudiantes diferentes en una clase de ciencias. Los pesos (en gramos) recogidos por cada estudiante se muestran a continuación: 6.2; 6.0; 6.0; 15.3; 6.1; 6.3; 6.2; 6.15; 6.2

Los estudiantes quieren determinar tan certeramente como sea posible el peso real de este objeto. De los siguientes métodos, ¿cuál recomendarías que usaran?

- a. Usar el número más común, que es 6.2
- b. Usar el 6.15, ya que es la medida más precisa
- c. Suma los 9 números y divide entre 9
- d. Descarta el 15.3, suma los otros 8 números y divide entre 8

**Ítem 2:** El siguiente mensaje está impreso en la botella de un medicamento de prescripción médica:

Precaución: En aplicaciones en áreas de la piel hay un 15% de probabilidad de desarrollar urticaria. Si aparece urticaria, consulte a su médico.

¿Cuál de las siguientes es la mejor interpretación de esta precaución?

- a. No utilice el medicamento sobre la piel, hay una probabilidad grande de que aparezca urticaria.

- b. Para aplicarlo sobre la piel, aplique sólo un 15% de la dosis recomendada
- c. Si aparece urticaria, probablemente afecte sólo al 15% de la piel
- d. Alrededor de 15 de cada 100 personas que utilizan este medicamento desarrollan urticaria
- e. Hay pocas probabilidades de desarrollar urticaria utilizando este medicamento

**Ítem 3:** El Centro Meteorológico de Springfield quería determinar la precisión de sus previsiones meteorológicas. Buscaron en sus registros aquellos días en que la previsión anunciaba un 70% de probabilidad de lluvia. Compararon dichas previsiones con los registros de si había o no llovido en realidad en esos días en concreto.

La previsión del 70% de probabilidad de lluvia se puede considerar muy fiable si lloviese en un:

- a. 95%-100% de esos días
- b. 85%-94% de esos días
- c. 75%-84% de esos días
- d. 65%-74% de esos días
- e. 55%-64% de esos días

**Ítem 4:** Una profesora quiere cambiar la distribución de asientos en su clase con la esperanza de que ello incrementará el número de comentarios [la participación] de sus alumnos. Primero decide ver cuántos comentarios hacen los alumnos con la distribución actual. Un registro del número de comentarios hechos por 8 de sus estudiantes durante un periodo de clase se muestra a continuación:

Tabla 3.6. Datos relacionados con la pregunta 4.

Iniciales del estudiante	A. A	R.F.	A.G.	J.G.	C.K.	N.K.	J.L.	A.W.
Número de comentarios	0	5	2	22	3	2	1	2

Fuente: Cuestionario SRA. Garfield (2003)

La profesora quiere resumir estos datos computando el número típico de comentarios hechos ese día. De los siguientes métodos, ¿cuál recomendarías que usara?

- a. Utiliza el número más común, que es 2
- b. Suma los 8 números y divide entre 8
- c. Descarta el 22, suma los otros 7 números y divide entre 7
- d. Descarta el 0, suma los otros 7 números y divide entre 7

**Ítem 5:** Se está probando un nuevo medicamento para determinar su efectividad en el tratamiento del eccema, una condición inflamatoria de la piel. Treinta pacientes con eccema fueron seleccionados para participar en el estudio. Los pacientes fueron divididos aleatoriamente en dos grupos. Veinte pacientes en un grupo experimental recibieron la medicación, mientras que diez pacientes en un grupo de control no recibieron medicación. Los resultados después de dos meses se muestran a continuación:

Tabla 3.7. Datos relacionados con la pregunta 5

	Grupo experimental (tratamiento)	Grupo de control (sin tratamiento)
Mejora	8	2
Sin mejora	12	8

Fuente: Cuestionario SRA. Garfield (2003)

Basándome en los datos, pienso que la medicación fue:

- 1. Algo efectiva
- 2. Básicamente inefectiva

Tabla 3.8. Información relacionada con la pregunta 5

<u>Si elegiste la opción 1</u> , selecciona de entre las siguientes la explicación que mejor describe tu razonamiento:	<u>Si elegiste la opción 2</u> , selecciona de entre las siguientes la explicación que mejor describe tu razonamiento:
<input type="checkbox"/> a. Un 40% de las personas (8/20) en el grupo experimental mejoraron.	<input type="checkbox"/> a. En el grupo de control, 2 personas mejoraron incluso sin tratamiento.
<input type="checkbox"/> b. 8 personas mejoraron en el grupo experimental mientras que sólo 2 mejoraron en el grupo de control.	<input type="checkbox"/> b. En el grupo experimental, hubo más gente que no mejoró que gente que mejoró (12 vs 8)

---

\_\_c. En el grupo experimental, el número de personas que mejoraron es solamente 4 menos que el número que no mejoró (12-8), mientras que en el grupo de control la diferencia es 6 (8-2).

\_\_c. La diferencia entre los números que mejoraron y los que no mejoraron es aproximadamente la misma en ambos grupos (4 vs 6)

\_\_d. Un 40% de los pacientes en el grupo experimental mejoraron (8/20), mientras que solamente un 20% mejoraron en el grupo de control (2/10).

\_\_d. En el grupo experimental, solamente un 40% de los pacientes mejoraron (8/20)

---

Fuente: Cuestionario SRA. Garfield (2003)

**Ítem 6:** En la lista mostrada a continuación se recogen varias posibles razones por las que uno podría cuestionar los resultados del experimento descrito anteriormente. Coloca una X en todas las razones con las que estás de acuerdo.

\_\_a. No es legítimo comparar los dos grupos porque hay diferente número de pacientes en cada grupo.

\_\_b. La muestra de 30 es demasiado pequeña para poder extraer conclusiones

\_\_c. Los pacientes no deberían haber sido distribuidos aleatoriamente en grupos, ya que los casos más severos podrían haber acabado en un mismo grupo por casualidad.

\_\_d. No tengo la suficiente información acerca de cómo los doctores decidieron si los pacientes habían mejorado o no. Los doctores podrían haber introducido un sesgo en sus valoraciones.

\_\_e. No estoy de acuerdo con ninguna de estas afirmaciones.

**Ítem 7:** Se le pidió a una compañía de investigación en marketing que determinase cuánto dinero gastan los adolescentes (13-19 años) en grabaciones musicales (cintas de casete, CD y vinilos). La compañía seleccionó aleatoriamente 80 centros comerciales localizados por todo el país. Un investigador de campo permanecía en un punto central del centro comercial y pedía a los viandantes que parecían tener la edad adecuada que rellenasen un cuestionario. Un total de 2.050 cuestionarios fueron rellenados por adolescentes. Basándose en esta encuesta, la compañía de investigación indicó que el adolescente medio de este país gasta \$155 cada año en grabaciones musicales.

A continuación, se recogen las afirmaciones concernientes a esta encuesta. Coloca una X en todas las afirmaciones con las que estás de acuerdo.

\_\_\_a. La media se basa en las estimaciones de los adolescentes de cuánto gastan y por lo tanto podrían ser bastante diferentes de lo que los adolescentes realmente gastan.

\_\_\_b. Deberían haber realizado la encuesta en más de 80 centros comerciales si querían una media basada en adolescentes de todo el país.

\_\_\_c. La muestra de 2.050 adolescentes es demasiado pequeña para poder extraer conclusiones sobre todo el país.

\_\_\_d. Deberían haber preguntado a los adolescentes que salían de tiendas de música

\_\_\_e. La media podría ser un estimador pobre del gasto de todos los adolescentes dado que los adolescentes no se escogieron al azar para rellenar el cuestionario

\_\_\_f. La media podría ser un estimador pobre del gasto de todos los adolescentes dado que sólo se encuestaron adolescentes en centros comerciales.

\_\_\_g. En este caso, calcular la media es inadecuado, ya que hay mucha variación en cuánto gastaron los adolescentes.

\_\_\_h. No estoy de acuerdo con ninguna de estas afirmaciones

**Ítem 8:** Dos contenedores, etiquetados como A y B, están llenos de canicas rojas y azules en las siguientes cantidades:

Tabla 3.9. Datos relacionados con la pregunta 8

Contenedor	Rojo	Azul
A	6	4
B	60	40

Fuente: Cuestionario SRA. Garfield (2003)

Cada contenedor se agita enérgicamente. Después de elegir uno de los contenedores, meterás la mano y, sin mirar, sacarás una canica. Si la canica es azul, ganas 50\$. ¿Qué contenedor te da la mayor probabilidad de sacar una canica azul?

\_\_\_a. Contenedor A (con 6 rojas y 4 azules)

\_\_\_b. Contenedor B (con 60 rojas y 40 azules)

\_\_\_c. Misma probabilidad en ambos contenedores

**Ítem 9:** ¿Cuál de las siguientes secuencias es el resultado más probable de lanzar una moneda equilibrada al aire 5 veces? [C=cara; Z=cruz]

- a. C C C Z Z
- b. Z C C Z C
- c. Z C Z Z Z
- d. C Z C Z C
- e. Las cuatro secuencias son igualmente probables

**Ítem 10:** Selecciona una o más explicaciones para la respuesta que diste en el ítem anterior.

- a. Dado que la moneda es equilibrada, deberías obtener prácticamente el mismo número de ‘cara’ que de ‘cruz’.
- b. Dado que el lanzamiento de moneda es aleatorio, la moneda debería alternar frecuentemente aterrizando como ‘cara’ y como ‘cruz’
- c. Cualquiera de las secuencias podría ocurrir
- d. Si lanzases una moneda repetidamente en 5 ocasiones, cada una de las secuencias ocurriría aproximadamente tan frecuentemente como cualquier otra secuencia
- e. Si te sale ‘cara’ un par de veces seguidas, la probabilidad de ‘cruz’ en el siguiente lanzamiento aumenta.
- f. Cada secuencia de cinco lanzamientos tiene exactamente la misma probabilidad de ocurrir

**Ítem 11:** A continuación, se encuentran las mismas secuencias de ‘cara’ y ‘cruz’ del ítem 8. ¿Cuál de las secuencias es el resultado menos probable de lanzar una moneda equilibrada 5 veces?

- a. C C C Z Z
- b. Z C C Z C
- c. Z C Z Z Z
- d. C Z C Z C
- e. Las cuatro secuencias son igualmente poco probables

**Ítem 12:** Los Caldwells quieren comprar un coche nuevo, y han reducido sus opciones a un Buick o a un Oldsmobile. Primero consultaron un número de la revista Consumer Reports [Informes del Consumidor], que comparaba los registros de reparaciones en diferentes coches. Los registros de las reparaciones realizadas en 400

coches de cada tipo mostraban algunos problemas mecánicos menos en el Buick que en el Oldsmobile.

Los Caldwells hablaron entonces con tres amigos, dos propietarios de Oldsmobile y un antiguo propietario de Buick. Ambos propietarios de coches Oldsmobile dijeron que habían tenido unos pocos problemas mecánicos, pero nada grave. El propietario de Buick, sin embargo, explotó cuando le preguntaron si le gustaba su coche:

“Primero, los inyectores de combustible fallaron –250\$. Después, empecé a tener problemas con el eje trasero y tuve que reemplazarlo. Finalmente decidí venderlo cuando se fue la transmisión. Nunca volvería a comprar un Buick”

Los Caldwells quieren comprar el coche que es menos probable que requiera grandes reparaciones. Dado lo que actualmente saben, ¿qué coche recomendarías que comprasen?

\_\_a. Recomendaría que compraran el Oldsmobile, principalmente por todos los problemas que su amigo tuvo con el Buick. Dado que no han escuchado historias de terror similares acerca del Oldsmobile, deberían tomar esta opción.

\_\_b. Recomendaría que compraran el Buick a pesar de la mala experiencia de su amigo. Ése es sólo un caso, mientras que la información proporcionada en la revista Consumer Reports se basa en muchos casos. Y de acuerdo con esos datos, es algo menos probable que el Buick requiera reparaciones.

\_\_c. Les diría que no importa qué coche compren. Aunque uno de los modelos tenga mayor probabilidad que otro de necesitar reparaciones, podrían, simplemente por casualidad, verse atrapados en un coche en concreto que necesitase muchas reparaciones. De lo mismo les valdría lanzar una moneda al aire para decidir.

**Ítem 13:** Cinco caras de un dado equilibrado están pintadas de negro, y una cara está pintada de blanco. El dado se tira 6 veces. ¿Cuál de los siguientes resultados es más probable?

\_\_a. Cara negra arriba en cinco de las tiradas; cara blanca arriba en la otra tirada.

\_\_b. Cara negra arriba en las seis tiradas.

\_\_c. A y B son igualmente probables.

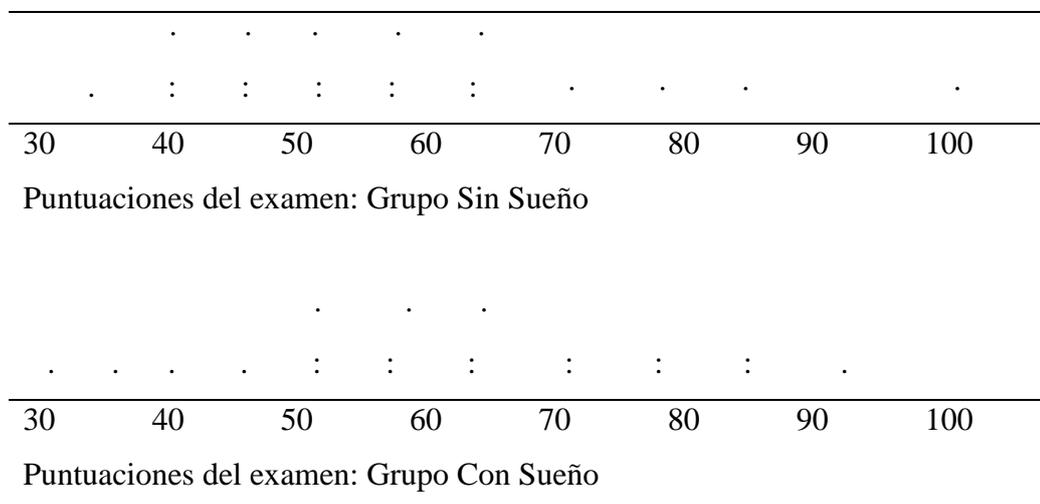
**Ítem 14:** La mitad de los recién nacidos son chicas y la mitad son chicos. El Hospital A registra una media de 50 nacimientos por día. El Hospital B registra una media

de 10 nacimientos por día. En un día en particular, ¿qué hospital tiene mayor probabilidad de registrar un 80% o más de nacimientos de chicas?

- a. El Hospital A (con 50 nacimientos por día)
- b. El Hospital B (con 10 nacimientos por día)
- c. Los dos hospitales tienen la misma probabilidad de registrar tal evento.

**Ítem 15:** 40 estudiantes de la Universidad [College] participaron en un estudio sobre el efecto del sueño en las puntuaciones de los exámenes. Veinte de los estudiantes se ofrecieron voluntarios para permanecer despiertos toda la noche estudiando la noche anterior al examen (grupo sin-sueño). Los otros 20 estudiantes (grupo de control) se fueron a la cama alrededor de las 11.00 pm en la tarde anterior al examen. Las puntuaciones del examen para cada grupo se muestran en el gráfico a continuación. Cada punto en el gráfico representa los resultados de un estudiante en particular. Por ejemplo, los dos puntos sobre el 80 en el gráfico de abajo indican que dos estudiantes del grupo con sueño puntuaron 80 en el examen.

Tabla 3.10. Datos relacionados con la pregunta 15



Fuente: Cuestionario SRA. Garfield (2003)

Examina los dos gráficos con detenimiento. Después elige de entre las 6 posibles conclusiones mostradas a continuación aquella con la que más de acuerdo estás.

- a. El grupo sin-sueño lo hizo mejor porque ninguno de los estudiantes puntuó por debajo de 40 y la puntuación más alta la obtuvo un estudiante de este grupo.

b. El grupo sin-sueño lo hizo mejor porque su media parece ser un poco más alta que la media de los dos grupos.

c. No hay diferencia entre los dos grupos porque hay un solapamiento considerable entre las puntuaciones de ambos grupos.

d. No hay diferencia entre los dos grupos porque la diferencia entre sus medias es pequeña en comparación con la cantidad de variación en las puntuaciones.

e. El grupo con-sueño lo hizo mejor porque más estudiantes de este grupo puntuaron 80 o más.

f. El grupo con-sueño lo hizo mejor porque su media parece ser un poco mayor que la media del grupo sin-sueño.

**Ítem 16:** Durante un mes, 500 estudiantes de Primaria [Educación Básica] llevaron un registro diario de las horas que pasaban viendo la televisión. El número medio de horas por semana gastado en ver la televisión fue 28. Encontraron que los estudiantes que iban bien en la escuela pasaban menos tiempo viendo la televisión que aquellos estudiantes que iban mal. A continuación, se muestran varias afirmaciones posibles en relación con los resultados de esta investigación. Coloca un tick [marca] en todas las afirmaciones con las que estás de acuerdo.

a. La muestra de 500 es demasiado pequeña para poder sacar conclusiones.

b. Si un estudiante redujese la cantidad de tiempo gastado viendo la televisión, su rendimiento escolar mejoraría.

c. Incluso si los estudiantes que iban bien veían menos televisión, esto no implica necesariamente que mirar la televisión dañe [empeore] el rendimiento escolar.

d. Un mes no es un periodo suficientemente largo para estimar cuántas horas pasaban realmente los estudiantes viendo la televisión.

e. La investigación demuestra que ver la televisión causa peor rendimiento escolar.

f. No estoy de acuerdo con ninguna de estas afirmaciones.

**Ítem 17:** El comité escolar de una pequeña ciudad quería determinar el número medio de niños por unidad familiar en su localidad. Dividieron el número total de niños de la ciudad entre 50, el número total de unidades familiares. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones debe ser cierta si la media de niños por unidad familiar es de 2.2?

a. La mitad de las unidades familiares de la ciudad tienen más de 2 niños.

b. Más unidades familiares en la ciudad tienen 3 niños que las que tienen 2 niños.

c. Hay un total de 110 niños en la ciudad.

d. Hay 2<sup>2</sup> niños en la ciudad por cada adulto.

e. El número más común de niños en las unidades familiares es 2.

f. Ninguna de las anteriores.

**Ítem 18.** Cuando dos dados se lanzan simultáneamente es posible que uno de los siguientes dos resultados ocurra: *Resultado 1*: Se obtienen un 5 y un 6. *Resultado 2*: Se obtiene un 5 dos veces.

Selecciona la respuesta con la que estás más de acuerdo:

a. Las probabilidades de obtener cada uno de estos resultados es la misma.

b. Hay mayor probabilidad de obtener el resultado 1.

c. Hay mayor probabilidad de obtener el resultado 2.

d. Es imposible dar una respuesta. (Por favor, explica por qué)

**Ítem 19:** Cuando tres dados se tiran simultáneamente, ¿cuál de los siguientes resultados se obtendría con MAYOR PROBABILIDAD?

a. *Resultado 1*: “Un 5, un 3 y un 6”

b. *Resultado 2*: “Un 5 tres veces”

c. *Resultado 3*: “Un 5 dos veces y un 3”

d. Los tres resultados son igualmente probables.

**Ítem 20:** Cuando tres dados se lanzan simultáneamente, ¿cuál de los siguientes tres resultados se obtendrían con MENOR PROBABILIDAD?

a. *Resultado 1*: “Un 5, un 3 y un 6”

b. *Resultado 2*: “Un 5 tres veces”

c. *Resultado 3*: “Un 5 dos veces y un 3”

d. Los tres resultados son igualmente poco probables.

### 3.5 Toma de datos

La prueba se aplicó durante la primera semana del mes de noviembre del año 2020, por la autora del estudio, con la colaboración de un docente de los estudiantes encuestados en cada institución, quienes amablemente cedieron las clases para que se

aplicara la prueba a los 383 estudiantes de noveno grado de cinco instituciones educativas públicas de Ibagué - Colombia, tal como se describió en el apartado 3.3 de este trabajo. Estos tuvieron un tiempo de una hora para contestarla y habían recibido formación en estadística todos los grados anteriores, según los lineamientos dados por el M.E.N. Adicionalmente, se tiene que 230 de los 385 estudiantes, corresponden a tres de las cinco instituciones seleccionadas, tenían en su plan de estudio una hora de clase semanal de estadística, los otros 155 estudiantes encuestados, veían la estadística como un capítulo del plan de estudios de matemáticas, quienes pertenecen a las otras dos instituciones.

### 3.6 Criterios para el análisis de datos

Para el análisis de datos, se realizó una hoja de cálculo en excel, diseñada específicamente para este fin, en donde se tuvo en cuenta variables, tales como la institución, las cuales fueron enumeradas del 1 al 5, tipo de institución educativa, para nuestro estudio es pública, tipo de (jornada única o mañana) que tiene cada institución, diseño curricular para la enseñanza de la estadística en los niveles de educación básica de cada institución educativa, es decir, si la estadística es independiente o no de las matemáticas, con un horario semanal establecido, edad, género y respuestas, como se ilustra en la tabla 3.11.

Tabla 3.11. Datos para las preguntas con una opción de respuesta

RESULTADOS DE ENCUESTA DE EVALUACIÓN DEL RAZONAMIENTO ESTADÍSTICO																										
TIPO DE INSTITUCIÓN EDUCATIVA: PÚBLICA O PRIVADA																										
GÉNERO: MASCULINO O FEMENINO																										
I.E. = INSTITUCIÓN EDUCATIVA																										
ESTUDIANTES	NOMBRE DE INSTITUCION EDUCATIVA	TIPO DE INSTITUCION EDUCATIVA	JORNADA	DISEÑO CURRICULAR	EDAD (AÑOS)	GÉNERO	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q8	Q9	Q11	Q12	Q13	Q14	Q15	Q17	Q18	Q19	Q20				
1	ESTUDIANTE 1	1	PÚBLICA	MAÑANA	1	14	FEMENINO	A	A	A	A	2A	C	A	B	A	A	B	A	A	A	A	C			
2	ESTUDIANTE 2	1	PÚBLICA	MAÑANA	1	14	FEMENINO	C	E	A	D	ANUL	B	C	D	C	C	B	B	D	A	D	C			
3	ESTUDIANTE 3	1	PÚBLICA	MAÑANA	1	14	FEMENINO	A	D	E	A	ANUL	B	E	B	C	A	A	D	D	B	B	B			
4	ESTUDIANTE 4	1	PÚBLICA	MAÑANA	1	14	FEMENINO	B	D	C	B	2D	A	C	D	C	C	A	B	E	A	D	B			
5	ESTUDIANTE 5	1	PÚBLICA	MAÑANA	1	14	FEMENINO	A	D	C	D	ANUL	A	D	C	B	C	B	C	D	A	D	C			
6	ESTUDIANTE 6	1	PÚBLICA	MAÑANA	1	14	FEMENINO	A	E	C	B	2C	C	E	D	C	C	A	B	F	D	A	B			
7	ESTUDIANTE 7	1	PÚBLICA	MAÑANA	1	14	FEMENINO	A	C	A	D	1C	A	E	E	A	C	C	C	C	A	B	B			
8	ESTUDIANTE 8	1	PÚBLICA	MAÑANA	1	14	MASCULINO	A	D	A	B	2A	C	E	C	B	C	C	F	C	A	D	B			
9	ESTUDIANTE 9	1	PÚBLICA	MAÑANA	1	14	MASCULINO	A	A	D	B	1B	C	C	C	A	B	A	E	E	D	C	A			
10	ESTUDIANTE 10	1	PÚBLICA	MAÑANA	1	14	MASCULINO	A	A	E	B	1D	C	E	C	A	A	C	B	D	C	A	D			
11	ESTUDIANTE 11	1	PÚBLICA	MAÑANA	1	14	MASCULINO	A	D	D	A	1D	A	B	D	B	C	C	A	E	A	D	B			
12	ESTUDIANTE 12	1	PÚBLICA	MAÑANA	1	14	MASCULINO	D	A	A	C	2A	C	A	D	C	B	C	E	A	D	C				
13	ESTUDIANTE 13	1	PÚBLICA	MAÑANA	1	14	MASCULINO	C	D	D	D	1D	C	E	E	C	A	B	D	B	C	D	D			
14	ESTUDIANTE 14	1	PÚBLICA	MAÑANA	1	14	MASCULINO	C	D	C	D	1D	C	A	D	B	A	B	A	B	B	A	A			
15	ESTUDIANTE 15	1	PÚBLICA	MAÑANA	1	14	MASCULINO	A	E	D	B	1D	C	E	E	B	C	C	C	A	D	A	C			
16	ESTUDIANTE 16	1	PÚBLICA	MAÑANA	1	14	MASCULINO	D	B	C	C	1D	C	E	E	C	C	C	C	D	B	A	B			
17	ESTUDIANTE 17	1	PÚBLICA	MAÑANA	1	14	MASCULINO	A	D	C	D	1D	C	D	C	B	B	A	F	E	D	NC	D			
18	ESTUDIANTE 18	1	PÚBLICA	MAÑANA	1	14	MASCULINO	D	B	C	D	1B	C	D	C	C	A	D	E	A	D	B				
19	ESTUDIANTE 19	1	PÚBLICA	MAÑANA	1	15	FEMENINO	D	D	D	D	2B	C	E	E	C	A	C	C	E	D	D	D			
20	ESTUDIANTE 20	1	PÚBLICA	MAÑANA	1	15	FEMENINO	C	D	B	B	ANUL	C	C	B	A	B	C	E	A	D	D	C			
21	ESTUDIANTE 21	1	PÚBLICA	MAÑANA	1	15	FEMENINO	C	E	B	B	ANUL	C	C	C	A	B	A	E	E	D	C	A			
22	ESTUDIANTE 22	1	PÚBLICA	MAÑANA	1	15	FEMENINO	D	C	B	D	2A	A	C	A	B	C	A	D	C	B	C	A			

Fuente: Elaboración propia

Teniendo en cuenta que el SRA tiene ítems de única respuesta y de respuesta múltiple, se diseñaron dos tipos de tablas, como se ilustran en el tabla 3.12.

Tabla 3.12. Datos para las preguntas con varias opciones de respuesta.

RESULTADOS DE ENCUESTA DE EVALUACIÓN DEL RAZONAMIENTO ESTADÍSTICO										
TIPO DE INSTITUCIÓN EDUCATIVA: PÚBLICA O PRIVADA										
GÉNERO: MASCULINO O FEMENINO										
I.E. = INSTITUCIÓN EDUCATIVA										
ESTUDIANTES	NOMBRE DE INSTITUCIÓN EDUCATIVA	TIPO DE INSTITUCIÓN EDUCATIVA	JORNADA	DISEÑO CURRICULAR	EDAD (AÑOS)	GÉNERO	Q6	Q7	Q10	Q16
ESTUDIANTE 1	1	PUBLICA	MAÑANA	1	14	FEMENINO	A, C	A, C, D	A	A
ESTUDIANTE 2	1	PUBLICA	MAÑANA	1	14	FEMENINO	A	A, C	C	B, C
ESTUDIANTE 3	1	PUBLICA	MAÑANA	1	14	FEMENINO	A, C	C, G	C	F
ESTUDIANTE 4	1	PUBLICA	MAÑANA	1	14	FEMENINO	C	B, C	D	E
ESTUDIANTE 5	1	PUBLICA	MAÑANA	1	14	FEMENINO	A, B	B, E, F, G	F	B, C, E
ESTUDIANTE 6	1	PUBLICA	MAÑANA	1	14	FEMENINO	A, B	B, C	C, D, F	B, C
ESTUDIANTE 7	1	PUBLICA	MAÑANA	1	14	FEMENINO	C, D	B, C	F	C
ESTUDIANTE 8	1	PUBLICA	MAÑANA	1	14	MASCULINO	A	A	A, B, F	B, E
ESTUDIANTE 9	1	PUBLICA	MAÑANA	1	14	MASCULINO	E	D	E	A
ESTUDIANTE 10	1	PUBLICA	MAÑANA	1	14	MASCULINO	A, B, D	A, C, D, E, G	E	B
ESTUDIANTE 11	1	PUBLICA	MAÑANA	1	14	MASCULINO	B, C	C, D, F	B, C	C
ESTUDIANTE 12	1	PUBLICA	MAÑANA	1	14	MASCULINO	E	B, C, D	B, E	B, C
ESTUDIANTE 13	1	PUBLICA	MAÑANA	1	14	MASCULINO	A, D	D	B, F	B, E
ESTUDIANTE 14	1	PUBLICA	MAÑANA	1	14	MASCULINO	NC	C, G	B	B, E
ESTUDIANTE 15	1	PUBLICA	MAÑANA	1	14	MASCULINO	A, B, C, D	H	C	C
ESTUDIANTE 16	1	PUBLICA	MAÑANA	1	14	MASCULINO	E	C, G	C	A, B
ESTUDIANTE 17	1	PUBLICA	MAÑANA	1	14	MASCULINO	A, C, D	C, D, G	A, D	B, C
ESTUDIANTE 18	1	PUBLICA	MAÑANA	1	14	MASCULINO	B, D	B, C	C, F	A
ESTUDIANTE 19	1	PUBLICA	MAÑANA	1	15	FEMENINO	E	C, G	C, D, F	B, E
ESTUDIANTE 20	1	PUBLICA	MAÑANA	1	15	FEMENINO	C	A	C	F
ESTUDIANTE 21	1	PUBLICA	MAÑANA	1	15	FEMENINO	E	D	E	A
ESTUDIANTE 22	1	PUBLICA	MAÑANA	1	15	FEMENINO	B, D	D	C, D	D

Fuente: Elaboración propia

El tratamiento de los datos se hizo con SPSS, para el cual se hicieron adecuaciones tal como: - Suprimir la palabra estudiante y dejar solamente numerados del 1 al 383.

- Las instituciones educativas se dejaron enumeradas del 1 al 5.
- Se suprimió el tipo de institución, porque las cinco instituciones que participaron en el estudio, son de carácter público, es decir, no se encuestaron privadas por la limitación que generó la pandemia.
- En cuanto al tipo de jornada, se acordó asignar 1, si la institución tiene su jornada escolar para la educación básica, solamente en la mañana, y para las instituciones que tienen jornada única para la educación básica, se les asignó 2.
- Las instituciones educativas que en su currículo tienen la estadística separada de las matemáticas, se le asignó un valor de 1, mientras que las que no la tienen, se les asignó un valor de 0.
- Lo mismo se hizo para la variable género: a los estudiantes de género femenino, se les asignó el valor 1 y a los de género masculino, el valor 2.
- Cada uno de los ítems se nombraron con la letra Q, (Question), los cuales se enumeraron del 1 al 20.

Después de realizar las anteriores adecuaciones, la tabla quedó como se muestra en la tabla 3.13.

Tabla 3.13. Datos con adecuaciones para SPSS

RESULTADOS DE ENCUESTA DE EVALUACIÓN DEL RAZONAMIENTO ESTADÍSTICO																										
TIPO DE INSTITUCIÓN EDUCATIVA: PÚBLICA O PRIVADA																										
GÉNERO: MASCULINO O FEMENINO																										
I.E. = INSTITUCIÓN EDUCATIVA																										
ESTUDIANTES	NOMBRE DE INSTITUCION EDUCATIVA	TIPO DE INSTITUCION EDUCATIVA	JORNADA	DISEÑO CURRICULAR	EDAD (AÑOS)	GÉNERO	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11	Q12	Q13	Q14	Q15	Q16	Q17	Q18	Q19	Q20
1	1	PÚBLICA	1	1	14	1	A	A	A	A	2A	C	A	B	A	A	B	A	A	A	A	A	A	A	A	C
2	1	PÚBLICA	1	1	14	1	C	E	A	D	ANUL	B	C	D	C	C	B	B	D	A	D	C	C	C	C	C
3	1	PÚBLICA	1	1	14	1	A	D	E	A	ANUL	B	E	B	C	C	A	A	D	B	B	B	B	B	B	B
4	1	PÚBLICA	1	1	14	1	B	D	C	B	2D	A	C	D	C	C	A	B	E	A	D	B	B	B	B	B
5	1	PÚBLICA	1	1	14	1	A	D	C	D	ANUL	A	D	C	B	C	B	C	D	A	D	C	C	C	C	C
6	1	PÚBLICA	1	1	14	1	A	E	C	B	2C	C	E	D	C	C	A	B	F	D	A	B	B	B	B	B
7	1	PÚBLICA	1	1	14	1	A	C	A	D	1C	A	E	E	A	C	C	C	C	A	B	B	B	B	B	B
8	1	PÚBLICA	1	1	14	2	A	D	A	B	2A	C	E	C	B	C	C	F	C	A	D	B	B	B	B	B
9	1	PÚBLICA	1	1	14	2	A	A	D	B	1B	C	C	C	A	B	A	E	D	C	A	D	B	B	B	B
10	1	PÚBLICA	1	1	14	2	A	A	E	B	1D	C	E	C	A	A	C	B	D	C	A	D	B	B	B	B
11	1	PÚBLICA	1	1	14	2	A	D	D	A	1D	A	B	D	B	C	C	A	E	A	D	B	B	B	B	B
12	1	PÚBLICA	1	1	14	2	D	A	A	C	2A	C	A	D	C	C	B	C	E	A	D	C	C	C	C	C
13	1	PÚBLICA	1	1	14	2	C	D	D	D	1D	C	E	E	C	A	B	D	B	C	D	D	D	D	D	D
14	1	PÚBLICA	1	1	14	2	C	D	C	D	1D	C	A	D	B	A	B	A	B	B	A	A	A	A	A	A
15	1	PÚBLICA	1	1	14	2	A	E	D	B	1D	C	E	E	B	C	C	C	A	D	B	A	A	A	A	A
16	1	PÚBLICA	1	1	14	2	D	B	C	C	1D	C	E	E	C	C	C	C	D	C	A	D	B	B	B	B
17	1	PÚBLICA	1	1	14	2	A	D	C	D	1D	C	D	C	B	B	A	F	E	D	MC	D	D	D	D	D
18	1	PÚBLICA	1	1	14	2	D	B	C	D	1B	C	D	C	C	A	D	E	A	D	B	B	B	B	B	B
19	1	PÚBLICA	1	1	15	1	D	D	D	D	2B	C	E	E	C	A	C	C	E	D	D	D	D	D	D	D
20	1	PÚBLICA	1	1	15	1	C	D	B	B	ANUL	C	C	B	A	B	C	C	E	A	D	C	C	C	C	C

Fuente: Elaboración propia

Teniendo en cuenta que la escala del SRA evalúa 16 características del razonamiento estadístico agrupadas en dos categorías: la escala de razonamiento correcto (8 características) y la escala de conceptos erróneos (8 características). La puntuación numérica se obtiene a partir de la selección de respuestas dadas por los estudiantes en cada una de las 20 preguntas del cuestionario. Cada característica se analiza a través de las respuestas a uno o más ítems del cuestionario.

De esta manera, para el análisis del razonamiento correcto (CC), se tuvo en cuenta que la opción que seleccionaba el estudiante, en el caso de corresponder a una de las 8 características de razonamiento correcto, se le asignó una valoración igual a 1 y a las otras opciones de respuesta se le asignó una valoración igual a 0. Este procedimiento se realizó para todos y cada uno de los 20 ítems que tiene el SRA, clasificando las respuestas en los diferentes tipos de razonamiento correcto del 1 al 8, de acuerdo con la categorización que hace Garfield y que se mencionó en la tabla 3.3 del apartado 3.4 de este documento. Por consiguiente, si se toma como ejemplo, el ítem 1, el tipo de razonamiento correcto según la escala de valoración es el CC2 y hace referencia a que el estudiante entiende cómo seleccionar un promedio apropiado y corresponde a la opción d. Por tanto, a quienes seleccionaron la opción d, se les asignó una valoración igual a 1 y a quienes seleccionaron una opción diferente, se les dio una valoración igual a 0. Se realizó este procedimiento a los demás ítems del SRA. Finalmente se promedió los anteriores valores de cada uno de los ítems, obteniendo así el valor promedio para cada tipo de razonamiento, lo que se analizará en el capítulo de resultados. En la tabla 3.14, se muestra lo anteriormente expuesto para el CC1.

Tabla 3.14. Datos para el razonamiento correcto CC1. Interpreta correctamente las probabilidades.

ESTUDIANTE	INSTITUCIÓN EDUCATIVA	JORNADA	DISEÑO CURRICULAR	EDAD (AÑOS)	GÉNERO	Q2	Q3
1	1	1	1	14	1	0	0
2	1	1	1	14	1	0	0
3	1	1	1	14	1	1	0
4	1	1	1	14	1	1	0
5	1	1	1	14	1	1	0
6	1	1	1	14	1	0	0
7	1	1	1	14	1	0	0
8	1	1	1	14	2	1	0
9	1	1	1	14	2	0	1
10	1	1	1	14	2	0	0
11	1	1	1	14	2	1	1
12	1	1	1	14	2	0	0
13	1	1	1	14	2	1	1
14	1	1	1	14	2	1	0
15	1	1	1	14	2	0	1
16	1	1	1	14	2	0	0
17	1	1	1	14	2	1	0
18	1	1	1	14	2	0	0
19	1	1	1	15	1	1	1
20	1	1	1	15	1	1	0

Fuente: Elaboración propia

El análisis de los errores conceptuales (MC), se hizo de igual manera que para el razonamiento correcto, donde se tuvo en cuenta que, si la opción que seleccionaba el estudiante correspondía a una de las 8 características de errores conceptuales, estipulados en la tabla 3.3 del numeral 3.4, se le asignó una valoración igual a 1 y a las otras opciones de respuesta se le asignó una valoración igual a 0. Este procedimiento se realizó para todos y cada uno de los 20 ítems que tiene el SRA, clasificando las respuestas en los diferentes tipos de errores conceptuales del 1 al 8, de acuerdo con la categorización que hace Garfield. Por tanto, si se toma como ejemplo el ítem 1, se presentan dos posibles errores conceptuales, según la escala de valoración: el MC1a (opción a) y el MC1b (opción c), esto quiere decir que, si el estudiante seleccionó la opción a, corresponde a un error conceptual al considerar el promedio como el número más común, confundiendo la media aritmética con la moda, en este caso, se le dio el valor de uno a quienes contestaron esta opción y 0 para las demás opciones. En el mismo ítem 1, si el estudiante selecciona la opción c, indica que no tiene en cuenta los valores atípicos al calcular la media, por tanto, se le dio una valoración igual a 1 a quienes contestaron la opción c y una valoración igual a 0, a las demás opciones de respuesta. Finalmente se promedió los anteriores

valores de cada uno de los MC, para la interpretación de resultados. En la gráfica 5, se muestra lo anteriormente expuesto para el MC1a.

Tabla 3.15. Datos para los errores conceptuales MC1a. Considera el promedio como el número más común

ESTUDIANTE	INSTITUCIÓN EDUCATIVA	JORNADA	DISEÑO CURRICULAR	EDAD (AÑOS)	GÉNERO	Q1	Q17
1	1	1	1	14	1	1	0
2	1	1	1	14	1	0	0
3	1	1	1	14	1	1	0
4	1	1	1	14	1	0	1
5	1	1	1	14	1	1	0
6	1	1	1	14	1	1	0
7	1	1	1	14	1	1	0
8	1	1	1	14	2	1	0
9	1	1	1	14	2	1	1
10	1	1	1	14	2	1	0
11	1	1	1	14	2	1	1
12	1	1	1	14	2	0	1
13	1	1	1	14	2	0	0
14	1	1	1	14	2	0	0
15	1	1	1	14	2	1	0
16	1	1	1	14	2	0	0
17	1	1	1	14	2	1	1
18	1	1	1	14	2	0	1
19	1	1	1	15	1	0	1
20	1	1	1	15	1	0	1

Fuente: Elaboración propia

De manera similar se realizó este procedimiento para todas las preguntas de la prueba SRA que son de única respuesta.

En el caso de las preguntas 6, 7, 10 y 16, que son de selección múltiple, se tendrá en cuenta que, si el estudiante selecciona cualquiera de las opciones que Garfield clasifica como conceptos erróneos, se le dará una valoración de 1.

Teniendo en cuenta la clasificación de las características que tiene el instrumento aplicado, las opciones de cada ítem quedan así, como se muestra en la tabla 3.16.

Tabla 3.16. Clasificación de las características del SRA

Ítem 1. Las opciones son:	Ítem 2. Las opciones son:
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Opción a: MC1a</li> <li>• Opción b:</li> <li>• Opción c: MC1b</li> <li>• Opción d: CC2</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Opción a:</li> <li>• Opción b:</li> <li>• Opción c:</li> <li>• Opción d: CC1</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Opción e: MC2</li> </ul>
<p>Ítem 3. Las opciones son:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Opción a: MC2</li> <li>• Opción b: MC2</li> <li>• Opción c:</li> <li>• Opción d: CC1</li> <li>• Opción e:</li> </ul>	<p>Ítem 4. Las opciones son:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Opción a: CC2</li> <li>• Opción b: CC2</li> <li>• Opción c:</li> <li>• Opción d:</li> </ul>
<p>Ítem 5. Las opciones son:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Opción 1: <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Opción a:</li> <li>✓ Opción b:</li> <li>✓ Opción c:</li> <li>✓ Opción d: CC7</li> </ul> </li> </ul>	<p>Ítem 5. Las opciones son:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Opción 2: <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Opción a:</li> <li>✓ Opción b:</li> <li>✓ Opción c:</li> <li>✓ Opción d:</li> </ul> </li> </ul>
<p>Ítem 6. Las opciones son:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Opción a: MC8</li> <li>• Opción b: CC8</li> <li>• Opción c:</li> <li>• Opción d:</li> <li>• Opción e:</li> </ul>	<p>Ítem 7. Las opciones son:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Opción a:</li> <li>• Opción b: MC3</li> <li>• Opción c: MC3</li> <li>• Opción d:</li> <li>• Opción e:</li> <li>• Opción f:</li> <li>• Opción g:</li> <li>• Opción h:</li> </ul>
<p>Ítem 8. Las opciones son:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Opción a:</li> <li>• Opción b:</li> <li>• Opción c: CC3a</li> </ul>	<p>Ítem 9. Las opciones son:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Opción a: MC5</li> <li>• Opción b: MC5</li> <li>• Opción c:</li> <li>• Opción d: MC5</li> <li>• Opción e: CC4</li> </ul>
<p>Ítem 10. Las opciones son:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Opción a:</li> <li>• Opción b:</li> <li>• Opción c:</li> </ul>	<p>Ítem 11. Las opciones son:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Opción a: MC2</li> <li>• Opción b: MC2</li> <li>• Opción c: MC5</li> </ul>

---

<ul style="list-style-type: none"><li>• Opción d:</li><li>• Opción e: MC5</li><li>• Opción f: CC4</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Opción d: MC2</li><li>• Opción e: CC4</li></ul>
Ítem 12. Las opciones son: <ul style="list-style-type: none"><li>• Opción a: MC4</li><li>• Opción b: CC8</li><li>• Opción c: MC2</li></ul>	Ítem 13. Las opciones son: <ul style="list-style-type: none"><li>• Opción a: CC3b</li><li>• Opción b: MC2</li><li>• Opción c: MC7</li></ul>
Ítem 14. Las opciones son: <ul style="list-style-type: none"><li>• Opción a:</li><li>• Opción b: CC5</li><li>• Opción c: MC4</li></ul>	Ítem 15. Las opciones son: <ul style="list-style-type: none"><li>• Opción a:</li><li>• Opción b: MC1c</li><li>• Opción c:</li><li>• Opción d: CC5</li><li>• Opción e:</li><li>• Opción f: MC1c</li></ul>
Ítem 16. Las opciones son: <ul style="list-style-type: none"><li>• Opción a: MC3</li><li>• Opción b: MC6</li><li>• Opción c: CC6</li><li>• Opción d: MC3</li><li>• Opción e: MC6</li><li>• Opción f:</li></ul>	Ítem 17. Las opciones son: <ul style="list-style-type: none"><li>• Opción a: MC1d</li><li>• Opción b:</li><li>• Opción c: CC2</li><li>• Opción d:</li><li>• Opción e: MC1a</li><li>• Opción f:</li></ul>
Ítem 18. Las opciones son: <ul style="list-style-type: none"><li>• Opción a: MC7</li><li>• Opción b: CC3b</li><li>• Opción c:</li><li>• Opción d:</li></ul>	Ítem 19. Las opciones son: <ul style="list-style-type: none"><li>• Opción a: CC3b</li><li>• Opción b:</li><li>• Opción c:</li><li>• Opción d: MC7</li></ul>
Ítem 20. Las opciones son: <ul style="list-style-type: none"><li>• Opción a:</li><li>• Opción b: CC3b</li><li>• Opción c:</li><li>• Opción d: MC7</li></ul>	

---

Fuente: Elaboración propia a partir del trabajo de Garfield

En el caso de las preguntas no respondidas se considerarán “no sabe” y se les asignará la categoría de conceptos erróneos, como también en el caso de las preguntas de única respuesta, en las cuales los estudiantes, seleccionaron más de una opción.

A diferencia del estudio original realizado por Garfield (2003), las puntuaciones de todas las características se expresan entre 0 y 1, para que de esta forma, todas fuesen comparables en cuanto a magnitud. Es decir, para que al considerar la puntuación total de cada dimensión, la diferencia en el número de ítems que intervienen en cada carácter no altera este valor. De esta forma, todas las características tienen el mismo peso a la hora de estimar el valor de razonamiento estadístico correcto y de los conceptos erróneos.

Cabe señalar que una puntuación alta en la escala de razonamiento correcto, indica un mejor desempeño, mientras que una puntuación baja en la escala de conceptos erróneos indica una evaluación positiva en el sentido de que el estudiante carece de dicho error conceptual.

### 3.7 Cronograma de actividades

La investigación se realizó en cinco (5) etapas, como se muestra en la tabla 3.5 y se describe a continuación: documentación, obtención de la información, organización y análisis de la información, actualización de la revisión bibliográfica y, por último, elaboración y difusión del trabajo final

- **1ª Fase: Documentación.** Se realiza la búsqueda de documentación bibliográfica de investigaciones realizadas en el área de investigación: selección de la prueba a aplicar, razonamiento estadístico, educación estadística, legislación educativa en Colombia.
- **2ª Fase: Obtención de la información.** En esta fase se seleccionó a conveniencia las instituciones educativas a encuestar, y se aplicó la prueba SRA a los estudiantes de grado noveno.
- **3ª Fase: Organización y análisis de la información.** Obtenida la información, se elaboró con los datos una tabla en Excel y luego se utilizó el programa SPSS para su análisis e interpretación, de acuerdo con las variables en estudio.
- **4ª Fase: Actualización de la revisión bibliográfica.** A pesar de que desde el inicio de la investigación se ha realizado una revisión bibliográfica exhaustiva, se consideró realizar una nueva búsqueda después del análisis e



## **IV. RESULTADOS**



## 4 Resultados

### 4.1 Resultados por ítem

**Ítem 1.** Nueve estudiantes de una clase de ciencias pesaron por separado un objeto pequeño en la misma báscula. Los pesos (en gramos) registrados por cada estudiante se muestran a continuación.

6,2; 6,0; 6,0; 15,3; 6,1; 6,3; 6,2; 6,15; 6,2

Los estudiantes quieren determinar con la mayor precisión posible el peso real de este objeto. De los siguientes métodos, ¿cuál recomendaría que utilicen?

a. Utilice el número más común, que es 6,2.

**MC1a: La media es el valor más común.**

b. Utilice el 6,15 ya que es el pesaje más preciso.

c. Suma los 9 números y divide por 9.

**MC1b: Toma en consideración los valores atípicos al calcular la media**

d. Desecha el 15,3, suma los otros 8 números y divide entre 8.

**CC2: Entiende cómo seleccionar la media adecuadamente.**

En este caso, la opción d ofrece la respuesta correcta en un ítem en el que se evalúa la comprensión sobre la correcta selección de la media. Como se indica anteriormente, las opciones a y c son indicativas de errores en los que se confunde la media con la moda (MC1a) y en los que no se considera la necesidad de eliminar los valores atípicos antes de su cálculo (MC1b). La opción b es un distractor que no evalúa errores de razonamiento de los considerados en el estudio de Garfield, J. (2003). Las respuestas dadas a esta pregunta se resumen en la Tabla 4.1

Tabla 4.1. Respuestas dadas por el alumnado al ítem 1

Opción seleccionada	Frecuencia	Porcentaje (%)
A (MC1a)	188	49,1
B	31	8,1
C (MC1b)	112	29,2
D (CC2)	49	12,8
NS/NC	3	0,8
<b>Total</b>	<b>383</b>	<b>100</b>

Fuente: Elaboración propia

Como puede observarse, la opción más frecuentemente contestada es la a, por lo que puede decirse que, casi la mitad de los estudiantes encuestados confunden el valor medio con la moda. Este error puede explicarse debido a que la moda es la medida descriptiva que primero se introduce en los cursos de estadística de Colombia y es, por tanto, el concepto más afianzado por el estudiantado. La segunda opción de respuesta más frecuente vuelve a hacer referencia a un error de concepto. En este caso, casi el 30% de los estudiantes encuestados no considera necesario eliminar los valores atípicos a la hora de calcular la media y, por tanto, no entienden la elevada influencia que éstos tienen en el cálculo de la media aritmética.

Por otro lado, sólo el 12,8% de los estudiantes selecciona la opción correcta y, por tanto, razona de forma correcta sobre la necesidad, en este caso, de calcular la media, una vez descartado el valor atípico existente. La Figura 4.1 muestra esta información de manera gráfica sin considerar los casos en los que no se ha contestado a esta pregunta.

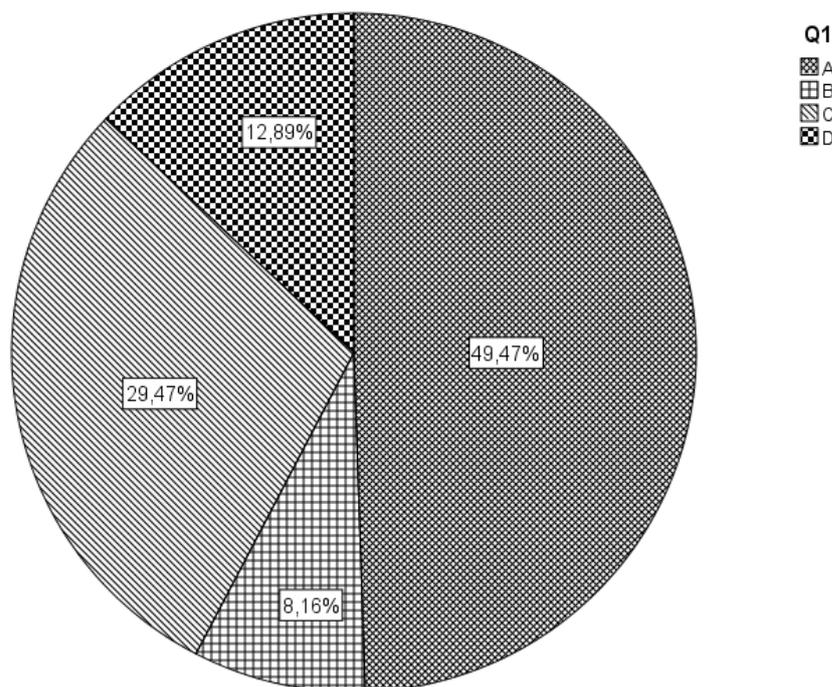


Figura 4.1. Sectores con las respuestas dadas al ítem 1. Fuente: Elaboración propia.

Hay que tener en cuenta que el sistema educativo en Colombia, desde el 2006, estableció los estándares por competencias para matemáticas, entre las que se encuentran las competencias en estadística que un estudiante debe tener para desarrollar el

pensamiento estadístico al terminar cada uno de los niveles educativos que estipula la Ley 115 de 1994 en el caso del presente estudio, se está haciendo un análisis del razonamiento estadístico, de los estudiantes al finalizar el grado noveno, cuando finaliza la educación básica. Al revisar los estándares de matemáticas, se tiene que el estudio de la media aritmética se debe haber desarrollado finalizando los grados séptimo y noveno con los siguientes estándares:

“Al finalizar el grado séptimo, uso medidas de tendencia central (media, mediana, moda) para interpretar el comportamiento de un conjunto de datos” (Ministerio de Educación Nacional, 2006, p. 3).

“Al finalizar el grado séptimo, Interpreto y utilizo conceptos de media, mediana y moda y explico su diferencia en distribuciones de distinta dispersión y asimetría” (Ministerio de Educación Nacional, 2006, p. 6).

Observando los resultados presentados en la tabla 4.1, se encuentra que solo el 12,8% de los 383 estudiantes encuestados han alcanzado las competencias establecidas en los estándares mencionados anteriormente.

Con respecto a los DBA de matemáticas, el estudiante al finalizar el grado séptimo debe evidenciar que “encuentra e interpreta las medidas de tendencia central y el rango en datos agrupados, empleando herramientas tecnológicas cuando sea posible”. (Ministerio de Educación Nacional, 2016, p. 6). De igual manera, al finalizar el grado octavo, el estudiante debe evidenciar:

- ✓ “Describe el comportamiento de los datos empleando las medidas de tendencia central y el rango” (Ministerio de Educación Nacional, 2006, p. 9).
- ✓ “Reconoce cómo varían las medidas de tendencia central y el rango cuando varían los datos” ((Ministerio de Educación Nacional, 2006, p. 7).

### **Comparativa por género**

A continuación, se analizará si el género de la persona encuestada influye en las respuestas dadas a esta pregunta y, por tanto, al razonamiento que éstos tienen sobre la adecuación de la media aritmética en este caso concreto. En la tabla 4.2 se presentan los resultados de las respuestas dadas a este ítem por los estudiantes encuestados.

Tabla 4.2. Comparativa de respuestas al ítem 1 según el género del encuestado

Opción seleccionada	Frecuencia		Porcentaje (%)	
	Niñas	Niños	Niñas	Niños
A (MC1a)	88	100	47,8	50,3
B	13	18	7,1	9,0
C (MC1b)	61	51	33,2	25,6
D (CC2)	19	30	10,3	15,1
NS/NC	3	0	1,6	0
Total	184	199	100	100

Fuente: Elaboración propia

A nivel descriptivo, se observa en la tabla 4.2, un mayor porcentaje de niños que realizan un razonamiento correcto sobre el cálculo de la media propuesto en este ítem, con un 15,1% frente al 10,3% de las niñas. Además, un mayor porcentaje de niñas que de niños, con casi 8 puntos de diferencia, consideran que la media podría calcularse incluyendo el valor atípico.

Sin embargo, cuando la comparación se realiza a nivel inferencial, mediante el contraste de independencia Chi-cuadrado de Pearson, estas diferencias no son significativas ( $p$ -valor = 0,252) y, por tanto, el tamaño de efecto débil (coeficiente V de Cramer = 0,104).

### Comparativa por edad

Veamos, a continuación, si las respuestas dadas a este ítem difieren en función de la edad del encuestado. Cabe recordar que la edad de los estudiantes encuestados varía entre los 14 y los 18 años, como se ha mencionado previamente. Sin embargo, debido al reducido tamaño muestral del grupo de alumnos con 18 años (tan sólo 5), se han incluido todos en el grupo de 17 o más años. En la tabla 4.3 se muestran los resultados de las respuestas, clasificadas por edad.

Tabla 4.3. Comparativa de respuestas al ítem 1 según la edad del encuestado

Opción seleccionada	Frecuencia				Porcentaje (%)			
	14	15	16	17	14	15	16	17
A (MC1a)	71	64	34	19	53,4	45,4	50,7	45,2

<b>Opción seleccionada</b>	<b>Frecuencia</b>				<b>Porcentaje (%)</b>			
	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>
B	5	11	8	7	3,8	7,8	11,9	16,7
C (MC1b)	34	48	18	12	25,6	34,0	26,9	28,6
D (CC2)	21	17	7	4	15,8	12,1	10,4	9,5
NS/NC	2	1	0	0	1,5	0,7	0,0	0,0
Total	133	141	67	42	100	100	100	100

Fuente: Elaboración propia

Como se muestra en la Tabla 4.3, la confusión entre media y moda es el error más común a todas las edades con porcentajes que oscilan entre el 45,2% de los estudiantes de 17 o más años y el 53,4% de los de los más jóvenes. El error de no considerar el valor atípico en el cálculo de la media lo cometen entre el 25,6% de los estudiantes de 14 años y el 34% de los estudiantes de 15 años. Es sorprendente que el razonamiento correcto sólo lo llevan a cabo entre un 9,5% de los estudiantes de más edad y el 15,8% de los de menor.

Estas diferencias muestrales no se traducen a la población en tanto en cuanto la prueba de independencia Chi-cuadrado entre la edad y las respuestas dadas al ítem 1 no encuentra diferencias significativas ( $p$ -valor = 0,178). Esto se traduce, como no puede ser de otra forma en un tamaño de efecto reducido de la edad sobre las respuestas dadas ( $V$  de Cramer = 0,105)

### Comparativa por jornada

Las diferencias en las respuestas dadas al ítem 1 por parte de los estudiantes de instituciones con jornada única y de jornada mañana, parecen no ser elevadas, como se muestra en la Tabla 4.4.

Tabla 4.4. Comparativa de respuestas al ítem 1 según el tipo de jornada implantada por el centro del encuestado

<b>Opción seleccionada</b>	<b>Frecuencia</b>		<b>Porcentaje (%)</b>	
	<b>Mañana</b>	<b>Única</b>	<b>Mañana</b>	<b>Única</b>
A (MC1a)	97	91	52,8	45,7
B	9	22	4,9	11,1
C (MC1b)	56	56	30,4	28,1

<b>Opción seleccionada</b>	<b>Frecuencia</b>		<b>Porcentaje (%)</b>	
	<b>Mañana</b>	<b>Única</b>	<b>Mañana</b>	<b>Única</b>
D (CC2)	21	28	11,4	14,1
NS/NC	1	2	0,5	1,0
Total	184	199	100	100

Fuente: Elaboración propia

En ambos casos, la respuesta más comúnmente dada es la A que se corresponde con el error de confundir media con moda, con una tasa de respuesta cercana al 50% en ambos casos (52,8% y 45,7% respectivamente). Menor es la diferencia en la tasa de respuesta de las opciones C y D.

A nivel poblacional, al aplicar el contraste Chi-cuadrado de Pearson, no se observan diferencias significativas ( $p$ -valor = 0,105) por lo que estas pequeñas diferencias observadas a nivel muestral no son extrapolables a la población ( $V$  de Cramer = 0,127).

### **Comparativa por institución**

Para finalizar, se va a comparar las respuestas según la institución donde el estudiante realiza sus estudios de noveno grado. Como se ha mencionado previamente, se han analizado 5 instituciones de titularidad pública de la región del Tolima, que se identifican numéricamente para la interpretación de los resultados de todas las preguntas de la prueba, de la siguiente forma:

- 1: I.E. JOSÉ JOAQUÍN FLÓREZ HERNÁNDEZ
- 2: I.E. NIÑO JESÚS DE PRAGA
- 3: I.E.T. INEM MANUEL MURILLO TORO
- 4: I.E.T. JOAQUIN PARIS
- 5: I.E.T. SAGRADA FAMILIA

Las frecuencias y los porcentajes de respuesta a cada opción en el ítem 1 se muestran en la Tabla 4.5

Tabla 4.5. Comparativa de respuestas al ítem 1 según la institución donde el encuestado desarrolla su formación

Opción seleccionada	Frecuencia					Porcentaje (%)				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
A (MC1a)	45	56	33	34	20	47,4	65,1	35,1	56,7	41,7
B	8	4	8	7	4	8,4	4,7	8,5	11,7	8,3
C (MC1b)	34	17	34	12	15	35,8	19,7	36,2	20,0	31,3
D (CC2)	7	9	17	7	9	7,4	10,5	18,1	11,6	18,8
NS/NC	1	0	2	0	0	1,1	0,0	2,1	0,0	0,0
Total	95	86	94	60	48	100	100	100	100	100

Fuente: Elaboración propia

En este caso, las diferencias son mayores que en los factores anteriores. Por ejemplo, el error de confundir la media con la moda se encuentra entre el 35,1% de la institución 3 y el 65,1% de la institución 2. Es decir, casi se duplica en el último caso. Por el contrario, esta última institución es la que presenta un menor porcentaje de estudiantes que no considera el valor atípico para calcular la media (19,7%), frente al mayor porcentaje observado en la institución 3. El porcentaje de estudiantes que razona de forma correcta es nuevamente muy bajo, ya que se sitúa entre el 7,4% de la institución 1 y el 18,8% de la institución 5.

Estas diferencias son extrapolables a nivel poblacional ya que la prueba de independencia muestra diferencias significativas en las respuestas según la institución ( $p$ -valor = 0,014), con un tamaño de efecto de la institución débil ( $V$  de Cramer = 0,149).

### **Comparativa por modalidad de estadística (separada o no del resto de las matemáticas)**

Cabe recordar que tres de las instituciones analizadas trabajan la estadística de forma separada del resto de las matemáticas, por lo que ésta tiene un horario diferenciado y su dedicación en horas es constante. Este factor también ha sido analizado para identificar diferencias en el razonamiento realizado en cada ítem, lo cual se muestra en la tabla 4.6.

Tabla 4.6. Comparativa de respuestas al ítem 1 según la modalidad en la que se imparte la estadística

<b>Opción seleccionada</b>	<b>Frecuencia</b>		<b>Porcentaje (%)</b>	
	<b>No separada</b>	<b>Separada</b>	<b>No separada</b>	<b>Separada</b>
A (MC1a)	79	109	51,0	47,8
B	15	16	9,7	7,0
C (MC1b)	46	66	29,7	28,9
D (CC2)	14	35	9,0	15,4
NS/NC	1	2	0,6	0,9
Total	155	228	100	100

Fuente: Elaboración propia

Como se observa en la Tabla 4.6, las respuestas son muy similares, de modo que prácticamente la mitad de los estudiantes se decanta por la opción a, por lo que confunde la media con la moda. El razonamiento correcto lo hace un mayor número de estudiantes de los centros en los que la estadística se da de forma separada del resto de las matemáticas (15,9% frente al 9%).

El análisis inferencial muestra que, a nivel poblacional, al aplicar el contraste Chi-cuadrado de Pearson, no se observan diferencias significativas de la forma en que las instituciones imparten la estadística, por lo que estas diferencias observadas a nivel muestral no son extrapolables a la población ( $p$ -valor = 0,274), con un tamaño de efecto débil ( $V$  de Cramer = 0,101).

**Ítem 2.** El siguiente mensaje está impreso en la botella de un medicamento de prescripción médica:

Precaución: En aplicaciones en áreas de la piel hay un 15% de probabilidad de desarrollar urticaria. Si aparece urticaria, consulte a su médico.

¿Cuál de las siguientes es la mejor interpretación de esta precaución?

- No utilice el medicamento sobre la piel, hay una probabilidad grande de que aparezca urticaria.
- Para aplicarlo sobre la piel, aplique sólo un 15% de la dosis recomendada
- Si aparece urticaria, probablemente afecte sólo al 15% de la piel
- Alrededor de 15 de cada 100 personas que utilizan este medicamento desarrollan urticaria

**CC1: Interpreta correctamente las probabilidades**

- Hay pocas probabilidades de desarrollar urticaria utilizando este medicamento

**MC2: Concepto erróneo de orientación al resultado**

En este ítem, la respuesta correcta es la opción d, en la cual se evalúa la comprensión y la interpretación correcta de probabilidad, haciendo juicios en acontecimientos inciertos. La opción e, indica errores conceptuales al analizar un suceso de forma individual y no como una secuencia de sucesos (MC2). Las opciones a, b y c, son distractores al no evaluar errores de razonamiento ni conceptuales de los considerados en el estudio de Garfield.

En la tabla 4.7, se presenta un resumen de las respuestas dadas a esta pregunta.

Tabla 4.7. Respuestas dadas por el alumnado al ítem 2.

Opción seleccionada	Frecuencia	Porcentaje (%)
A	61	15,9
B	50	13,1
C	56	14,6
D (CC1)	116	30,3
E (MC2)	98	25,6
NS/NC	2	0,5
Total	383	100

Fuente: Elaboración propia

Como puede observarse, el 43,6% de los estudiantes encuestados se dejan confundir por los distractores a, b y c, al no interpretar correctamente los sucesos que se puedan presentar. Por otro lado, el 25,6% presenta errores conceptuales al dejarse llevar por la intuición. Esto puede ser debido a que los estudiantes miran los sucesos de manera individual y no colectiva, tal vez por su falta de cultura de leer las etiquetas que aparecen en los medicamentos.

Por otro lado, solo el 30,3% selecciona la opción correcta, mostrando que razona correctamente al realizar la comprensión de la prescripción del medicamento.

Teniendo en cuenta que los estándares de competencias de matemáticas en Colombia, contiene las competencias en estadística que el estudiante debe lograr al finalizar cada ciclo educativo, en este caso la educación básica, se encuentra que la interpretación correcta de la probabilidad, que es evaluada en este ítem, se debe haber desarrollado finalizando el grado séptimo y el grado noveno. Observando los resultados presentados en la tabla 4.7, se encuentra que solo el 30,3% de los 383 estudiantes encuestados han alcanzado las competencias establecidas en el siguiente estándar:

“Al finalizar el grado séptimo, conjeturo acerca del resultado de un experimento aleatorio usando proporcionalidad y nociones básicas de probabilidad” (Ministerio de Educación Nacional, 2006, p. 3).

Asimismo, al finalizar el grado noveno, se debe haber logrado cumplir con el D.B.A., correspondiente al anterior estándar que, en el caso del grado octavo, dice que el estudiante “hace predicciones sobre la posibilidad de ocurrencia de un evento compuesto e interpreta la predicción a partir del uso de propiedades básicas de la probabilidad”.

### **Comparativa por género**

Al analizar si el género de la persona encuestada influye en las respuestas dadas a esta pregunta, se observa que el mayor porcentaje de razonamiento correcto en probabilidad, lo presentan los niños con un porcentaje de 33,2%, frente a un 27,2% de las niñas. También se observa, que la diferencia en errores conceptuales entre niñas y niños es del 0,1%, lo que quiere decir que tanto niñas como niños se dejan guiar por la intuición, como se muestra en la tabla 4.8.

Tabla 4.8. Comparativa de respuestas al ítem 2 según el género del encuestado.

<b>Opción seleccionada</b>	<b>Frecuencia</b>		<b>Porcentaje (%)</b>	
	<b>Niñas</b>	<b>Niños</b>	<b>Niñas</b>	<b>Niños</b>
A	35	26	19	13,1
B	18	32	9,8	16,1
C	32	24	17,4	12,1
D (CC1)	50	66	27,2	33,2
E (MC2)	47	51	25,5	25,6
NS/NC	2	0	1,1	0
Total	184	199	100	100

Fuente: Elaboración propia

Sin embargo, cuando la comparación se realiza a nivel inferencial, mediante el contraste de independencia Chi-cuadrado de Pearson, estas diferencias no son significativas ( $p$ -valor = 0,091) y, por tanto, el tamaño de efecto es débil (coeficiente V de Cramer = 0,145).

### Comparativa por edad

Al analizar si las respuestas dadas a este ítem difieren con la edad del encuestado, se observa que los estudiantes de 17 años tienen un mejor razonamiento probabilístico, con el 35,7%, seguidos de los de 14 años con un 30,8%. Aunque en los resultados presentados se puede evidenciar que no hay mucha diferencia en el razonamiento correcto con respecto a los estudiantes de 16 años que presentan un 28,4%. Pero sí hay una gran diferencia en el error de conceptualización porque los de 14 años presentan un 28,6% mientras que los de 17 años un 16,7%, lo cual nos permite asumir que la edad influye en los errores conceptuales de los estudiantes. Adicionalmente se observa que los estudiantes de 16 años se dejan llevar por la intuición a la hora de responder, con un 49,3%, por lo que seleccionan la opción de los distractores a, b o c, frente a un 39,9% correspondiente a los de 14 años, como se muestra en la Tabla 4.9.

Tabla 4.9. Comparativa de respuestas al ítem 2 según la edad del encuestado

<b>Frecuencia</b>	<b>Porcentaje (%)</b>
-------------------	-----------------------

<b>Opción seleccionada</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>
A	25	16	16	4	18,8	11,3	23,9	9,5
B	15	15	14	6	11,3	10,6	20,9	14,3
C	13	31	3	9	9,8	22	4,5	21,4
D (CC1)	41	41	19	15	30,8	29,1	28,4	35,7
E (MC2)	38	38	15	17	28,6	27	22,4	16,7
NS/NC	1	0	0	1	0,8	0	0	2,4
Total	133	140	67	42	100	100	100	100

Fuente: Elaboración propia

En cuanto a la parte inferencial, se tiene que p-valor es 0,009 que es menor que 0,05; se puede afirmar que las diferencias sí se traducen a la población y, por tanto, la tasa de respuestas correctas y de errores de conceptos varía en función de la edad de los estudiantes de noveno. Aunque el tamaño de efecto es débil ( $V$  de Cramer = 0,152)

#### **Comparativa por jornada**

En relación con las diferencias en las respuestas dadas en este ítem por parte de los estudiantes de las instituciones con jornada única y jornada mañana, se puede decir que es de un 2,4%, para el razonamiento correcto, como se muestra en la Tabla 4.10. Igualmente, se puede decir que los errores conceptuales presentados, tienen una diferencia de acuerdo con el tipo de jornada, de 3,2%, mostrando que el tipo de jornada no influye en el razonamiento.

Tabla 4.10. Comparativa de respuestas al ítem 2 según el tipo de jornada implantada por el centro del encuestado

<b>Opción seleccionada</b>	<b>Frecuencia</b>		<b>Porcentaje (%)</b>	
	<b>Mañana</b>	<b>Única</b>	<b>Mañana</b>	<b>Única</b>
A	31	30	16,8	15,1
B	25	25	13,6	12,6
C	26	30	14,1	15,1
D (CC1)	58	58	31,5	29,1
E (MC2)	44	54	23,9	27,1

<b>Opción seleccionada</b>	<b>Frecuencia</b>		<b>Porcentaje (%)</b>	
	<b>Mañana</b>	<b>Única</b>	<b>Mañana</b>	<b>Única</b>
NS/NC	0	2	0	1
Total	184	199	100	100

Fuente: Elaboración propia

A nivel poblacional, al aplicar el contraste Chi-cuadrado de Pearson, no se observan diferencias significativas ( $p$ -valor = 0,927) por lo que estas pequeñas diferencias observadas a nivel muestral no son extrapolables a la población, teniendo un efecto débil ( $V$  de Cramer = 0,048).

### Comparativa por institución

Ahora, se van a comparar las respuestas según la institución donde el estudiante realiza sus estudios de noveno grado. Las frecuencias y los porcentajes de respuesta a cada opción en el ítem 2 se muestran en la Tabla 4.11. En este caso, las diferencias son mayores que en los factores anteriores. Se observa que la IE5, presenta un mejor razonamiento probabilístico con un 41,7%, frente al porcentaje que presenta la IE1, 18,9% con un menor porcentaje de estudiantes que hacen un razonamiento correcto. En cuanto a los errores conceptuales, la IE3, es la que mayor porcentaje presenta con un 30,9% y la IE1, con un 29,5%.

Tabla 4.11. Comparativa de respuestas al ítem 2 según la institución donde el encuestado desarrolla su formación

<b>Opción seleccionada</b>	<b>Frecuencia</b>					<b>Porcentaje (%)</b>				
	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
A	15	14	13	12	7	15,8	16,3	13,8	20	14,6
B	21	10	7	7	5	22,1	11,6	7,4	11,7	10,4
C	13	12	12	11	8	13,7	14	12,8	18,3	16,7
D (CC1)	18	29	31	18	20	18,9	33,7	33	30	41,7
E (MC2)	28	21	29	12	8	29,5	24,4	30,9	20	16,7
NS/NC	0	0	2	0	0	0	0	2,1	0	0
Total	95	86	94	60	48	100	100	100	100	100

Fuente: Elaboración propia

Estas diferencias no son extrapolables a nivel poblacional ya que la prueba de independencia no muestra diferencias significativas en las respuestas según la institución ( $p$ -valor = 0,175), con un tamaño de efecto de la institución débil ( $V$  de Cramer = 0,118).

### **Comparativa por modalidad de estadística (separada o no del resto de las matemáticas)**

En la Tabla 4.12, se observa que tienen un mejor razonamiento probabilístico, los estudiantes que pertenecen a las instituciones educativas donde la estadística está separada de la matemática, con un 35,1%, mientras que las instituciones que no tienen separada la estadística de la matemática tienen un 23,2%, lo cual permite asumir un mejor razonamiento estadístico en las instituciones que tienen la estadística separada de la matemática. Con relación a los conceptos erróneos se ve una diferencia de 0,4% en este aspecto, lo cual no es relevante.

Tabla 4.12. Comparativa de respuestas al ítem 2 según la modalidad en la que se imparte la estadística

<b>Opción seleccionada</b>	<b>Frecuencia</b>		<b>Porcentaje (%)</b>	
	<b>No separada</b>	<b>Separada</b>	<b>No separada</b>	<b>Separada</b>
A	27	34	17,4	14,9
B	28	22	18,1	9,6
C	24	32	15,5	14
D (CC1)	36	80	23,2	35,1
E (MC2)	40	58	25,8	25,4
NS/NC	0	2	0	0,9
Total	155	228	100	100

Fuente: Elaboración propia

Esta diferencia es significativa ( $p$ -valor = 0,044), a nivel poblacional ( $V$  de Cramer = 0,160). Por tanto, podemos afirmar que trabajar estadística de forma separada de las matemáticas parece influir positivamente en la forma en la que los estudiantes razonan interpretando la probabilidad.

**Ítem 3.** El Centro Meteorológico de Springfield quería determinar la precisión de sus previsiones meteorológicas. Buscaron en sus registros aquellos días en que la previsión anunciaba un 70% de probabilidad de lluvia. Compararon dichas previsiones con los registros de si había o no llovido en realidad en esos días en concreto.

La previsión del 70% de probabilidad de lluvia se puede considerar muy fiable si lloviese en un:

- a. 95%-100% de esos días

**MC2: Concepto erróneo de orientación al resultado**

- b. 85%-94% de esos días

**MC2: Concepto erróneo de orientación al resultado**

- c. 75%-84% de esos días

- d. 65%-74% de esos días

**CC1: Interpreta correctamente las probabilidades**

- e. 55%-64% de esos días

Con este ítem, se evalúa la interpretación correcta de la probabilidad (CC1) y el uso de la idea sobre el azar, para hacer juicios sobre acontecimientos inciertos. En este caso, la opción d es la respuesta correcta, mientras que las opciones a y b indican errores conceptuales (MC2), al utilizar un modelo intuitivo de probabilidad, lo cual los lleva a tomar decisiones sobre sucesos individuales sin fijarse en una serie de sucesos (Konold, 1989). Las opciones c y e, son distractores que no evalúan el razonamiento correcto ni errores conceptuales de los que considera Garfield (2003) en su estudio. A continuación, se presentan las respuestas dadas a esta pregunta en la tabla 4.13.

Tabla 4.13. Respuestas dadas por el alumnado al ítem 3

Opción seleccionada	Frecuencia	Porcentaje (%)
A (MC2)	57	14,9
B (MC2)	59	15,4
C	106	27,7
D (CC1)	142	37,1
E	12	3,1
NS/NC	7	1,8
Total	383	100

Fuente: Elaboración propia

En la tabla 4.13 se observa que el 37,1% de los encuestados interpreta correctamente el concepto de probabilidad, mientras que el 30,3% comete errores conceptuales al utilizar la probabilidad de manera intuitiva. Este porcentaje (30,3%) es similar al 30,8% de los estudiantes que se dejan confundir por los distractores.

En el sistema educativo colombiano, desde el año 2006, los estándares de competencias de matemáticas contienen las competencias en estadística que el estudiante debe lograr al finalizar cada ciclo educativo, en este caso la educación básica. Después de revisar los estándares, se encontró que la interpretación correcta de la probabilidad, la cual es evaluada en este ítem, se debe haber desarrollado finalizando el grado séptimo y el grado noveno, donde solo el 37,1% de los estudiantes encuestados, alcanzaron las competencias establecidas en el siguiente estándar:

“Al finalizar el grado séptimo, conjeturo acerca del resultado de un experimento aleatorio usando proporcionalidad y nociones básicas de probabilidad”. (M.E.N., 2006).

Asimismo, al finalizar el grado noveno, se debe haber logrado cumplir con el D.B.A., correspondiente al anterior estándar que, en el caso del grado octavo, dice que el estudiante “hace predicciones sobre la posibilidad de ocurrencia de un evento compuesto e interpreta la predicción a partir del uso de propiedades básicas de la probabilidad” (MEN, 2006).

### **Comparativa por género**

Analizando si el género de la persona encuestada influye en las respuestas dadas a esta pregunta, se observa que el mayor porcentaje de razonamiento correcto en probabilidad, lo presentan los niños con un porcentaje de 39,7%, frente a un 34,2% de las niñas. También se observa, que la diferencia en errores conceptuales entre niñas y niños es del 1,2%, lo que quiere decir que tanto niñas como niños utilizan un modelo intuitivo de la probabilidad. Adicionalmente se puede decir, de acuerdo con los resultados presentados en la tabla 4.14, que los niños se dejan influenciar menos con los distractores (28,6%) que las niñas con un 33,1%.

Tabla 4.14. Comparativa de respuestas al ítem 3 según el género del encuestado

<b>Opción seleccionada</b>	<b>Frecuencia</b>		<b>Porcentaje (%)</b>	
	<b>Niñas</b>	<b>Niños</b>	<b>Niñas</b>	<b>Niños</b>

A (MC2)	26	31	14,1	15,6
B (MC2)	31	28	16,8	14,1
C	56	50	30,4	25,1
D (CC1)	63	79	34,2	39,7
E	5	7	2,7	3,5
NS/NC	3	4	1,6	2
Total	184	199	100	100

Fuente: Elaboración propia

Al realizar la comparación a nivel inferencial, mediante el contraste de independencia Chi-cuadrado de Pearson, se encuentra que estas diferencias no son significativas ( $p$ -valor = 0,636), con un tamaño de efecto débil (coeficiente V de Cramer = 0,082).

### Comparativa por edad

Al analizar si la edad del encuestado tiene influye en las respuestas dadas a esta pregunta, se observa en la tabla 4.15, que los estudiantes de 16 y 15 años razonan mejor al interpretar correctamente la probabilidad con un 38,8% y un 38,3% respectivamente. También se puede decir que los estudiantes de 17 años presentan un menor razonamiento correcto con un 31%.

Por otro lado, se observa que los de 17 años, tienen más errores en la conceptualización con un 35,7% frente a un 25,3% correspondiente a los de 16 años. Adicionalmente se puede decir que, los estudiantes de 15 años se dejan influenciar menos por los distractores con un 26,3%, mientras que los de 16 años son los que más se dejan influenciar con un 35,8%.

Tabla 4.15. Comparativa de respuestas al ítem 3 según la edad del encuestado

Opción seleccionada	Frecuencia				Porcentaje (%)			
	14	15	16	17	14	15	16	17
A (MC2)	18	21	9	9	13,5	14,9	13,4	21,4
B (MC2)	20	25	8	6	15	17,7	11,9	14,3
C	40	31	21	14	30,1	22	31,3	33,3
D (CC1)	49	54	26	13	36,8	38,3	38,8	31

<b>Opción seleccionada</b>	<b>Frecuencia</b>				<b>Porcentaje (%)</b>			
	14	15	16	17	14	15	16	17
E	3	6	3	0	2,3	4,3	4,5	0
NS/NC	3	4	0	0	2,3	2,8	0	0
Total	133	140	67	42	100	100	100	100

Fuente: Elaboración propia

Estas diferencias muestrales no se traducen a la población en cuanto la prueba de independencia Chi-cuadrado entre la edad y las respuestas dadas al ítem 3 no encuentra diferencias significativas ( $p$ -valor = 0,762). Esto se traduce, en un tamaño de efecto débil de la edad sobre las respuestas dadas ( $V$  de Cramer = 0,86).

### Comparativa por jornada

Teniendo en cuenta los resultados presentados en la tabla 4.16, se puede decir que la diferencia en el razonamiento correcto de los encuestados es significativa en los estudiantes de las instituciones educativas que tienen jornada única con un 40,2% comparado con un 33,7% de los que pertenecen a instituciones educativas con jornada mañana. Lo cual muestra que las instituciones con jornada única tienen un mejor razonamiento correcto en la interpretación de la probabilidad que las instituciones que no la tienen.

Igualmente, se puede decir que la diferencia en los errores conceptuales de acuerdo con el tipo de jornada es del 1,2%, mostrando que el tipo de jornada en las instituciones encuestadas no es un factor influyente para determinar los errores conceptuales. También se puede decir que los estudiantes de jornada única se dejan afectar menos por los distractores de las respuestas con un 28,6%, con respecto a un 33,2% de los estudiantes que no se encuentran en este tipo de jornada.

Tabla 4.16. Comparativa de respuestas al ítem 3 según el tipo de jornada implantada por el centro del encuestado

<b>Opción seleccionada</b>	<b>Frecuencia</b>		<b>Porcentaje (%)</b>	
	<b>Mañana</b>	<b>Única</b>	<b>Mañana</b>	<b>Única</b>
A (MC2)	31	26	16,8	13,1
B (MC2)	26	33	14,1	16,6

Opción seleccionada	Frecuencia		Porcentaje (%)	
	Mañana	Única	Mañana	Única
C	52	54	28,3	27,1
D (CC1)	62	80	33,7	40,2
E	9	3	4,9	1,5
NS/NC	4	3	2,2	1,5
Total	184	199	100	100

Fuente: Elaboración propia

A nivel poblacional, al aplicar el contraste Chi-cuadrado de Pearson, no se observan diferencias significativas ( $p$ -valor = 0,205) por lo que estas pequeñas diferencias observadas a nivel muestral no son extrapolables a la población ( $V$  de Cramer = 0,125).

### Comparativa por institución

A continuación, se va a comparar las respuestas según la institución donde el estudiante terminó sus estudios de educación básica secundaria, teniendo en cuenta que se encuestaron 5 instituciones educativas, cuyo orden se mencionó en el ítem 1. Las opciones de respuesta se muestran en la tabla 4.17, en donde se observa que la institución educativa que presenta un mayor razonamiento probabilístico es la IE3 con un 53,2%, mientras que la IE4, es la que tiene un menor razonamiento correcto con un 23,3%,

En cuanto a los errores conceptuales, los estudiantes de la IE2 son los que más errores conceptuales tienen con un 34,9%, seguida de la IE1 con un 33,7%, mientras que los estudiantes de la IE3 son los que menos errores conceptuales tienen, con 23,4%. Además, se observa que los estudiantes de la IE4 son los que más se dejan influenciar por los distractores con un 43,3%, frente a un 22,3% de la IE3, que en este caso son los que menos se dejan afectar por los distractores.

Tabla 4.17. Comparativa de respuestas al ítem 3 según la institución donde el encuestado desarrolla su formación

Opción seleccionada	Frecuencia					Porcentaje (%)				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
A (MC2)	19	14	9	6	9	20	16,3	9,6	10	18,8
B (MC2)	13	16	13	12	5	13,7	18,6	13,8	20	10,4

Opción seleccionada	Frecuencia					Porcentaje (%)				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
C	25	23	19	26	13	26,3	26,7	20,2	43,3	27,1
D (CC1)	36	26	50	14	16	37,9	30,2	53,2	23,3	33,3
E	2	4	2	0	4	2,1	4,7	2,1	0	8,3
NS/NC	0	3	1	2	1	0	3,5	1,1	3,3	2,1
Total	95	86	94	60	48	100	100	100	100	100

Fuente: Elaboración propia

Estas diferencias son extrapolables a nivel poblacional ya que la prueba de independencia muestra diferencias significativas en las respuestas según la institución ( $p$ -valor = 0,007), aunque el tamaño de efecto de la institución débil ( $V$  de Cramer = 0,148).

#### **Comparativa por modalidad de estadística (separada o no del resto de las matemáticas)**

Finalmente se va a analizar si la modalidad en que las instituciones educativas encuestadas orientan la estadística de acuerdo con su currículo influye en el razonamiento probabilístico de los estudiantes. Para ello, se tiene en cuenta los resultados presentados en la tabla 4.18, en donde se observa que tienen un mejor razonamiento probabilístico, los estudiantes que pertenecen a las instituciones educativas donde la estadística está separada de la matemática, con un 40,4%, mientras que los estudiantes de las instituciones que no tienen separada la estadística de la matemática tienen un 32,3%.

Con respecto a los conceptos erróneos se ve una diferencia de 3,3% en este aspecto, donde los estudiantes de las instituciones que no tienen la estadística separada son las que más errores conceptuales presentan con un 32,2%. De igual manera, se dejan influenciar más por los distractores los estudiantes de las instituciones educativas que no tienen separada la estadística, en un 34,2%.

Tabla 4.18. Comparativa de respuestas al ítem 3 según la modalidad en la que se imparte la estadística

Opción seleccionada	Frecuencia		Porcentaje (%)	
	No separada	Separada	No separada	Separada
A (MC2)	25	32	16,1	14

Opción seleccionada	Frecuencia		Porcentaje (%)	
	No separada	Separada	No separada	Separada
B (MC2)	25	34	16,1	14,9
C	51	55	32,9	24,1
D (CC1)	50	92	32,3	40,4
E	2	10	1,3	4,4
NS/NC	2	5	1,3	2,2
Total	155	228	100	100

Fuente: Elaboración propia

En el análisis inferencial, después de realizar las pruebas de chi-cuadrado, se observa esta diferencia no es significativa ( $p$ -valor = 0,118), a nivel poblacional ( $V$  de Cramer = 0,140), con un tamaño de efecto débil de la modalidad en que se imparte la estadística.

**Ítem 4.** Una profesora quiere cambiar la distribución de asientos en su clase con la esperanza de que ello incrementará el número de comentarios [la participación] de sus alumnos. Primero decide ver cuántos comentarios hacen los alumnos con la distribución actual. Un registro del número de comentarios hechos por 8 de sus estudiantes durante un periodo de clase se muestra a continuación:

Tabla 4.19. Datos relacionados con la pregunta 4

Iniciales del estudiante	A. A	R.F.	A.G.	J.G.	C.K.	N.K.	J.L.	A.W.
Número de comentarios	0	5	2	22	3	2	1	2

Fuente: Cuestionario SRA. Garfield (2003)

La profesora quiere resumir estos datos computando el número típico de comentarios hechos ese día. De los siguientes métodos, ¿cuál recomendarías que usara?

- a. Utiliza el número más común, que es 2

**CC2: Entiende como seleccionar un promedio apropiado**

- b. Suma los 8 números y divide entre 8

**CC2: Entiende como seleccionar un promedio apropiado**

- c. Descarta el 22, suma los otros 7 números y divide entre 7  
 d. Descarta el 0, suma los otros 7 números y divide entre 7

En esta pregunta se evalúa la comprensión del significado de las medidas de tendencia central y cuál es la mejor para usar en diferentes condiciones. Aquí se tienen dos opciones de respuesta correcta, la opción a y la opción b. Las opciones c y d son distractores y por tanto no evalúa errores de razonamiento ni errores conceptuales. En este caso, ninguna de las opciones de respuesta evalúa errores conceptuales que puedan tener los estudiantes encuestados.

Como puede observarse en la tabla 4.20, al sumar las frecuencias de las opciones a y b, se tiene que un 56,3% de los encuestados las selecciona. Mientras que el 42,6% se dejan confundir por los distractores de las opciones c y d.

Tabla 4.20. Respuestas dadas por el alumnado al ítem 4

Opción seleccionada	Frecuencia	Porcentaje (%)
A (CC2)	117	30,5

B (CC2)	99	25,8
C	62	16,2
D	101	26,4
NS/NC	4	1,1
Total	383	100

Fuente: Elaboración propia

De acuerdo con lo analizado en el ítem 1, el sistema educativo colombiano evalúa por competencias, encontrando que el razonamiento evaluado en el ítem 4, se encuentra establecido en las competencias de aprendizaje que deben lograr los estudiantes al finalizar los grados séptimo y noveno. Los estándares y DBA correspondientes a la pregunta 4, se mencionaron cuando se analizó el ítem 1.

### Comparativa por género

Ahora se analizará la influencia del género en el razonamiento correcto de los encuestados a esta pregunta y, por tanto, a la selección correcta de la medida de tendencia central más adecuada para usar de acuerdo con el contexto de la situación. Observando los resultados de la tabla 4.21, se tiene que las niñas tienen un mejor razonamiento (63,6%) comparado con los niños (49,7%). En este caso se ve una diferencia de 13,9%, lo cual nos lleva a afirmar que el género si tiene influencia en el razonamiento estadístico de los estudiantes encuestados.

También se observa que los niños se dejan influenciar más que las niñas por los distractores que se presentan en las opciones de respuesta presentando una diferencia porcentual de 13,7%.

Tabla 4.21. Comparativa de respuestas al ítem 4 según el género del encuestado.

Opción seleccionada	Frecuencia		Porcentaje (%)	
	Niñas	Niños	Niñas	Niños
A (CC2)	67	50	36,4	25,1
B (CC2)	50	49	27,2	24,6
C	20	42	10,9	21
D	45	56	24,5	28,1
NS/NC	2	2	1,1	1

Total	184	199	100	100
-------	-----	-----	-----	-----

Fuente: Elaboración propia

Cuando se realiza la comparación a nivel inferencial, mediante el contraste de independencia Chi-cuadrado de Pearson, se observa que las diferencias son significativas ( $p$ -valor = 0,019), con tamaño de efecto débil (coeficiente V de Cramer = 0,176). Esta diferencia significativa nos indica que, en este caso, el género influye en el razonamiento estadístico de los encuestados.

### Comparativa por edad

A continuación, se va a analizar si la edad es un factor que afecta el razonamiento estadístico del encuestado, teniendo en cuenta que las edades oscilan entre 14 y 17 años. Revisando la información dada en la tabla 4.22, se observa que los estudiantes que tienen un mejor razonamiento en este ítem son los de 14 años con un porcentaje igual a 60,1%, mientras que los que tienen un menor razonamiento, son los de 16 años con un porcentaje de 52,5%.

En relación con los distractores, se observa que se dejan influenciar más por ellos, los estudiantes de 15 años con un 47,5% aunque no hay mucha diferencia con la edad de los estudiantes que menos se dejan afectar por los distractores, quienes son los de 14 años con un porcentaje de 38,3%.

Tabla 4.22. Comparativa de respuestas al ítem 4 según la edad del encuestado.

Opción seleccionada	Frecuencia				Porcentaje (%)			
	14	15	16	17	14	15	16	17
A (CC2)	45	34	26	12	33,8	24,1	38,8	28,6
B (CC2)	35	40	12	12	26,3	28,4	17,9	28,6
C	14	26	16	6	10,5	18,4	23,9	14,3
D	37	41	12	11	27,8	29,1	17,9	26,2
NS/NC	2	0	1	1	1,6	0	1,5	2,4
Total	133	141	67	42	100	100	100	100

Fuente: Elaboración propia

Estas diferencias muestrales no se traducen a la población en tanto que la prueba de independencia Chi-cuadrado entre la edad y las respuestas dadas al ítem 1 no encuentra diferencias significativas ( $p$ -valor = 0,197). Esto se traduce, en un tamaño de efecto reducido de la edad sobre las respuestas dadas ( $V$  de Cramer = 0,118),

### Comparativa por jornada

Al comparar las respuestas dadas por los estudiantes de las instituciones con jornada única y con jornada mañana, se encuentra que tienen un mayor razonamiento estadístico los correspondientes a la jornada mañana, con una diferencia porcentual de 6,6%. De igual manera son los que menos afectación tienen por los distractores con una frecuencia porcentual de 40,3% frente a un 44,7% de las instituciones con jornada única. La tabla 4.23 muestra los resultados obtenidos.

Tabla 4.23. Comparativa de respuestas al ítem 4 según el tipo de jornada implantada por el centro del encuestado.

Opción seleccionada	Frecuencia		Porcentaje (%)	
	Mañana	Única	Mañana	Única
A (CC2)	67	50	36,4	25,1
B (CC2)	43	56	23,4	28,1
C	29	33	15,8	16,6
D	45	56	24,5	28,1
NS/NC	0	4	0	2
Total	184	199	100	100

Fuente: Elaboración propia

A nivel poblacional, al aplicar el contraste Chi-cuadrado de Pearson, no se observan diferencias significativas ( $p$ -valor = 0,181) por lo que estas pequeñas diferencias observadas a nivel muestral no son extrapolables a la población ( $V$  de Cramer = 0,128).

### Comparativa por institución

A continuación, se comparará los resultados de acuerdo con la institución educativa donde el estudiante se encuentra terminando su educación básica. En la tabla 4.24 se muestran los resultados de frecuencia y porcentaje obtenidos de las respuestas a este ítem. En este caso, los estudiantes de la institución educativa 2, son los que presentan

un mejor razonamiento estadístico, con un 65,1%, mientras que los de la institución 4, son los que menor razonamiento correcto tienen con un 48,3%. Además, los estudiantes de la institución educativa 4, se dejan afectar más por los distractores, con un 51,6%.

Tabla 4.24. Comparativa de respuestas al ítem 4 según la institución donde el encuestado desarrolla su formación.

Opción seleccionada	Frecuencia					Porcentaje (%)				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
A (CC2)	26	39	22	17	13	27,4	45,3	23,4	28,3	27,1
B (CC2)	23	17	33	12	14	24,2	19,8	35,1	20	29,2
C	20	12	9	14	7	21,1	14	9,6	23,3	14,6
D	24	18	28	17	14	25,3	20,9	29,8	28,3	29,2
NS/NC	2	0	2	0	0	2,2	0	2,1	0	0
Total	95	86	94	60	48	100	100	100	100	100

Fuente: Elaboración propia

Estas diferencias no son extrapolables a nivel poblacional ya que la prueba de independencia muestra diferencias significativas en las respuestas según la institución ( $p$ -valor = 0,077), con un tamaño de efecto de la institución débil ( $V$  de Cramer = 0,127).

### **Comparativa por modalidad de estadística (separada o no del resto de las matemáticas)**

Finalmente, se va a comparar los resultados de las instituciones que tienen la estadística separada de las matemáticas con respecto a las que no la tienen. Los resultados se muestran en la tabla 4.25, donde se observa que el 60,6% de los encuestados pertenecientes a instituciones con la estadística separada, tienen un mejor razonamiento estadístico que aquellos que pertenecen a instituciones que no la tienen separada (50,3%). También se observa que los estudiantes de las instituciones con la estadística separada se dejan confundir menos por los distractores con un 38,6% con respecto al 48,4% donde no se tiene separada la estadística.

Tabla 4.25. Comparativa de respuestas al ítem 4 según la modalidad en la que se imparte la estadística.

Opción seleccionada	Frecuencia		Porcentaje (%)	
	No separada	Separada	No separada	Separada
A (CC2)	43	74	27,7	32,5
B (CC2)	35	64	22,6	28,1
C	34	28	21,9	12,3
D	41	60	26,5	26,3
NS/NC	2	2	1,2	0,9
Total	155	228	100	100

Fuente: Elaboración propia

Al realizar el análisis inferencial, se tiene que la diferencia en la forma de orientar la estadística no es significativa a nivel poblacional ( $p$ -valor = 0,074), con un tamaño de efecto débil ( $V$  de Cramer = 0,150).

**Ítem 5.** Se está probando un nuevo medicamento para determinar su efectividad en el tratamiento del eccema, una condición inflamatoria de la piel. Treinta pacientes con eccema fueron seleccionados para participar en el estudio. Los pacientes fueron divididos aleatoriamente en dos grupos. Veinte pacientes en un grupo experimental recibieron la medicación, mientras que diez pacientes en un grupo de control no recibieron medicación. Los resultados después de dos meses se muestran a continuación:

Tabla 4.26. Datos relacionados con la pregunta 5

	<b>Grupo experimental (tratamiento)</b>	<b>Grupo de control (sin tratamiento)</b>
Mejora	8	2
Sin mejora	12	8

Fuente: Cuestionario SRA. Garfield (2003)

Basándome en los datos, pienso que la medicación fue:

1. Algo efectiva
2. Básicamente inefectiva

Tabla 4.27. Datos relacionados con la pregunta 5.

<u>Si elegiste la opción 1</u> , selecciona de entre las siguientes la explicación que mejor describe tu razonamiento:	<u>Si elegiste la opción 2</u> , selecciona de entre las siguientes la explicación que mejor describe tu razonamiento:
a. Un 40% de las personas (8/20) en el grupo experimental mejoraron.	__a. En el grupo de control, 2 personas mejoraron incluso sin tratamiento.
b. 8 personas mejoraron en el grupo experimental mientras que sólo 2 mejoraron en el grupo de control.	__b. En el grupo experimental, hubo más gente que no mejoró que gente que mejoró (12 vs 8)
c. En el grupo experimental, el número de personas que mejoraron es solamente 4 menos que el número que no mejoró (12-8), mientras que en el grupo de control la diferencia es 6 (8-2).	__c. La diferencia entre los números que mejoraron y los que no mejoraron es aproximadamente la misma en ambos grupos (4 vs 6)

d. Un 40% de los pacientes en el grupo \_\_d. En el grupo experimental, experimental mejoraron (8/20), mientras solamente un 40% de los pacientes que solamente un 20% mejoraron en el mejoraron (8/20) grupo de control (2/10).

**CC7: Interpreta correctamente las tablas de doble entrada**

Fuente: Cuestionario SRA. Garfield (2003)

Con esta pregunta, se pretende evaluar la correcta interpretación de tablas de doble entrada, donde se tienen dos opciones de respuesta, cada una con los literales a, b, c y d, donde la opción que muestra el razonamiento correcto es la 1d (CC7). Las otras 7 opciones de respuesta son distractores, pero no son indicadores de un razonamiento correcto ni de errores conceptuales. En la tabla 4.28 se presenta un resumen de las respuestas dadas a esta pregunta por los 383 estudiantes encuestados.

Tabla 4.28. Respuestas dadas por el alumnado al ítem 5

Opción seleccionada	Frecuencia	Porcentaje (%)
1A	17	4,4
1B	25	6,5
1C	28	7,3
1D (CC7)	73	19,1
2A	23	6
2B	55	14,4
2C	32	8,4
2D	27	7
NS/NC	103	26,8
Total	383	100

Fuente: Elaboración propia

Como se puede observar en la tabla 4.28, hay un porcentaje alto (26,8%) de estudiantes que no saben o no contestaron la pregunta. En cuanto al razonamiento correcto, solamente el 19,1% de los encuestados, optan por la opción 1d, lo que nos indica

que solo este porcentaje, el cual equivale a 73 de los 383 estudiantes, interpretan correctamente una relación entre dos variables, analizando una tabla de doble entrada.

En el contexto de la educación colombiana, la cual tiene establecidos estándares de competencias por el MEN, para las áreas obligatorias de las que habla el Art. 23 de la Ley General de la Educación (Ley 115, 1994), para el caso de estadística se encuentran incluidos en el área de matemáticas como pensamiento aleatorio y procesamiento de datos. La interpretación de tablas de doble entrada se tiene en los estándares:

Al finalizar el grado quinto, interpreto información presentada en tablas y gráficas. (Pictogramas, gráficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares). (Ministerio de Educación Nacional, 2006).

Observando los resultados presentados en la tabla 4.28, se encuentra que solo el 19,1% de los 383 estudiantes encuestados han alcanzado las competencias establecidas en el estándar mencionado anteriormente.

Con respecto a los DBA de matemáticas, el estudiante al finalizar el grado cuarto debe evidenciar que

Recopila y organiza datos en tablas de doble entrada y los representa en gráficos de barras agrupadas o gráficos de líneas, para dar respuesta a una pregunta planteada. Interpreta la información y comunica sus conclusiones. (Ministerio de Educación Nacional, 2006).

Para el DBA anterior se tiene como evidencia de aprendizaje

Lee e interpreta los datos representados en tablas de doble entrada, gráficos de barras agrupados, gráficos de línea o pictogramas con escala. (Ministerio de Educación Nacional, 2006).

### **Comparativa por género**

Ahora se analizará si el género de la persona encuestada influye en las respuestas dadas a esta pregunta y, por tanto, al razonamiento que éstos tienen sobre la correcta interpretación de tablas de doble entrada, para lo cual se tendrá en cuenta los datos presentados en la tabla 4.29.

Tabla 4.29. Comparativa de respuestas al ítem 5 según el género del encuestado

Opción seleccionada	Frecuencia		Porcentaje (%)	
	Niñas	Niños	Niñas	Niños
1A	5	12	2,7	6
1B	11	14	6	7
1C	14	14	7,6	7
1D (CC7)	35	38	19	19,1
2A	14	9	7,6	4,5
2B	29	26	15,8	13,1
2C	11	21	6	10,6
2D	16	11	8,7	5,5
NS/NC	49	54	26,6	27,1
Total	184	199	100	100

Fuente: Elaboración propia

A nivel descriptivo, no se observa diferencia entre el razonamiento de niñas (19%) con respecto al de los niños (19,1%), lo cual muestra el escaso conocimiento que tienen los encuestados para interpretar la relación entre dos variables. Llama la atención el porcentaje (27,1%) de estudiantes que dejaron de dar respuesta a esta pregunta y los que se dejaron confundir por los distractores (53,8%).

Al realizar el análisis a nivel inferencial, mediante el contraste de independencia Chi-cuadrado de Pearson, estas diferencias no son significativas ( $p$ -valor = 0,305) con un tamaño de efecto débil del género en la interpretación correcta de tablas de doble entrada (coeficiente V de Cramer = 0,172).

### Comparativa por edad

A continuación, se analizará si la edad del encuestado tiene influencia en el razonamiento que realiza para la interpretación correcta de tablas de doble entrada, donde se tiene en cuenta las respuestas dadas a este ítem, presentados en la tabla 4.30.

Tabla 4.30. Comparativa de respuestas al ítem 5 según la edad del encuestado.

Opción seleccionada	Frecuencia				Porcentaje (%)			
	14	15	16	17	14	15	16	17
1A	7	3	5	2	5,3	2,1	7,5	4,8
1B	9	5	5	6	6,8	3,5	7,5	14,3
1C	5	17	3	3	3,8	12,1	4,5	7,1
1D (CC7)	33	28	8	4	24,8	19,9	11,9	9,5
2A	10	9	3	1	7,5	6,4	4,5	2,4
2B	20	17	15	3	15	12,1	22,4	7,1
2C	10	13	4	5	7,5	9,2	6	11,9
2D	11	12	1	3	8,3	8,5	1,5	7,1
NS/NC	28	37	23	15	21,1	26,2	34,3	35,7
Total	133	141	67	42	100	100	100	100

Fuente: Elaboración propia

Según los resultados de la tabla 4.30, se puede decir que los estudiantes de 14 años son los que presentan el mayor porcentaje (24,8%) de razonamiento correcto (CC7), mientras que los de 17 años tienen el porcentaje más bajo (9,5%). Vuelve y llama la atención el alto porcentaje (35,7%) de estudiantes de 17 años que dejaron de dar respuesta a este ítem y aunque el porcentaje más bajo corresponde a los estudiantes de 14 años, (21,1%), es un valor significativo. Los estudiantes que más se dejaron confundir por los distractores fueron los de 17 años con un 54,8%, aunque no existe diferencia con respecto al menor valor (53,8%) que corresponde a estudiantes de 16 años.

A nivel inferencial, estas diferencias muestrales son extrapolables a la población al aplicar la prueba de independencia Chi-cuadrado entre la edad y las respuestas dadas al ítem 5, se encuentran diferencias significativas ( $p$ -valor = 0,030), lo cual se traduce, en un tamaño de efecto moderado de la edad sobre las respuestas dadas ( $V$  de Cramer = 0,203)

### Comparativa por jornada

Para saber si el tipo de jornada implementada (única o mañana) en cada una de las instituciones educativas encuestadas afecta el razonamiento correcto relacionado con la

interpretación de tablas de doble entrada, se tendrá en cuenta la tabla 4.31., donde se muestran las respuestas dadas a la pregunta 5.

Tabla 4.31. Comparativa de respuestas al ítem 5 según el tipo de jornada implantada por el centro del encuestado

<b>Opción seleccionada</b>	<b>Frecuencia</b>		<b>Porcentaje (%)</b>	
	<b>Mañana</b>	<b>Única</b>	<b>Mañana</b>	<b>Única</b>
1A	6	11	3,3	5,5
1B	12	13	6,5	6,5
1C	13	15	7,1	7,5
1D (CC7)	48	25	26,1	12,6
2A	15	8	8,2	4
2B	28	23	15,2	13,6
2C	13	19	7,1	9,5
2D	8	19	4,3	9,5
NS/NC	41	62	22,3	31,2
Total	184	199	100	100

Fuente: Elaboración propia

En la tabla 4.31 se observa que la diferencia porcentual en las respuestas dadas al ítem 5 por parte de los estudiantes de instituciones con jornada mañana y jornada única, es de 13,5%, donde los estudiantes de jornada mañana tienen un razonamiento más alto (26,1%) que los estudiantes correspondientes a jornada única (12,6%). Vuelve a ser notorio el porcentaje (31,2%) de los estudiantes de jornada única que no contestan la pregunta 5, frente al 22,3% de estudiantes de jornada mañana. También se observa un alto porcentaje de ambos tipos de jornada que se dejan confundir por los distractores, siendo el 56,2% para los estudiantes de jornada única y 51,6% los de jornada mañana.

A nivel poblacional, al aplicar el contraste Chi-cuadrado de Pearson, se observan diferencias significativas ( $p$ -valor = 0,021) por lo que estas pequeñas diferencias observadas a nivel muestral son extrapolables a la población, con un tamaño de efecto moderado del tipo de jornada sobre la pregunta 5 ( $V$  de Cramer = 0,243).

### **Comparativa por institución**

Para analizar el efecto que tiene la institución donde los estudiantes encuestados realizan sus estudios de grado noveno, se va a comparar las respuestas dadas por los encuestados y presentadas en la tabla 4.32 con las respectivas frecuencias y porcentajes. Como se ha mencionado previamente, se analizaron 5 instituciones públicas de la región del Tolima identificadas numéricamente como se indicó en el ítem 1

Tabla 4.32. Comparativa de respuestas al ítem 5 según la institución donde el encuestado desarrolla su formación

<b>Opción seleccionada</b>	<b>Frecuencia</b>					<b>Porcentaje (%)</b>				
	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
1A	4	3	4	4	2	4,2	3,5	4,3	6,7	4,2
1B	4	7	5	5	4	4,2	8,1	5,3	8,3	8,3
1C	6	6	7	6	3	6,3	7	7,4	10	6,3
1D (CC7)	16	27	15	5	10	16,8	31,4	16	8,3	20,8
2A	6	6	5	1	5	6,3	7	5,3	1,7	10,4
2B	17	11	14	8	5	17,9	12,8	14,9	13,3	10,4
2C	4	8	6	9	5	4,2	9,3	6,4	15	10,4
2D	5	4	10	6	2	5,3	4,7	10,6	10	4,2
NS/NC	33	14	28	16	12	34,7	16,3	29,8	26,7	25
Total	95	86	94	60	48	100	100	100	100	100

Fuente: Elaboración propia

En este caso, la institución educativa que muestra un mejor razonamiento estadístico es la institución 2 (31,4%) y el más bajo, es la institución 4 (8,3%). Se vuelve a presentar la situación de porcentajes altos correspondientes a estudiantes que no contestaron la pregunta. En este caso, la institución educativa 1 presenta el mayor porcentaje (34,7%) mientras que la institución 2, el más bajo porcentaje (16,3%). Además, se puede decir que un porcentaje alto de los estudiantes de las 5 instituciones educativas encuestadas, se dejan confundir por los distractores, teniendo que la institución 4 es la que tiene un mayor porcentaje (65%) con respecto a la institución 1, que tiene el porcentaje más bajo (48,5%).

Estas diferencias no son extrapolables a nivel poblacional ya que la prueba de independencia no muestra diferencias significativas en las respuestas según la institución ( $p$ -valor = 0,497), con un tamaño de efecto de la institución débil ( $V$  de Cramer = 0,156).

### Comparativa por modalidad de estadística (separada o no del resto de las matemáticas)

Para finalizar el análisis de la pregunta 5, se revisará el efecto que tiene la forma en que las instituciones encuestadas orientan la estadística, de acuerdo con su plan de estudio, sobre el razonamiento correcto para interpretar la relación entre dos variables. Para este fin, se tendrán en cuenta los resultados presentados en la tabla 4.33.

Tabla 4.33. Comparativa de respuestas al ítem 5 según la modalidad en la que se imparte la estadística.

Opción seleccionada	Frecuencia		Porcentaje (%)	
	No separada	Separada	No separada	Separada
1A	8	9	5,2	3,9
1B	9	16	5,8	7
1C	12	16	7,7	7
1D (CC7)	21	52	13,5	22,8
2A	7	16	4,5	7
2B	25	30	16,1	13,2
2C	13	19	8,4	8,3
2D	11	16	7,1	7
NS/NC	49	54	31,6	23,7
Total	155	228	100	100

Fuente: Elaboración propia

En los resultados mostrados en la tabla 4.33, se observa que tienen un mejor razonamiento estadístico los estudiantes que pertenecen a las instituciones educativas donde la estadística está separada de la matemática, con un 22,8%, mientras que las instituciones que no tienen separada la estadística de la matemática tienen un 13,5%. También se observa que los estudiantes de las instituciones donde la estadística no está separada de las matemáticas tienen un porcentaje mayor de no dar respuesta a la pregunta (31,6%), que los de instituciones donde sí está separada (23,7%). Con relación a los estudiantes que se dejan confundir por los distractores, se encuentra que los de instituciones educativas que no tienen separada la estadística tienen el porcentaje más alto

(54,9%), mientras que los de instituciones que la tienen separada, el porcentaje es menor (53,5%), siendo estos porcentajes altos.

El análisis inferencial muestra que, a nivel poblacional, al aplicar el contraste Chi-cuadrado de Pearson, no se observan diferencias significativas ( $p$ -valor = 0,587) por lo que estas pequeñas diferencias observadas a nivel muestral no son extrapolables a la población, con un tamaño de efecto débil de la forma de orientar la estadística sobre la pregunta 5 ( $V$  de Cramer = 0,141).

**Ítem 6.** En la lista mostrada a continuación se recogen varias posibles razones por las que uno podría cuestionar los resultados del experimento descrito anteriormente. Coloca una X en todas las razones con las que estás de acuerdo.

- a. No es legítimo comparar los dos grupos porque hay diferente número de pacientes en cada grupo.

**MC8: Los grupos solo se pueden comparar si son del mismo tamaño**

- b. La muestra de 30 es demasiado pequeña para poder extraer conclusiones

**CC8: Comprende la importancia de las muestras grandes**

- c. Los pacientes no deberían haber sido distribuidos aleatoriamente en grupos, ya que los casos más severos podrían haber acabado en un mismo grupo por casualidad.
- d. No tengo la suficiente información acerca de cómo los doctores decidieron si los pacientes habían mejorado o no. Los doctores podrían haber introducido un sesgo en sus valoraciones.
- e. No estoy de acuerdo con ninguna de estas afirmaciones.

Este ítem hace referencia al enunciado del ítem 5 que dice lo siguiente:

Se está probando un nuevo medicamento para determinar su eficacia en el tratamiento del eccema, una afección inflamatoria de la piel. Se seleccionaron treinta pacientes con eccema para participar en el estudio. Los pacientes fueron divididos aleatoriamente en dos grupos. Veinte pacientes de un grupo experimental recibieron el medicamento, mientras que diez pacientes de un grupo de control no recibieron ningún medicamento. Los resultados después de dos meses se muestran a continuación.

Tabla 4.34. Experimento propuesto en el ítem 5

	<b>Grupo experimental</b>	<b>Grupo control</b>
Mejora	8	2
No mejora	12	8

Fuente: Elaboración propia

El enunciado del ítem 6 dice lo siguiente:

A continuación, se enumeran varias posibles razones por las que uno podría cuestionar los resultados del experimento descrito anteriormente. Marque cada motivo con el que esté de acuerdo.

- a. No es legítimo comparar los dos grupos porque hay diferentes números de pacientes en cada grupo.

**MC8. Sólo pueden compararse grupos del mismo tamaño.**

- b. La muestra de 30 es demasiado pequeña para permitir sacar conclusiones.

**CC8. Entiende la importancia de muestras grandes.**

- c. Los pacientes no deberían haber sido agrupados aleatoriamente, porque los casos más graves pueden haber acabado por casualidad en uno de los grupos.
- d. No me dan suficiente información sobre cómo los médicos decidían si los pacientes mejoraban o no. Es posible que los médicos hayan sido parciales en sus juicios.
- e. No estoy de acuerdo con ninguna de estas afirmaciones.

En este caso, se permitía la posibilidad de marcar más de una opción correcta. Como se puede observar, la opción a evalúa el error de concepto en el que el estudiante considera comparables únicamente grupos del mismo tamaño. La opción c, por el contrario, evalúa un razonamiento estadístico correcto, por el que el estudiante considera la necesidad de utilizar muestras grandes en los estudios. El resto de las opciones dadas involucran conceptos importantes en el diseño del experimento que se escapan de los objetivos de esta prueba.

Con estas condiciones, sólo 4 estudiantes evitaron contestar al ítem, 243 marcaron una única opción de respuesta, 106 marcaron dos opciones correctas, 21 consideraron ciertas tres respuestas correctas y sólo 9 decidieron que eran correctas cuatro de las cinco opciones dadas. Este último es el número de respuestas correctas máximo que se pueden dar de manera lógica ya que la opción e implica no estar de acuerdo con las anteriores.

En la Tabla 4.35 se muestra el resumen de respuestas encontradas a este ítem tanto en relación con el total de respuestas dadas (558) como al total de encuestados (383). Por tanto, el número medio de respuestas dadas es 1,456.

Tabla 4.35. Respuestas dadas por el alumnado al ítem 6. Respuesta múltiple.

Opción seleccionada	Frecuencia	Porcentaje sobre el total de respuestas (%)	Porcentaje sobre el total de encuestados
A (MC8)	127	22,8	33,2
B (CC8)	63	11,3	16,4
C	170	30,5	44,4

D	120	21,5	31,3
E	74	13,2	19,3
NS/NC	4	0,7	1,0
Total	558	100	145,6

Fuente: Elaboración propia

La respuesta más frecuentemente dada es la c que hace referencia a no aleatorizar la muestra debido a las posibles diferencias en la gravedad de la enfermedad, que no ha sido evaluada en este trabajo. La siguiente opción más frecuente es la correspondiente al error MC8 ya que casi un tercio de los encuestados la han escogido como cierta. Por el contrario, la opción menos escogida por parte de los estudiantes es la b, que implica razonar correctamente sobre la importancia de trabajar con muestras suficientemente grandes. Sólo el 16,4% de los estudiantes la han seleccionado. Por tanto, este ítem vuelve a revelar un bajo resultado en el nivel de razonamiento estadístico de los estudiantes de noveno grado.

La educación colombiana, desde el 2006 cuenta con unos estándares de competencias publicados por el MEN para diferentes áreas, entre ellas matemáticas. Al hacer la revisión de los estándares correspondientes al tipo de razonamiento que evalúa la pregunta 6, se encontró los siguientes:

Al finalizar el grado noveno, Resuelvo y formulo problemas seleccionando información relevante en conjuntos de datos provenientes de fuentes diversas. (Prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas) (Ministerio de Educación Nacional, 2006).

Al finalizar el grado noveno, Reconozco tendencias que se presentan en conjuntos de variables relacionadas (Ministerio de Educación Nacional, 2006).

En el año 2016 el MEN publicó la segunda versión de los derechos básicos de aprendizaje (DBA), que para el caso de los anteriores estándares se tiene el siguiente con sus respectivas evidencias de aprendizaje:

“Propone un diseño estadístico adecuado para resolver una pregunta que indaga por la comparación sobre las distribuciones de dos grupos de datos, para lo cual usa comprensivamente diagramas de caja, medidas de tendencia central, de variación y de localización”.

Evidencias de aprendizaje:

- ✓ “Define el método para recolectar los datos (encuestas, observación o experimento simple) e identifica la población y el tamaño de la muestra del estudio”.
- ✓ “Elabora conclusiones para responder el problema planteado”.

### Comparativa por género

A continuación, se analizarán las respuestas dadas a este ítem en función del género de la persona encuestada. Los valores dados en la Tabla 4.36 se corresponden a los calculados sobre el total de encuestados, es decir, 184 niñas y 199 niños, por lo que la suma de los porcentajes es mayor de 100.

Tabla 4.36. Comparativa de respuestas al ítem 6 según el género del encuestado.

Opción seleccionada	Frecuencia		Porcentaje (%)	
	Niñas	Niños	Niñas	Niños
A (MC8)	59	68	32,1	34,2
B (CC8)	30	33	16,3	16,6
C	82	88	44,6	44,2
D	53	67	28,8	33,7
E	34	40	18,5	20,1
NS/NC	2	2	1,1	1,0
Total	260	298	141,3	149,7

Fuente: Elaboración propia

Como se puede observar, los chicos marcaron, en promedio, un mayor número de opciones que las chicas, con casi 1,5 opciones marcadas por cada chico. Respecto a las opciones elegidas, aunque existen más diferencias en otras opciones, en las que se centran el presente estudio, las respuestas a y b presentan porcentajes de respuesta muy similares. Por tanto, no se intuye, a nivel descriptivo, diferencias en el porcentaje de chicos y chicas que cometen el error conceptual 8 y razonan correctamente.

A nivel inferencial, este resultado se confirma a través de la prueba de independencia Chi-cuadrado de Pearson, que devuelve un p-valor igual a 0,991. Esto indica que la respuesta dada a este ítem no está influenciada por el género del encuestado. Por tanto, el coeficiente V de Cramer indica un tamaño de efecto muy reducido, 0,031.

### Comparativa por edad

Otro factor que puede influir en las respuestas dadas al ítem 6 es la edad del encuestado. La Tabla 4.37 muestra estos resultados a modo descriptivo para la muestra de 383 estudiantes de noveno grado. Los estudiantes más jóvenes son los que han seleccionado un mayor número de opciones como respuesta correcta, con una tasa de aproximadamente 1,48 opciones escogidas por persona. Además, en este caso, las diferencias observadas son mayores que en el factor género. La proporción de estudiantes que han realizado el razonamiento correcto es superior entre los que tienen 16 años, con un 22,4% mientras que el resto se sitúa en valores próximos al 15%. Por otro lado, es también este grupo, el que presenta un menor porcentaje de respuestas en las que se comete el error conceptual relativo a la comparación de muestras de distinto tamaño, con un 23,9%; frente a valores muy superiores para los estudiantes de 14 y 15 años. Es, pues, el grupo de estudiantes de 16 años el que presenta unos mejores resultados en el ítem 6.

Tabla 4.37. Comparativa de respuestas al ítem 6 según la edad del encuestado. Respuesta múltiple.

Opción seleccionada	Frecuencia				Porcentaje (%)			
	14	15	16	17	14	15	16	17
A (MC8)	46	54	16	11	34,6	38,6	23,9	26,2
B (CC8)	19	23	15	6	14,3	16,4	22,4	14,3
C	63	61	29	17	47,4	43,6	43,3	40,5
D	37	47	21	15	27,8	33,6	31,3	35,7
E	30	22	13	9	22,6	15,7	19,4	21,4
NS/NC	1	1	1	1	0,8	0,7	1,5	2,4
Total	196	208	95	59	147,4	148,6	141,8	140,5

Fuente: Elaboración propia

Veamos si este comportamiento, se puede generalizar a nivel poblacional. Para ello, se ha aplicado la prueba de independencia, que revela que, aunque estas diferencias parezcan elevadas a nivel muestral, no son generalizables a nivel poblacional ( $p$ -valor = 0,835), con un tamaño de efecto muy bajo,  $V = 0,076$ .

### Comparativa por jornada

El número de horas que los estudiantes pasan en el centro educativo y, por tanto, la jornada que se desarrolla en el colegio es otro factor que, como hemos visto, puede influir en las respuestas. Veamos en primer lugar, los resultados a nivel muestral, recogidos en la Tabla 4.38.

Tabla 4.38. Comparativa de respuestas al ítem 6 según el tipo de jornada implantada por el centro del encuestado. Respuesta múltiple.

Opción seleccionada	Frecuencia		Porcentaje (%)	
	Mañana	Única	Mañana	Única
A (MC8)	68	59	37,0	29,6
B (CC8)	43	20	23,4	10,1
C	77	93	41,8	46,7
D	64	56	34,8	28,1
E	36	38	19,6	19,1
NS/NC	2	2	1,1	1,0
Total	290	268	157,6	134,7

Fuente: Elaboración propia

Se observa a simple vista elevadas diferencias entre los dos grupos. La tasa de opciones elegidas es superior entre los estudiantes de jornada de mañana y también son éstos los que más han respondido con las opciones a y b, correspondientes al error MC8 y al razonamiento CC8 respectivamente. De hecho, el porcentaje de personas que ha razonado correctamente entre los que realizan sus estudios en centros con jornada de mañana es más del doble que los que estudian en centros que han adoptado la jornada única.

A nivel poblacional ( $p = 0,068$ ) y tomando como referencia un nivel de significación del 5%, podemos afirmar que estas diferencias no son significativas. No obstante, este resultado es más ajustado y podríamos afirmar la existencia de relación entre las respuestas dadas y la jornada si tomáramos un nivel de significación del 10%. No obstante, el tamaño del efecto es reducido, con un valor  $V = 0,136$ .

### Comparativa por institución

Po último, analizaremos las respuestas a este ítem en función de la institución en la que los estudiantes desarrollan su docencia. Los resultados se muestran en la Tabla 4.39. Los estudiantes de Niño Jesús de Praga son los que más opciones de respuesta han marcado, con más de 1,75 de media por persona. Por el contrario, los que menos opciones marcaron fueron los de José Joaquín Flórez Hernández y Joaquín París.

Tabla 4.39. Comparativa de respuestas al ítem 6 según la institución donde el encuestado desarrolla su formación. Respuesta múltiple.

Opción seleccionada	Frecuencia					Porcentaje (%)				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
A (MC8)	24	34	40	9	20	25,3	39,5	42,6	15,0	41,7
B (CC8)	13	22	10	5	13	13,7	25,6	10,6	8,3	27,1
C	38	42	43	31	16	40,0	48,8	45,7	51,7	33,3
D	23	33	32	16	16	24,2	38,4	34,0	26,7	33,3
E	17	20	13	14	10	17,9	23,3	13,8	23,3	20,8
NS/NC	1	0	2	0	1	1,1	0,0	2,1	0,0	2,1
Total	116	151	140	75	76	122,1	175,6	148,9	125,0	158,3

Fuente: Elaboración propia

Aunque, nuevamente se observan grandes diferencias en las respuestas, con 15% de errores de concepto en el Joaquín París frente al 42,6% del centro Manuel Murillo Toro; y del 27,1% de razonamientos correctos del centro Sagrada Familia frente al 8,3% del Joaquín París, estas diferencias, una vez más, no pueden extrapolarse a la población objeto de estudio de esta investigación ( $p$ -valor = 0,157).

### Comparativa por modalidad de estadística (separada o no del resto de las matemáticas)

Por último, analizaremos las respuestas a este ítem en función de si la asignatura de estadística es independiente de la de matemáticas. Los resultados se muestran en la Tabla 4.40. Los estudiantes de los centros en los que la estadística se da de forma separada son los que más opciones de respuesta han marcado, con más de 1,6 de media por persona. Por el contrario, los que menos opciones marcaron, lo hicieron en una tasa de 1,2 por persona. Esto lleva a que los porcentajes de respuesta sean mayores en casi todas las

opciones dadas. No obstante, parece observarse un mayor porcentaje de acierto en el razonamiento de que la muestra considerada puede ser demasiado pequeña para el estudio planteado, entre aquellos que reciben su formación estadística de forma separada del resto de las disciplinas de las matemáticas.

Tabla 4.40. Comparativa de respuestas al ítem 6 según si se ha impartido la estadística separada o no. Respuesta múltiple.

Opción seleccionada	Frecuencia		Porcentaje (%)	
	No separada	Separada	No separada	Separada
A (MC8)	33	94	21,3	41,2
B (CC8)	18	45	11,6	19,7
C	69	101	44,5	44,3
D	39	81	25,2	35,5
E	31	43	20,0	18,9
NS/NC	1	3	0,6	1,3
Total	191	367	123,2	161,0

Fuente: Elaboración propia

Aunque, nuevamente las diferencias en las respuestas parecen ser claras, éstas no pueden extrapolarse a la población objeto de estudio de esta investigación con un nivel de significación del 5% ( $p$ -valor = 0,075,  $V$  de Cramer = 0,134). Sin embargo, en este caso, las diferencias si pueden considerarse significativas al comparar el  $p$ -valor obtenido con un nivel de significación del 10%. Por tanto, aunque de forma débil, parece que existe una relación entre este razonamiento estadístico y la forma en la que se aborda la estadística.

**Ítem 8.** Dos contenedores, etiquetados como A y B, están llenos de canicas rojas y azules en las siguientes cantidades:

Tabla 4.41. Datos relacionados con la pregunta 8.

Contenedor	Rojo	Azul
A	6	4
B	60	40

Fuente: Cuestionario SRA. Garfield (2003)

Cada contenedor se agita enérgicamente. Después de elegir uno de los contenedores, meterás la mano y, sin mirar, sacarás una canica. Si la canica es azul, ganas 50\$. ¿Qué contenedor te da la mayor probabilidad de sacar una canica azul?

- Contenedor A (con 6 rojas y 4 azules)
- Contenedor B (con 60 rojas y 40 azules)
- Misma probabilidad en ambos contenedores

**CC3a: Entiende la probabilidad como una razón**

En esta pregunta se evalúa el razonamiento probabilístico (CC3a), entendiendo la probabilidad como cociente y calculándola correctamente. En este caso, la opción c nos indica un razonamiento correcto, las opciones a y b son distractores que no evalúan errores conceptuales ni el razonamiento correcto, planteados por Garfield J. (2003). La tabla 4.42 muestra las respuestas dadas a esta pregunta, con sus respectivas frecuencias, en la cual se observa que el 46,5% de los estudiantes encuestados, presentan un razonamiento probabilístico correcto, mientras que el 52,5% se dejan confundir por los distractores a y b.

Tabla 4.42. Respuestas dadas por el alumnado al ítem 8.

Opción seleccionada	Frecuencia	Porcentaje (%)
A	73	19,1
B	128	33,4
C (CC3a)	178	46,5
NS/NC	4	1,1
Total	383	100

Fuente: Elaboración propia

Al revisar los estándares de competencias en matemáticas, establecidos por el MEN en Colombia, para la educación básica, se encontró dos estándares para esta pregunta, los cuales se mencionan a continuación:

Al finalizar el grado séptimo, conjeturo acerca del resultado de un experimento aleatorio usando proporcionalidad y nociones básicas de probabilidad (Ministerio de Educación Nacional, 2006).

Al finalizar el grado noveno, uso conceptos básicos de probabilidad (espacio muestral, evento, independencia, etc.) (Ministerio de Educación Nacional, 2006).

Para los anteriores estándares, se encontró el siguiente DBA, que corresponde al grado sexto incluido en el estándar para sexto y séptimo:

A partir de la información previamente obtenida en repeticiones de experimentos aleatorios sencillos, compara las frecuencias esperadas con las frecuencias observadas. (Ministerio de Educación Nacional, 2006).

Así mismo la evidencia de aprendizaje para el DBA correspondiente al grado noveno es:

Encuentra la probabilidad de eventos dados usando razón entre frecuencias. (Ministerio de Educación Nacional, 2006).

### Comparativa por género

Teniendo en cuenta la información suministrada en la tabla 4.43, se analizará si el género de la persona encuesta influye en las respuestas dadas a esta pregunta. Se observa un mayor porcentaje de niñas con un razonamiento correcto sobre el cálculo de la probabilidad como una razón, con el 48,9%, con respecto al 44,2% de los niños. También se observa un porcentaje mayor de niños que seleccionan las opciones a y b correspondientes a los distractores con un 58,4% frente a un 50% de las niñas.

Tabla 4.43. Comparativa de respuestas al ítem 8 según el género del encuestado.

Opción seleccionada	Frecuencia		Porcentaje (%)	
	Niñas	Niños	Niñas	Niños
A	32	41	17,4	20,6
B	60	68	32,6	34,2
C (CC3a)	90	88	48,9	44,2

NS/NC	2	2	1,1	1
Total	184	199	100	100

Fuente: Elaboración propia

Al realizar la comparación a nivel inferencial, se encuentra que estas diferencias no son significativas, utilizando la independencia Chi-cuadrado de Pearson (p-valor = 0,595), con un tamaño de efecto débil (coeficiente V de Cramer = 0,052). Se puede inferir que el género no influye en el razonamiento probabilístico correcto evaluado en esta pregunta.

### Comparativa por edad

A continuación, se analizará las respuestas dadas a esta pregunta, para saber si la edad del encuestado afecta el razonamiento probabilístico. Para este análisis se tendrá en cuenta la información presentada en la Tabla 4.44, donde se puede observar que los estudiantes de 16 años son los que tienen un razonamiento probabilístico más alto con un 52,2%, mientras que los de 17 años tienen un menor razonamiento en lo correspondiente al concepto de probabilidad como razón. En la misma tabla también se observa que los estudiantes de 17 años son los que se dejan confundir más fácilmente por los distractores con un 59,5%.

Tabla 4.44. Comparativa de respuestas al ítem 8 según la edad del encuestado

Opción seleccionada	Frecuencia				Porcentaje (%)			
	14	15	16	17	14	15	16	17
A	23	31	14	5	17,3	22	20,9	11,9
B	47	43	18	20	35,3	30,5	26,9	47,6
C (CC3a)	61	66	35	16	45,9	46,8	52,2	38,1
NS/NC	2	1	0	1	1,5	0,7	0	2,4
Total	133	141	67	42	100	100	100	100

Fuente: Elaboración propia

Estas diferencias muestrales no se pueden generalizar a toda la población, debido a que la prueba de independencia Chi-cuadrado entre la edad y las respuestas dadas al

ítem 8 no encuentra diferencias significativas ( $p$ -valor = 0,307), con un tamaño de efecto débil de la edad sobre las respuestas dadas ( $V$  de Cramer = 0,097).

### Comparativa por jornada

Para analizar si la jornada de la institución educativa donde los encuestados realizan sus estudios, influyen en el razonamiento correcto, se tendrá en cuenta los resultados presentados en la tabla 4.45. Aquí se observa que los estudiantes pertenecientes a la jornada mañana tienen un mejor razonamiento probabilístico (52,7%) frente al 40,7% correspondiente a los estudiantes de jornada única, los cuales se dejan influenciar más por los distractores a y b (58,3%).

Tabla 4.45. Comparativa de respuestas al ítem 8 según el tipo de jornada implantada por el centro del encuestado.

Opción seleccionada	Frecuencia		Porcentaje (%)	
	Mañana	Única	Mañana	Única
A	32	41	17,4	20,6
B	57	75	28,8	37,7
C (CC3a)	97	81	52,7	40,7
NS/NC	2	2	1,1	1
Total	184	199	100	100

Fuente: Elaboración propia

A nivel poblacional, al aplicar el contraste Chi-cuadrado de Pearson, no se observan diferencias significativas ( $p$ -valor = 0,307), por lo que estas pequeñas diferencias observadas a nivel muestral no son extrapolables a la población, con tamaño de efecto débil de la jornada sobre las respuestas dadas ( $V$  de Cramer = 0,097).

### Comparativa por institución

Ahora se realizará un análisis para saber si la institución educativa en la cual los encuestados realizan sus estudios de educación básica influye en el razonamiento correcto acerca del concepto de probabilidad como razón, teniendo en cuenta los resultados mostrados en la tabla 4.46. En esta tabla se observa que las instituciones educativas 2 y 5 presentan un razonamiento probabilístico correcto similar con 53,5% y 53,3% respectivamente, mientras que los estudiantes de la institución educativa 4 son los que

presentan un razonamiento probabilístico más bajo con un 36,7%, siendo los que más se dejan afectar por los distractores a y b con un 63.3% seguido de la institución educativa 1 con un 60%.

Tabla 4.46. Comparativa de respuestas al ítem 8 según la institución donde el encuestado desarrolla su formación

Opción seleccionada	Frecuencia					Porcentaje (%)				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
A	10	20	17	17	9	10,5	23,3	18,1	28,3	18,8
B	47	18	30	21	12	49,5	20,9	31,9	35	25
C (CC3a)	38	46	45	22	27	40	53,5	47,9	36,7	53,3
NS/NC	0	2	2	0	0	0	2,3	2,1	0	0
Total	95	86	94	60	48	100	100	100	100	100

Fuente: Elaboración propia

Estas diferencias son extrapolables a nivel poblacional ya que la prueba de independencia muestra diferencias significativas en las respuestas según la institución ( $p$ -valor = 0,003), con un tamaño de efecto de la institución débil ( $V$  de Cramer = 0,176).

#### **Comparativa por modalidad de estadística (separada o no del resto de las matemáticas)**

Finalmente, se tendrá en cuenta el análisis correspondiente a la modalidad en que las instituciones encuestadas orientan la estadística de acuerdo con su currículo. Los resultados de las respuestas correspondientes a esta pregunta se presentan en la Tabla 4.47, en ella se puede observar que el 51,8% de los estudiantes encuestados que presentan un razonamiento probabilístico correcto corresponde a las instituciones educativas donde la estadística se orienta separadas de las matemáticas, frente a un 38,7% de las instituciones donde no está separada la estadística.

Tabla 4.47. Comparativa de respuestas al ítem 8 según la modalidad en la que se imparte la estadística

Opción seleccionada	Frecuencia		Porcentaje (%)	
	No separada	Separada	No separada	Separada
A	27	46	17,4	20,2

B	68	60	43,9	26,3
C (CC3a)	60	118	38,7	51,8
NS/NC	0	4	0	1,8
Total	155	228	100	100

Fuente: Elaboración propia

Estas diferencias son extrapolables a nivel poblacional ya que la prueba de independencia muestra diferencias significativas en las respuestas según la institución ( $p$ -valor = 0,002), con un tamaño de efecto de la institución débil ( $V$  de Cramer = 0,179).

**Ítem 9.** ¿Cuál de las siguientes secuencias es el resultado más probable de lanzar una moneda equilibrada al aire 5 veces? [C=cara; Z=cruz]

a. C C C Z Z

**MC5: Concepto erróneo de representatividad**

b. Z C C Z C

**MC5: Concepto erróneo de representatividad**

c. Z C Z Z Z

d. C Z C Z C

**MC5: Concepto erróneo de representatividad**

e. Las cuatro secuencias son igualmente probables

**CC4: Entiende la independencia**

Esta pregunta evalúa la capacidad que tienen los estudiantes encuestados para comprender la independencia entre eventos o sucesos. En este caso la opción *e* indica un razonamiento correcto (CC4), mientras las opciones *a*, *b* y *d* muestran errores conceptuales de representatividad o del concepto de probabilidad (MC5); siendo la opción *c* un distractor que no brinda información sobre el razonamiento correcto o de errores conceptuales. Las respuestas dadas a esta pregunta se presentan en la tabla 4.48, donde se observa que el 37.6% de los estudiantes encuestados presentan un razonamiento correcto respecto a la independencia de eventos, mientras que el 43,1% tienen errores conceptuales de probabilidad; así mismo se puede ver que el 16,4% de los estudiantes se dejan influenciar por el distractor *c*.

Tabla 4.48. Respuestas dadas por el alumnado al ítem 9.

Opción seleccionada	Frecuencia	Porcentaje (%)
A (MC5)	33	8,6
B (MC5)	54	14,1
C	63	16,4
D (MC5)	78	20,4
E (CC4)	144	37,6
NS/NC	11	2,9
Total	383	100

Fuente: Elaboración propia

En el contexto de la educación colombiana, existen desde el 2006 los estándares de competencias para el área de matemáticas, en los cuales se incluyen los correspondientes a estadística. Para esta pregunta 9 se encontraron los siguientes dos estándares:

Al finalizar el grado séptimo, conjeturo acerca del resultado de un experimento aleatorio usando proporcionalidad y nociones básicas de probabilidad (Ministerio de Educación Nacional, 2006).

Al finalizar el grado noveno, uso conceptos básicos de probabilidad (espacio muestral, evento, independencia, etc.) (Ministerio de Educación Nacional, 2006).

Para los anteriores estándares, se encontró el siguiente DBA, que corresponde al grado sexto incluido en el estándar para sexto y séptimo:

A partir de la información previamente obtenida en repeticiones de experimentos aleatorios sencillos, compara las frecuencias esperadas con las frecuencias observadas. (Ministerio de Educación Nacional, 2006).

Así mismo la evidencia de aprendizaje para el DBA correspondiente al grado noveno es:

Encuentra la probabilidad de eventos dados usando razón entre frecuencias (Ministerio de Educación Nacional, 2006).

### **Comparativa por género**

En la información suministrada por los encuestados se encuentra el género, por tanto, las respuestas dadas a la pregunta 9, se presentan clasificadas por género en la tabla 4.49 a continuación se analizará si el género del encuestado influye en el razonamiento probabilístico correcto, con respecto a la independencia entre eventos.

En la tabla se observa que la diferencia entre el razonamiento correcto de las niñas con respecto al de los niños, es mínima (1,9%), donde se tiene un 38,6% de niñas que razonan correctamente, frente a un 36,7% de los niños. Con respecto a los errores conceptuales en probabilidad, se encuentra que los niños tienen más errores conceptuales con un 46,2% en relación con las niñas, las cuales tienen un 39,7% de errores conceptuales. También se observa que las niñas tienen una mayor influencia del distractor con un 20,1%.

Tabla 4.49. Comparativa de respuestas al ítem 9 según el género del encuestado

Opción seleccionada	Frecuencia		Porcentaje (%)	
	Niñas	Niños	Niñas	Niños
A (MC5)	14	19	7,6	9,5
B (MC5)	27	27	14,7	13,6
C	37	26	20,1	13,1
D (MC5)	32	46	17,4	23,1
E (CC4)	71	73	38,6	36,7
NS/NC	3	8	1,6	4
Total	184	199	100	100

Fuente: Elaboración propia

Al realizar la comparación a nivel inferencial, mediante el contraste de independencia Chi-cuadrado de Pearson, estas diferencias no son significativas ( $p$ -valor = 0,292) y, por tanto, el tamaño de efecto débil (coeficiente  $V$  de Cramer = 0,115).

### Comparativa por edad

Ahora se establecerá si la edad influye en el razonamiento probabilístico de los encuestados. Para ello se observarán los datos presentados en la tabla 4.50 en donde se tiene que los estudiantes de 14 años son los que presentan un razonamiento correcto más alto con 39,8%, mientras que los de 16 años son los que tienen un menor razonamiento con 34,3%; a pesar la diferencia entre el razonamiento de estas dos edades no es muy alta. Al realizar el análisis sobre los errores conceptuales presentados por los encuestados, en la tabla se observa que los de 17 años presentan más errores conceptuales (47,5%), mientras que los de 16 y 15 años presentan menores errores con un 40,4% y 40,5% respectivamente; de igual manera se encuentra que los estudiantes de 16 años se dejan confundir más por el distractor  $c$  (23,9%).

Tabla 4.50. Comparativa de respuestas al ítem 9 según la edad del encuestado.

Opción seleccionada	Frecuencia				Porcentaje (%)			
	14	15	16	17	14	15	16	17
A (MC5)	16	8	6	3	12	5,7	9	7,1

<b>Opción seleccionada</b>	<b>Frecuencia</b>				<b>Porcentaje (%)</b>			
	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>
B (MC5)	21	18	6	9	15,8	12,8	9	21,4
C	16	26	16	5	12	18,4	23,9	11,9
D (MC5)	24	31	15	8	18	22	22,4	19
E (CC4)	53	53	23	15	39,8	37,6	34,3	35,7
NS/NC	3	5	1	2	2,3	3,5	1,5	4,8
Total	133	140	67	42	100	100	100	100

Fuente: Elaboración propia

En el análisis inferencial se tiene que, estas diferencias muestrales no se traducen a la población en tanto en cuanto la prueba de independencia Chi-cuadrado entre la edad y las respuestas dadas al ítem 9 no encuentra diferencias significativas ( $p$ -valor = 0,415). Esto se traduce, como no puede ser de otra forma en un tamaño de efecto reducido de la edad sobre las respuestas dadas ( $V$  de Cramer = 0,105).

### Comparativa por jornada

En la tabla 4.51, se presenta los datos de las respuestas al ítem 9, de acuerdo con la jornada de las instituciones educativas encuestadas. A continuación, se analizará si el tipo de jornada influye en el razonamiento probabilístico correcto. Se observa que la el 40,8% de los encuestados pertenecientes a las instituciones que tienen implementada la jornada mañana, presentan un mejor razonamiento frente a los de la jornada única con un 34,7%. Con relación a los errores conceptuales presentados por los estudiantes se tiene que los de jornada única tienen un porcentaje mayor (47,7%), mientras que los de la jornada mañana tienen un 38% de errores conceptuales, mientras que los de la jornada mañana tienen una mayor influencia del distractor (19,6%).

Tabla 4.51. Comparativa de respuestas al ítem 9 según el tipo de jornada implantada por el centro del encuestado.

<b>Opción seleccionada</b>	<b>Frecuencia</b>		<b>Porcentaje (%)</b>	
	<b>Mañana</b>	<b>Única</b>	<b>Mañana</b>	<b>Única</b>
A (MC5)	17	16	9,2	8
B (MC5)	27	27	14,7	13,6

Opción seleccionada	Frecuencia		Porcentaje (%)	
	Mañana	Única	Mañana	Única
C	36	27	19,6	13,6
D (MC5)	26	52	14,1	26,1
E (CC4)	75	69	40,8	34,7
NS/NC	3	8	1,6	4
Total	184	199	100	100

Fuente: Elaboración propia

Al aplicar el contraste Chi-cuadrado de Pearson, a nivel poblacional se observan diferencias significativas ( $p$ -valor = 0,041) por tanto estas pequeñas diferencias observadas a nivel muestral son extrapolables a la población, con un tamaño de efecto débil de la jornada sobre las respuestas dadas ( $V$  de Cramer = 0,164).

### Comparativa por institución

A continuación, se va a comparar si las respuestas dadas a este ítem, por institución educativa afectan el razonamiento correcto de los encuestados. Para esto se tendrá en cuenta la información suministrada en la tabla 4.52, donde se observa que el 47,9% de los estudiantes de la IE3 tienen un mejor razonamiento probabilístico, mientras los estudiantes de la IE1 tienen el razonamiento más bajo con 26,3%. También se puede decir que, el 58,3% de los estudiantes de la IE4 presentan más errores conceptuales frente al 37,5% correspondiente a la IE5 quienes tienen menos errores. Además, se puede observar que los estudiantes de la IE1 se dejan influenciar más fácilmente por el distractor  $c$  (30,5%).

Tabla 4.52. Comparativa de respuestas al ítem 9 según la institución donde el encuestado desarrolla su formación.

Opción seleccionada	Frecuencia					Porcentaje (%)				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
A (MC5)	7	9	9	4	4	7,4	10,5	9,6	6,7	8,3
B (MC5)	17	14	7	11	5	17,9	16,3	7,4	18,3	10,4
C	29	10	5	8	11	30,5	11,6	5,3	13,3	22,9
D (MC5)	14	11	24	20	9	14,7	12,8	25,5	33,3	18,8

E (CC4)	25	40	45	16	18	26,3	46,5	47,9	26,7	37,5
NS/NC	3	2	4	1	1	3,2	2,3	4,3	1,7	2,1
Total	95	86	94	60	48	100	100	100	100	100

Fuente: Elaboración propia

Al realizar el análisis inferencial, se encuentra que estas diferencias son extrapolables a nivel poblacional ya que la prueba de independencia muestra diferencias significativas en las respuestas según la institución ( $p$ -valor = 0,014), con un tamaño de efecto de la institución débil ( $V$  de Cramer = 0,149).

### **Comparativa por modalidad de estadística (separada o no del resto de las matemáticas)**

Finalmente, se analizará si la modalidad en que cada institución educativa tiene la estadística en su currículo (separa o no de la matemática), influye en el razonamiento probabilístico de los encuestados. Para esto se tendrá en cuenta la tabla 4.53, donde se observa que los estudiantes que pertenecen a instituciones educativas donde la estadística está separada de la matemáticas presentan un mayor razonamiento (45,3%), mientras que los de las instituciones donde no se separa la estadística de la matemáticas tiene un razonamiento más bajo (26,5%). En lo relacionado con los errores conceptuales se encuentra que, los estudiantes de las instituciones educativas que no separan la estadística tienen más errores (47,1%) con respecto a los estudiantes de las instituciones que si la separan( 40,3%); además se observa que los estudiantes que más se dejan influenciar por el distractor  $c$  son los de las instituciones que no tienen separadas la estadística (23,9%), tienen un mejor razonamiento probabilístico, los estudiantes que pertenecen a las instituciones educativas donde la estadística está separada de la matemática, con un 31,5%, mientras que las instituciones que no tienen separada la estadística de la matemática tienen un 23,2%. Con relación a los conceptos erróneos se ve una diferencia de 0,3% en este aspecto, lo cual no es relevante.

Las respuestas son muy similares, de modo que prácticamente la mitad de los estudiantes se decanta por la opción  $a$ , por lo que confunde la media con la moda. El razonamiento correcto lo hace un mayor número de estudiantes de los centros en los que la estadística se da de forma separada del resto de las matemáticas (15,9% frente al 9%).

Tabla 4.53. Comparativa de respuestas al ítem 9 según la modalidad en la que se imparte la estadística.

Opción seleccionada	Frecuencia		Porcentaje (%)	
	No separada	Separada	No separada	Separada
A (MC5)	11	2	7,1	9,6
B (MC5)	28	26	18,1	11,4
C	37	26	23,9	11,4
D (MC5)	34	44	21,9	19,3
E (CC4)	41	103	26,5	45,2
NS/NC	4	7	2,6	3,1
Total	155	228	100	100

Fuente: Elaboración propia

Al realizar el análisis inferencial, se encuentra que estas diferencias son extrapolables a nivel poblacional ya que la prueba de independencia muestra diferencias significativas en las respuestas según la institución ( $p$ -valor = 0,000), con un tamaño de efecto de la institución moderada ( $V$  de Cramer = 0,239).

**Ítem 11.** A continuación se encuentran las mismas secuencias de ‘cara’ y ‘cruz’ del ítem 8. ¿Cuál de las secuencias es el resultado menos probable de lanzar una moneda equilibrada 5 veces?

a. C C C Z Z

**MC2: Concepto erróneo de orientación al resultado**

b. Z C C Z C

**MC2: Concepto erróneo de orientación al resultado**

c. Z C Z Z Z

**MC5: Concepto erróneo de representatividad**

d. C Z C Z C

**MC2: Concepto erróneo de orientación al resultado**

e. Las cuatro secuencias son igualmente poco probables

**CC4: Entiende la independencia**

En este caso, la opción *e* es la respuesta correcta al ítem 11, el cual evalúa la comprensión sobre la independencia entre eventos o sucesos (CC4); las opciones *a*, *b* y *d* indican errores conceptuales de orientación al resultado (MC2) y la opción *c* indica errores conceptuales acerca de la representatividad (MC5). En esta pregunta no hay ninguna opción como distractor. Las respuestas dadas a esta pregunta se presentan en la tabla 4.54, donde se observa que 26,9% de los estudiantes encuestados tienen un razonamiento correcto al contestar la opción *e*, mientras que el 44,1% tiene errores conceptuales de orientación al resultado y el 26,1% tienen errores conceptuales de representatividad.

Tabla 4.54. Respuestas dadas por el alumnado al ítem 11.

Opción seleccionada	Frecuencia	Porcentaje (%)
A (MC2)	65	17
B (MC2)	41	10,7
C (MC5)	100	26,1
D (MC2)	63	16,4
E (CC4)	103	26,9
NS/NC	11	2,9
Total	383	100

Fuente: Elaboración propia

Teniendo en cuenta la revisión de la legislación educativa colombiana que se realizó en el capítulo 3, se tiene que, en Colombia la educación básica y media, se evalúa por competencias establecidas en los estándares que el MEN publicó en el 2006. Los estándares y DBA para el ítem 10, relacionados con el razonamiento correcto CC4, donde el estudiante comprende la independencia de eventos o sucesos y errores conceptuales MC5, que presenta un concepto erróneo de representatividad se mencionaron ampliamente en el ítem 11, al igual que los errores conceptuales MC2, que se abordaron en los ítems 12 y 13. Por tanto, el razonamiento probabilístico evaluado en el ítem 11, sí corresponde al grado que cursaban los estudiantes encuestados.

### Comparativa por género

Ahora se analizará si el género tiene influencia en el razonamiento probabilístico correcto acerca de eventos independientes. Para esto se tendrá en cuenta los resultados presentados en la tabla 4.55.

Esta tabla nos muestra que las niñas tienen un mejor razonamiento con el 29,3% en relación con los niños (24,6%), aunque estos porcentajes no son muy altos, es posible que esta situación se presente debido a que desde el grado 9 se aborda esta temática, como se muestran en los DBA del grado noveno referenciados en el marco teórico.

Con respecto a los errores conceptuales de orientación al resultado, en la misma tabla se evidencia que las niñas presentan el mayor porcentaje correspondiente a este tipo de error (51,1%), mientras que los niños tienen un 37,7% en este error, aunque los niños presentan un mayor error conceptual de representatividad (33,7%) mientras que las niñas el 17,9%.

Tabla 4.55. Comparativa de respuestas al ítem 11 según el género del encuestado.

Opción seleccionada	Frecuencia		Porcentaje (%)	
	Niñas	Niños	Niñas	Niños
A (MC2)	32	33	17,4	16,6
B (MC2)	24	17	13	8,5
C (MC5)	33	67	17,9	33,7
D (MC2)	38	25	20,7	12,6
E (CC4)	54	49	29,3	24,6

NS/NC	3	8	1,6	4
Total	184	199	100	100

Fuente: Elaboración propia

Sin embargo, cuando la comparación se realiza a nivel inferencial, mediante el contraste de independencia Chi-cuadrado de Pearson, estas diferencias son significativas ( $p$ -valor = 0,004) y, por tanto, el tamaño de efecto moderado (coeficiente V de Cramer = 0,204).

### Comparativa por edad

A continuación, se analizará el efecto de la edad sobre el razonamiento probabilístico en los estudiantes encuestados, teniendo en cuenta que se tiene edades entre 14 y 17 años. Estos resultados se presentan en la tabla 4.56 en donde se observa que los de 15 años tienen el mayor porcentaje de razonamiento probabilístico correcto (29,8%), mientras que los de 16 años tienen el menor porcentaje correspondiente a este razonamiento (22,4%). En la misma tabla se observa que los estudiantes de 16 años presentan el mayor porcentaje de errores conceptuales de orientación al resultado con un 52,2% frente a un 33,3% correspondiente a los de 17 años. En cuanto a los conceptos errores de representatividad, la tabla nos muestra que los de 17 años tienen el mayor error conceptual con 33,3%, mientras que los de 15 años tienen el menor porcentaje de este error con el 22,7%.

Tabla 4.56. Comparativa de respuestas al ítem 11 según la edad del encuestado.

Opción seleccionada	Frecuencia				Porcentaje (%)			
	14	15	16	17	14	15	16	17
A (MC2)	13	31	16	5	9,8	22	23,9	11,9
B (MC2)	15	13	7	6	11,3	9,2	10,4	14,3
C (MC5)	38	32	16	14	28,6	22,7	23,9	33,3
D (MC2)	31	17	12	3	23,3	12,1	17,9	7,1
E (CC4)	34	42	15	12	25,6	29,8	22,4	28,6
NS/NC	2	6	1	2	1,5	4,3	1,5	4,8
Total	133	140	67	42	100	100	100	100

Fuente: Elaboración propia

En el análisis inferencial, se puede decir que estas diferencias no son extrapolables a la población al aplicar el contraste de independencia chi - cuadrado de Pearson ( $p$ -valor = 0,064), con tamaño de efecto débil de la edad ( $V$  de Cramer = 0,134).

### Comparativa por jornada

Para el análisis de las respuestas de los encuestados a la pregunta 11, teniendo en cuenta si el tipo de jornada que cada una de las instituciones educativas tiene implementada (jornada mañana o jornada única), influye en la respuesta, se tiene en cuenta los datos de la tabla 4.57, en donde se observa que tienen un mejor razonamiento probabilístico los estudiantes correspondientes a instituciones educativas con jornada mañana (31,5%), mientras que los de jornada única tienen un 22,6%. En cuanto a los errores conceptuales de orientación al logro presentados, no existe una diferencia considerable entre los dos tipos de jornada (0,9%); mientras que los errores conceptuales de orientación al logro, los de jornada única tienen un porcentaje mayor (28,6%) frente al 23,4% de los de jornada mañana. También se observa un porcentaje del 5% en los estudiantes de jornada única, que no saben o no contestan la pregunta.

Tabla 4.57. Comparativa de respuestas al ítem 11 según el tipo de jornada implantada por el centro del encuestado.

Opción seleccionada	Frecuencia		Porcentaje (%)	
	Mañana	Única	Mañana	Única
A (MC2)	21	44	11,4	22,1
B (MC2)	22	19	12	9,5
C (MC5)	43	57	23,4	28,6
D (MC2)	39	24	21,2	12,1
E (CC4)	58	45	31,5	22,6
NS/NC	1	10	0,5	5
Total	184	199	100	100

Fuente: Elaboración propia

A nivel poblacional, al aplicar el contraste Chi-cuadrado de Pearson, se observan diferencias significativas ( $p$ -valor = 0,004) por tanto estas diferencias observadas a nivel muestral son extrapolables a la población, con un tamaño de efecto moderado de la jornada ( $V$  de Cramer = 0,204).

### Comparativa por institución

Teniendo en cuenta los resultados de la tabla 4.58, se realizará el análisis correspondiente por institución educativa para conocer si tiene influencia en la respuesta dada por los encuestados y en el razonamiento probabilístico de los mismos.

Tabla 4.58. Comparativa de respuestas al ítem 11 según la institución donde el encuestado desarrolla su formación.

Opción seleccionada	Frecuencia					Porcentaje (%)				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
A (MC2)	2	6	27	12	8	12,6	7	28,7	20	16,7
B (MC2)	6	8	4	8	5	16,8	9,3	4,3	13,3	10,4
C (MC5)	5	21	23	18	13	26,3	24,4	24,5	30	27,1
D (MC2)	6	20	9	8	10	16,8	23,3	9,6	13,3	20,8
E (CC4)	2	31	26	13	11	23,2	36	27,7	21,7	22,9
NS/NC	4	0	5	1	1	4,2	0	5,3	1,7	2,1
Total	95	86	94	60	48	100	100	100	100	100

Fuente: Elaboración propia

En la tabla se observa que los estudiantes de la institución educativa 2 tienen el porcentaje más alto en razonamiento correcto (36%), mientras que la institución 4 tiene el más bajo (21,7%). Con respecto a los errores conceptuales de orientación al resultado, la IE5 es la que presenta un porcentaje más alto (47,9%) en relación con el 39,6% de la IE2 la cual, tiene el porcentaje más bajo; se observa que los porcentajes de las demás instituciones no tienen mucha diferencia con la de la IE5. Con respecto a los errores conceptuales sobre la representatividad, la tabla muestra que la IE4 es la que más errores presenta del 30% mientras que la IE2 tiene el menor porcentaje de 24,4%.

Estas diferencias son extrapolables a nivel poblacional ya que la prueba de independencia muestra diferencias significativas en las respuestas según la institución ( $p$ -valor = 0,009), con un tamaño de efecto de la institución débil ( $V$  de Cramer = 0,147).

### Comparativa por modalidad de estadística (separada o no del resto de las matemáticas)

Para finalizar el análisis de los resultados a esta pregunta, se tendrá en cuenta si la modalidad en la que se imparte la estadística (separada o no separada de las matemáticas) en cada una de las instituciones educativa encuestadas influye en el razonamiento probabilístico de sus estudiantes, para tal efecto se tendrá en cuenta los datos de la tabla 4.59.

Tabla 4.59. Comparativa de respuestas al ítem 11 según la modalidad en la que se imparte la estadística.

Opción seleccionada	Frecuencia		Porcentaje (%)	
	No separada	Separada	No separada	Separada
A (MC2)	24	41	15,5	18
B (MC2)	24	17	15,5	7,5
C (MC5)	43	57	27,7	25
D (MC2)	24	39	15,5	17,1
E (CC4)	35	68	22,6	29,8
NS/NC	5	6	3,2	2,6
Total	155	228	100	100

Fuente: Elaboración propia

En la tabla anterior se observa que los estudiantes de las instituciones donde tiene la estadística separan con un horario propio, presentan un mejor razonamiento probabilístico (29,8%) que los estudiantes donde no está separa (22,6%). Con respecto a los errores conceptuales de orientación al resultado, presentados en las respuestas, se observa que los estudiantes de las instituciones donde no está separa la estadística tienen un porcentaje mayor de errores (46,5%) que los estudiantes de las instituciones que si esta separa (42,6%); igualmente ocurre con los errores conceptuales de representatividad donde los estudiantes de las instituciones que no tienen separa la estadística presentan un porcentaje mayor de errores (27,7%), valor muy cerca de las que sí la tienen separada (25%).

Al realizar el análisis inferencial, mediante el contraste de independencia chi-cuadrado de Pearson, estas diferencias no son significativas ni extrapolables a la

población ( $p$ -valor = 0,087), con un tamaño de efecto débil de la forma en que cada institución imparte la estadística ( $V$  de Cramer = 0,148).

**Ítem 12.** Los Caldwells quieren comprar un coche nuevo, y han reducido sus opciones a un Buick o a un Oldsmobile. Primero consultaron un número de la revista Consumer Reports [Informes del Consumidor], que comparaba los registros de reparaciones en diferentes coches. Los registros de las reparaciones realizadas en 400 coches de cada tipo mostraban algunos problemas mecánicos menos en el Buick que en el Oldsmobile.

Los Caldwells hablaron entonces con tres amigos, dos propietarios de Oldsmobile y un antiguo propietario de Buick. Ambos propietarios de coches Oldsmobile dijeron que habían tenido unos pocos problemas mecánicos, pero nada grave. El propietario de Buick, sin embargo, explotó cuando le preguntaron si le gustaba su coche:

“Primero, los inyectores de combustible fallaron –250\$. Después, empecé a tener problemas con el eje trasero y tuve que reemplazarlo. Finalmente decidí venderlo cuando se fue la transmisión. Nunca volvería a comprar un Buick”

Los Caldwells quieren comprar el coche que es menos probable que requiera grandes reparaciones. Dado lo que actualmente saben, ¿qué coche recomendarías que comprasen?

- a. Recomendaría que compraran el Oldsmobile, principalmente por todos los problemas que su amigo tuvo con el Buick. Dado que no han escuchado historias de terror similares acerca del Oldsmobile, deberían tomar esta opción.

**MC4: Ley de los pequeños números**

- b. Recomendaría que compraran el Buick a pesar de la mala experiencia de su amigo. Ése es sólo un caso, mientras que la información proporcionada en la revista Consumer Reports se basa en muchos casos. Y de acuerdo con esos datos, es algo menos probable que el Buick requiera reparaciones.

**CC8: Comprende la importancia de las muestras grandes**

- c. Les diría que no importa qué coche compren. Aunque uno de los modelos tenga mayor probabilidad que otro de necesitar reparaciones, podrían, simplemente por casualidad, verse atrapados en un coche en concreto que necesitase muchas reparaciones. De lo mismo les valdría lanzar una moneda al aire para decidir.

**MC2: Concepto erróneo de orientación al resultado**

En esta pregunta se evalúa, el conocimiento de cómo se relacionan las muestras con una población y lo que se puede inferir de la muestra, al comprender la importancia que tiene las muestras grandes, las cuales al ser bien elegidas representará con mayor precisión una población; esto nos lleva a realizar inferencias a partir de muestras pequeñas

de manera cautelosa. En este caso la opción *b* nos da respuesta correcta (CC8) mientras que las opciones *a* y *c* muestran errores conceptuales sobre la ley de los números pequeños y orientación al resultado respectivamente. Las respuestas dadas a esta pregunta se resumen en la Tabla 4.60.

Tabla 4.60. Respuestas dadas por el alumnado al ítem 12.

Opción seleccionada	Frecuencia	Porcentaje (%)
A (MC4)	106	27,7
B (CC8)	126	32,9
C (MC2)	135	35,2
NS/NC	16	4,2
Total	383	100

Fuente: Elaboración propia

Podemos decir de la tabla anterior que solo el 32,9% de los encuestados contesta correctamente a esta pregunta, mientras que el 27,7% presenta errores conceptuales sobre la ley de los números pequeños y el 35,2% errores conceptuales sobre orientación al resultado, en donde se puede inferir que los estudiantes utilizan un modelo intuitivo de la probabilidad.

En el currículo colombiano desde el año 2006 el MEN, publico los estándares por competencias para diferentes áreas, entre ella las de matemáticas. Al hacer la revisión de los estándares correspondientes al tipo de razonamiento que evalúa la pregunta 12, se encontró el siguiente:

Al finalizar el grado noveno, Resuelvo y formulo problemas seleccionando información relevante en conjuntos de datos provenientes de fuentes diversas (Prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas) (Ministerio de Educación Nacional, 2006).

Al finalizar el grado noveno, Reconozco tendencias que se presentan en conjuntos de variables relacionadas (Ministerio de Educación Nacional, 2006).

En el año 2016 el MEN publico la segunda versión de los derechos de aprendizaje, que para el caso de los anteriores estándares se tiene el siguiente con sus respectivas evidencias de aprendizajes:

Propone un diseño estadístico adecuado para resolver una pregunta que indaga por la comparación sobre las distribuciones de dos grupos de datos, para lo cual usa

comprensivamente diagramas de caja, medidas de tendencia central, de variación y de localización.

*Evidencias de aprendizaje:*

- ✓ Define el método para recolectar los datos (encuestas, observación o experimento simple) e identifica la población y el tamaño de la muestra del estudio.
- ✓ Elabora conclusiones para responder el problema planteado.

### Comparativa por género

A continuación, se analizará si el género de la persona encuestada influye en las respuestas dadas a esta pregunta y, por tanto, al razonamiento que éstos tienen sobre la importancia de las muestras grandes. Para esto se tiene en cuenta los resultados de la tabla 4.61.

Tabla 4.61. Comparativa de respuestas al ítem 12 según el género del encuestado.

Opción seleccionada	Frecuencia		Porcentaje (%)	
	Niñas	Niños	Niñas	Niños
A (MC4)	44	62	23,9	31,2
B (CC8)	64	62	34,8	31,2
C (MC2)	69	66	37,5	33,1
NS/NC	7	9	3,8	4,5
Total	184	199	100	100

Fuente: Elaboración propia

En la anterior tabla se observa que las niñas presentan un mejor razonamiento con un 34,8% frente al 31,2% de los niños. Con respecto a los errores conceptuales de la ley de los números pequeños se observa que los niños presentan un mayor porcentaje de errores (31,2%) que las niñas (23,9%), estos errores presentados en los estudiantes nos indican que consideran las muestras pequeñas como las que mejor se asemejan a las poblaciones de las que se extraen. También se observa que las niñas presentan más errores de orientación al resultado (37,5%) que los niños (33,1%).

Al realizar la comparación a nivel inferencial, mediante el contraste de independencia Chi-cuadrado de Pearson, estas diferencias no son significativas ( $p$ -valor = 0,260) y, por tanto, el tamaño de efecto del género es débil (coeficiente  $V$  de Cramer = 0,086).

### Comparativa por edad

Ahora se analizará la edad si influye en las respuestas dadas por los encuestados, teniendo en cuenta que las edades oscilan entre 14 y 17 años, según la tabla 4.62.

Tabla 4.62. Comparativa de respuestas al ítem 12 según la edad del encuestado.

Opción seleccionada	Frecuencia				Porcentaje (%)			
	14	15	16	17	14	15	16	17
A (MC4)	34	40	18	14	25,6	25,6	28,4	33,3
B (CC8)	35	52	24	15	26,3	26,3	36,9	35,7
C (MC2)	59	44	21	11	44,4	44,4	31,2	26,2
NS/NC	5	5	4	2	3,7	3,7	3,5	4,8
Total	133	141	67	42	100	100	100	100

Fuente: Elaboración propia

De acuerdo con los resultados mostrados en la tabla anterior, se observa que no hay mucha diferencia entre los estudiantes de 15, 16 y 17 años, sin embargo, los de 15 años tienen el mayor porcentaje (36,9%), mientras que los de 14 años son los que menor porcentaje presentan (26,3%) en este razonamiento. Revisando la misma tabla, vemos que los errores conceptuales de la ley de los números pequeños lo presentan más los estudiantes de 17 años (33,3%) frente al 25,6% correspondiente a los de 14 años. También se observa que los errores conceptuales de orientación al resultado son más marcados en los estudiantes de 14 años (44,4%) frente al 26,2% de los de 17 años. Es notorio que existe un porcentaje significativo (6%) de estudiantes de 16 años que no saben o no contestan la pregunta.

En el análisis inferencial, las diferencias muestrales no son extrapolables a la población, debido a que la prueba de independencia Chi-cuadrado entre la edad y las respuestas dadas al ítem 12 no encuentra diferencias significativas ( $p$ -valor = 0,207). Esto se traduce en un tamaño de efecto débil de la edad sobre las respuestas dadas ( $V$  de Cramer = 0,107).

### Comparativa por jornada

El análisis de la influencia que tienen el tipo de jornada de las instituciones educativas en las respuestas dadas a esta pregunta por parte de los encuestados se realizará teniendo en cuenta los resultados de la tabla 4.63.

Tabla 4.63. Comparativa de respuestas al ítem 12 según el tipo de jornada implantada por el centro del encuestado.

Opción seleccionada	Frecuencia		Porcentaje (%)	
	Mañana	Única	Mañana	Única
A (MC4)	40	66	21,7	33,2
B (CC8)	64	62	34,8	31,2
C (MC2)	74	61	40,2	30,7
NS/NC	6	10	3,3	4,9
Total	184	199	100	100

Fuente: Elaboración propia

Aquí se puede observar que la diferencia en las respuestas es de 3,6% entre los dos tipos de jornada, obteniendo un mejor razonamiento los de la jornada mañana (38,4%). Los errores conceptuales relacionados con la ley de los números pequeños los comete más los de la jornada única (33,2%), mientras que los errores de orientación al resultado se presentan más en los estudiantes de la jornada mañana (40,2%).

A nivel poblacional, al aplicar el contraste Chi-cuadrado de Pearson, se observan diferencias significativas ( $p$ -valor = 0,026) por lo que estas pequeñas diferencias observadas a nivel muestral no son extrapolables a la población, con un tamaño de efecto débil ( $V$  de Cramer = 0,141).

### Comparativa por institución

A continuación, se van a comparar las respuestas dadas por los encuestados, según la institución educativa donde se encuentran realizando sus estudios. Los resultados se muestran en la tabla 4.64.

Tabla 4.64. Comparativa de respuestas al ítem 12 según la institución donde el encuestado desarrolla su formación.

Frecuencia	Porcentaje (%)
------------	----------------

<b>Opción seleccionada</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
A (MC4)	17	22	34	21	12	17,9	25,6	36,2	35	25
B (CC8)	38	25	22	24	17	40	29,1	23,4	40	35,4
C (MC2)	34	37	34	14	16	35,8	43	36,2	23,3	33,3
NS/NC	6	84	4	1	3	6,3	2,3	4,2	1,7	6,3
Total	95	862	94	60	48	100	100	100	100	100

Fuente: Elaboración propia

En la anterior tabla se puede observar que las instituciones educativas 1 y 4 son las que mejor razonamiento tienen ambas con un 40%, aunque la IE3 es la que menor razonamiento presenta (23,4%). Respecto a los errores de la ley de los números pequeño se observa que IE3 es la que más los comete (36,2%), en tanto que la IE5 presenta el 25%. De los errores conceptuales de orientación al resultado se puede decir que la IE2 es la que más lo comete (43%), mientras que la IE4 es la que menos presenta (23,3%). En la misma tabla se observa que el 6,3% de los estudiantes de las instituciones 1 y 5 dejan de contestar o no saben sobre esta pregunta.

Estas diferencias son extrapolables a nivel poblacional ya que la prueba de independencia muestra diferencias significativas en las respuestas según la institución ( $p$ -valor = 0,037), con un tamaño de efecto de la institución débil ( $V$  de Cramer = 0,149).

#### **Comparativa por modalidad de estadística (separada o no del resto de las matemáticas)**

Por último, se analizará la influencia que tiene la modalidad en que se imparte la estadística en las respuestas de los estudiantes encuestados, cuyos resultados se presenta en la tabla 4.65.

Tabla 4.65. Comparativa de respuestas al ítem 12 según la modalidad en la que se imparte la estadística.

<b>Opción seleccionada</b>	<b>Frecuencia</b>		<b>Porcentaje (%)</b>	
	<b>No separada</b>	<b>Separada</b>	<b>No separada</b>	<b>Separada</b>
A (MC4)	38	68	24,5	29,8
B (CC8)	62	64	40	28,1

C (MC2)	48	87	31	38,2
NS/NC	7	9	4,5	3,9
Total	155	228	100	100

Fuente: Elaboración propia

En esta tabla se observa que el 40% de los estudiantes donde la estadística no está separada, presentan un razonamiento correcto, mientras que los estudiantes de las instituciones donde la estadística está separada tienen un 28,1%. También se observa que los estudiantes donde la estadística está separada tienen un mayor porcentaje del error orientación al resultado (38,2%) como también en los errores de ley de los números pequeños (29,8%).

En el análisis inferencial, después de realizar las pruebas de chi-cuadrado, se observa que estas diferencias son significativa y extrapolable a nivel poblacional ( $p$ -valor = 0,043), con un tamaño de efecto débil de la modalidad de la estadística separada o no separada de las matemáticas ( $V$  de Cramer = 0,131).

**Ítem 13.** Cinco caras de un dado equilibrado están pintadas de negro, y una cara está pintada de blanco. El dado se tira 6 veces. ¿Cuál de los siguientes resultados es más probable?

- a. Cara negra arriba en cinco de las tiradas; cara blanca arriba en la otra tirada.

**CC3b: Utiliza el razonamiento combinado**

- b. Cara negra arriba en las seis tiradas.

**MC2: Concepto erróneo de orientación al resultado**

- c. A y B son igualmente probables.

**MC7: Sesgo de equiprobabilidad**

En esta pregunta se evalúa si el estudiante utiliza el razonamiento combinatorio, al calcular de manera correcta la probabilidad, entendiéndola como cociente, utilizando las técnicas de conteo. La opción correcta en este caso es la a (CC3b), la cual indica que el encuestado tiene un razonamiento combinatorio correcto; la opción b (MC2), indica errores conceptuales de orientación al resultado y la opción c (MC7), indica errores conceptuales de sesgo de equiprobabilidad, al considerar igualmente probables los sucesos con desigual probabilidad.

Tabla 4.66. Respuestas dadas por el alumnado al ítem 13.

Opción seleccionada	Frecuencia	Porcentaje (%)
A (CC3b)	80	20,9
B(MC2)	81	21,1
C (MC7)	218	56,9
NS/NC	4	1
Total	383	100

Fuente: Elaboración propia

Como se puede observar en la tabla anterior, el 56,9% de los encuestados selecciona la opción c, la cual indica que más de la mitad de los estudiantes consideran igualmente probables eventos con desigual probabilidad, cometiendo errores conceptuales de sesgo de equiprobabilidad. También se observa que el 21,1% de los encuestados, seleccionan la opción b, la cual indica que tienen errores conceptuales relacionadas con la orientación al resultado, es decir los estudiantes utilizan un modelo

intuitivo de probabilidad y tienen dificultad para identificar serie de sucesos y toman decisiones teniendo en cuenta sucesos individuales.

Al revisar los estándares de competencias en matemáticas, establecidos por el MEN en Colombia, para la educación básica, se encontró dos estándares para esta pregunta, los cuales se mencionan a continuación:

Al finalizar el grado noveno, calculo la probabilidad de eventos simples usando métodos diversos (listados, diagramas de árbol, técnicas de conteo) (Ministerio de Educación Nacional, 2006).

Al finalizar el grado noveno, uso conceptos básicos de probabilidad (espacio muestral, evento, independencia, etc.) (Ministerio de Educación Nacional, 2006).

Para los anteriores estándares, se encontró el siguiente DBA, que corresponde al grado noveno:

Encuentra el número de posibles resultados de un experimento aleatorio, usando métodos adecuados (diagramas de árbol, combinaciones, permutaciones, regla de la multiplicación, etc.) (Ministerio de Educación Nacional, 2006).

### Comparativa por género

Para el análisis de la influencia que tiene el género de los encuestados en las respuestas dadas a esta pregunta y, por tanto, al razonamiento para calcular correctamente la probabilidad, utilizando técnicas de conteo, se utilizan los datos de la tabla 4.67.

Tabla 4.67. Comparativa de respuestas al ítem 13 según el género del encuestado.

Opción seleccionada	Frecuencia		Porcentaje (%)	
	Niñas	Niños	Niñas	Niños
A (CC3b)	35	45	19	22,6
B(MC2)	38	43	20,7	21,6
C (MC7)	109	109	59,2	54,8
NS/NC	2	2	1,1	1
Total	184	199	100	100

Fuente: Elaboración propia

En la tabla anterior se muestran los resultados de las respuestas dadas por los estudiantes a esta pregunta, en la cual se observa que un porcentaje mayor de los niños (22,6%), realizan un razonamiento combinatorio correcto, con respecto al 19% de las

niñas. Adicionalmente se puede decir que en los dos tipos de errores conceptuales considerados en las opciones b y c del ítem, los porcentajes son altos. En el caso de los errores conceptuales de sesgo de equiprobabilidad, las niñas tienen un porcentaje más alto (59,2%) que los niños (54,8%), mientras que en los errores conceptuales de orientación al resultado los niños tienen un porcentaje ligeramente mayor (21,6%) que las niñas (20,7%).

Sin embargo, al realizar la comparación a nivel inferencial, mediante el contraste de independencia Chi-cuadrado de Pearson, estas diferencias no son significativas ( $p$ -valor = 0,617) y, por tanto, el tamaño de efecto débil (coeficiente V de Cramer = 0,050).

### Comparativa por edad

A continuación, veremos si las respuestas dadas a este ítem por los estudiantes encuestados difieren en función de la edad, para lo cual se tendrá en cuenta los resultados presentados en la tabla 4.68.

Tabla 4.68. Comparativa de respuestas al ítem 13 según la edad del encuestado.

Opción seleccionada	Frecuencia				Porcentaje (%)			
	14	15	16	17	14	15	16	17
A (CC3b)	30	23	15	12	22,6	16,3	22,4	28,6
B(MC2)	22	33	16	10	16,5	23,4	23,9	23,8
C (MC7)	81	82	35	20	60,9	58,2	52,2	47,6
NS/NC	0	3	1	0	0	2,1	1,5	0
Total	133	1	67	42	100	100	100	100

Fuente: Elaboración propia

Como se muestra en la Tabla 4.68, los estudiantes de 17 años son los que presentan el porcentaje más alto (28,6%) mientras que los de 15 años son los que menos razonamiento combinatorio presentan. Además, se puede decir que el porcentaje de errores conceptuales relacionados con el sesgo de equiprobabilidad es alto, teniendo que el porcentaje mayor lo presentan los estudiantes de 14 años (60,9%), comparado con el 47,6% de los de 17 años, mientras que, en los errores conceptuales de orientación al resultado, sucede lo contrario, porque los estudiantes de 17 años son los que tienen un porcentaje más alto (23,8%) de este tipo de errores, frente al 16,5% de los de 14 años.

Estas diferencias muestrales no se pueden generalizar a la población debido a que la prueba de independencia Chi-cuadrado entre la edad y las respuestas dadas al ítem 1 no encuentra diferencias significativas ( $p$ -valor = 0,407), con un tamaño de efecto débil de la edad sobre las respuestas dadas ( $V$  de Cramer = 0,090).

### Comparativa por jornada

Para conocer la influencia que tiene el tipo de jornada implementada (única o mañana) en cada una de las instituciones educativas donde estudian los encuestados, se analizarán los resultados mostrados en la tabla 4.69.

Tabla 4.69. Comparativa de respuestas al ítem 13 según el tipo de jornada implantada por el centro del encuestado.

Opción seleccionada	Frecuencia		Porcentaje (%)	
	Mañana	Única	Mañana	Única
A (CC3b)	37	43	20,1	21,6
B(MC2)	36	45	19,6	22,6
C (MC7)	109	109	59,2	54,8
NS/NC	2	2	1	1
Total	184	199	100	100

Fuente: Elaboración propia

En la anterior tabla se observa que existe poca diferencia (1,5%) en el razonamiento combinatorio correcto entre las respuestas dadas por los estudiantes de jornada única y los de jornada mañana. En ambos tipos de jornada, la respuesta más dada es la C, la cual corresponde a errores conceptuales de sesgo de equiprobabilidad, es decir, que tienden a considerar igualmente probables eventos con desigual probabilidad, con unas frecuencias porcentuales de 59,2% para la jornada mañana y 54,8% para jornada única. En cuanto a los errores de orientación al resultado se puede decir que, los estudiantes de jornada única tienen un mayor porcentaje en sus respuestas (22,6%), mientras que los de jornada mañana tienen 19,6%.

A nivel poblacional, al aplicar el contraste Chi-cuadrado de Pearson, no se observan diferencias significativas ( $p$ -valor = 0,651) por lo que estas pequeñas diferencias observadas a nivel muestral no son extrapolables a la población ( $V$  de Cramer = 0,048).

### Comparativa por institución

Ahora se van a comparar las respuestas según la institución donde el estudiante realiza sus estudios de finalización de educación básica secundaria (novenno grado), recordando que el estudio se realizó en 5 instituciones educativas públicas en Ibagué (Tolima – Colombia). Las frecuencias y los porcentajes de respuesta a cada opción en el ítem 13 se muestran en la Tabla 4.70.

Tabla 4.70. Comparativa de respuestas al ítem 13 según la institución donde el encuestado desarrolla su formación.

Opción seleccionada	Frecuencia					Porcentaje (%)				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
A (CC3b)	21	16	17	12	14	22,1	18,6	18,1	20	29,2
B(MC2)	20	19	16	18	8	21,1	22,1	17	30	16,7
C (MC7)	54	49	60	29	26	56,8	57	63,8	48,3	54,2
NS/NC	0	2	1	1	0	0	2,3	1,1	1,7	0
Total	95	86	94	60	48	100	100	100	100	100

Fuente: Elaboración propia

En donde se puede ver que, solo el 29,2% de los encuestados de la institución educativa 5 presentan un razonamiento combinatorio correcto, siendo este valor porcentual el más alto entre las 5 instituciones educativas y el menor porcentaje corresponde a la institución 3 (18,1%). Con respecto a los errores conceptuales de sesgo de equiprobabilidad, la institución educativa 3 presenta el porcentaje más alto (63,8%) y la institución 4, el menor (48,3). Como se puede observar estos porcentajes de errores conceptuales son bastante altos. En cuanto al otro tipo de error que se puede ver en las respuestas a la pregunta 13, se encuentra el de orientación al logro, donde se tiene que los estudiantes de la institución 4 son los que más errores de este tipo cometen (30%) frente al 16,7% de la institución 5.

Estas diferencias no son extrapolables a nivel poblacional ya que la prueba de independencia muestra diferencias significativas en las respuestas según la institución ( $p$ -valor = 0,504), con un tamaño de efecto de la institución débil ( $V$  de Cramer = 0,098).

### Comparativa por modalidad de estadística (separada o no del resto de las matemáticas)

Para finalizar, se analizará si la forma en que las instituciones educativas encuestadas, tienen organizada la estadística en su currículo, trabajándola de manera separada o incluida del resto de las matemáticas, influye en las respuestas dadas por los estudiantes a esta pregunta, para lo cual, se tendrá en cuenta los datos de la tabla 4.71 en la cual se presentan de manera organizada las respuestas dadas a esta pregunta.

Tabla 4.71. Comparativa de respuestas al ítem 13 según la modalidad en la que se imparte la estadística.

Opción seleccionada	Frecuencia		Porcentaje (%)	
	No separada	Separada	No separada	Separada
A (CC3b)	33	47	21,4	20,6
B(MC2)	38	43	24,5	18,9
C (MC7)	83	135	53,5	59,2
NS/NC	1	3	0,6	1,3
Total	155	228	100	100

Fuente: Elaboración propia

Recordemos que tres de las instituciones analizadas trabajan la estadística de forma separada del resto de las matemáticas, disponiendo de un horario específico y su dedicación en horas es constante. En la tabla 4.83 se observa que, los estudiantes de las instituciones educativas que tienen separada la estadística presentan un porcentaje alto (59,2%) en errores conceptuales relacionados con el sesgo de equiprobabilidad con respecto al 53,5% de los estudiantes de instituciones que no tienen la estadística separada. Lo contrario sucede con los errores conceptuales de orientación al resultado, donde los estudiantes de instituciones educativas donde no se separa la estadística son los que presentan un porcentaje mayor (24,5%) de este tipo de errores, comparados con el 18,9% de los que sí la tienen separada en su currículo. Con respecto al razonamiento combinatorio, la diferencia en el razonamiento correcto no es muy grande (0,8%), presentando el mayor porcentaje (21,4%) los encuestados de instituciones donde no separan la estadística de las matemáticas en su plan de estudios.

Al realizar el análisis inferencial, se encuentra que estas diferencias no son extrapolables a nivel poblacional ya que la prueba de independencia muestra diferencias

no significativas en las respuestas según la forma de enseñar la estadística en las instituciones encuestadas ( $p$ -valor = 0,381), con un tamaño de efecto de la institución débil ( $V$  de Cramer = 0,071).

**Ítem 14.** La mitad de los recién nacidos son chicas y la mitad son chicos. El Hospital A registra una media de 50 nacimientos por día. El Hospital B registra una media de 10 nacimientos por día. En un día en particular, ¿qué hospital tiene mayor probabilidad de registrar un 80% o más de nacimientos de chicas?

- a. El Hospital A (con 50 nacimientos por día)
- b. El Hospital B (con 10 nacimientos por día)

**CC5: Entiende la variabilidad del muestreo**

- c. Los dos hospitales tienen la misma probabilidad de registrar tal evento.

**MC4: La ley de los pequeños números**

Con esta pregunta, se evalúa el razonamiento acerca de la variabilidad del muestreo (CC5) al igual que los errores conceptuales relacionados con la ley de los pequeños números (MC4). En este caso, la opción b es la respuesta correcta para este ítem; la opción c indica errores conceptuales donde no tiene claridad sobre la ley de los pequeños números y prefieren muestras pequeñas como representación de la población. La opción a es un distractor, por tanto, no evalúa ni errores conceptuales ni de razonamiento, de los considerados por Garfield en su estudio. Las respuestas dadas a esta pregunta se resumen en la Tabla 4.72.

Tabla 4.72. Respuestas dadas por el alumnado al ítem 14.

Opción seleccionada	Frecuencia	Porcentaje (%)
A	174	45,4
B (CC5)	87	22,7
C (MC4)	115	30
NS/NC	7	1,9
Total	383	100

Fuente: Elaboración propia

Para analizar las respuestas dadas a esta pregunta por los encuestados, se tiene en cuenta los resultados mostrados en la tabla 4.84, en la cual se observa que solo el 22,7% de los estudiantes muestran un razonamiento correcto relacionado con la variabilidad del muestreo, equivalente a 87 estudiantes de 383. También se encuentra que el 30% de los encuestados tiene errores conceptuales sobre la ley de los números pequeños. También se

observa un porcentaje significativo (45,4%) de estudiantes que se dejan confundir por el distractor a.

Recordemos que el sistema educativo colombiano está legislado por la Ley 115 de 1994, donde establece las áreas obligatorias y delega al Ministerio de Educación Nacional para que establezca las directrices a seguir. Por este motivo, el MEN establece los estándares por competencias para las diferentes áreas, en nuestro caso corresponden los de matemáticas, donde se encuentran ubicados los correspondientes a estadística. También tiene establecidos los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA). Para el caso del razonamiento evaluado con la pregunta 14, se encontró el siguiente estándar:

Al finalizar el grado noveno, resuelvo y formulo problemas seleccionando información relevante en conjuntos de datos provenientes de fuentes diversas (Prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas) (Ministerio de Educación Nacional, 2006).

Y el DBA con su evidencia de aprendizaje para el grado noveno, el cual se menciona a continuación:

Propone un diseño estadístico adecuado para resolver una pregunta que indaga por la comparación sobre las distribuciones de dos grupos de datos, para lo cual usa comprensivamente diagramas de caja, medidas de tendencia central, de variación y de localización.

Evidencias de aprendizaje:

Define el método para recolectar los datos (encuestas, observación o experimento simple) e identifica la población y el tamaño de la muestra del estudio.

### Comparativa por género

A continuación, se analizará si el género de la persona encuestada influye en las respuestas dadas a esta pregunta y, por tanto, al razonamiento que éstos tienen sobre la variabilidad del muestreo, para este fin se tendrá en cuenta los resultados de la tabla 4.73.

Tabla 4.73. Comparativa de respuestas al ítem 14 según el género del encuestado.

Opción seleccionada	Frecuencia		Porcentaje (%)	
	Niñas	Niños	Niñas	Niños
A	95	79	51,6	39,7
B (CC5)	36	51	19,6	25,6

C (MC4)	52	63	28,3	31,7
NS/NC	1	6	0,5	3
Total	184	199	100	100

Fuente: Elaboración propia

A nivel descriptivo, en la tabla anterior se observa que el razonamiento estadístico no es muy alto tanto en niñas como en niños, aunque se evidencia un menor valor en las niñas (19,6%) que en los niños (25,6%). También se observa un porcentaje de 31,7% de niños que presentan errores conceptuales sobre la ley de los números pequeños, mientras que en las niñas este porcentaje es ligeramente menor (28,3%). Aunque existe un porcentaje alto de niñas (51,6%) que se dejan influenciar del distractor, con respecto al 39,7% de los niños.

Al realizar la comparación a nivel inferencial, mediante el contraste de independencia Chi-cuadrado de Pearson, estas diferencias no son significativas ( $p$ -valor = 0,122), con un tamaño de efecto débil (coeficiente  $V$  de Cramer = 0,124).

### Comparativa por edad

Ahora veremos si las respuestas dadas por los encuestados difieren en función de la edad, recordando que la edad de los estudiantes encuestados varía entre los 14 y los 17 años, como se ha mencionado previamente. En la tabla 4.74 se muestran los resultados de las respuestas dadas a esta pregunta, de acuerdo con la edad.

Tabla 4.74. Comparativa de respuestas al ítem 14 según la edad del encuestado.

Opción seleccionada	Frecuencia				Porcentaje (%)			
	14	15	16	17	14	15	16	17
A	64	64	27	19	48,1	45,4	40,3	45,2
B (CC5)	29	34	15	9	21,8	24,1	22,4	21,4
C (MC4)	39	39	23	14	29,3	27,7	34,3	33,3
NS/NC	1	4	2	0	0,8	2,8	3	0
Total	133	141	67	42	100	100	100	100

Fuente: Elaboración propia

Como se observa en la Tabla 4.74, no existe gran diferencia en el razonamiento correcto relacionado con la variabilidad del muestreo, como lo muestran los porcentajes

que oscilan entre el 21,4% de los estudiantes de 17 años o más y el 24,1% de los de 15 años. Con respecto a los errores conceptuales correspondientes a preferir muestras pequeñas y no grandes para representar una población, los porcentajes oscilan entre el 27,7% correspondiente a estudiantes de 15 años y 34,3% de los de 16 años. También se observa que la mayor parte de estudiantes se dejan confundir por el distractor con porcentajes entre 40,3% de los estudiantes de 16 años y 48,1% de los encuestados de 14 años.

Estas diferencias muestrales no se traducen a la población en tanto que la prueba de independencia Chi-cuadrado entre la edad y las respuestas dadas al ítem 14 no encuentra diferencias significativas ( $p$ -valor = 0,707). Esto se traduce, en un tamaño de efecto débil de la edad sobre las respuestas dadas ( $V$  de Cramer = 0,075)

### Comparativa por jornada

Para analizar si el tipo de jornada (única o mañana) que ofrecen las instituciones educativas encuestadas, influye en el razonamiento de los estudiantes al igual que en los errores conceptuales que evalúa el ítem 14, se tendrá en cuenta la tabla 4.75, en la que se presentan los resultados teniendo en cuenta el tipo de jornada.

Tabla 4.75. Comparativa de respuestas al ítem 14 según el tipo de jornada implantada por el centro del encuestado.

Opción seleccionada	Frecuencia		Porcentaje (%)	
	Mañana	Única	Mañana	Única
A	82	92	44,6	46,2
B (CC5)	43	44	23,4	22,1
C (MC4)	57	58	31	29,1
NS/NC	2	5	1,1	2,5
Total	184	199	100	100

Fuente: Elaboración propia

En la tabla anterior se observa que la diferencia en las respuestas dadas a la pregunta 14 por parte de los estudiantes de instituciones con jornada única y jornada mañana, no es muy alta. De acuerdo con los resultados presentados en la tabla 4.75, se tiene un razonamiento correcto en el 23,4% de los estudiantes de jornada mañana, frente al 22,1% de los de jornada única, donde se ve una diferencia porcentual de 1,3%. Con

respecto a los errores conceptuales, tampoco existe una diferencia grande, teniendo que los estudiantes de jornada mañana presentan más errores conceptuales (31%) que los de jornada única (29,1%). En cuanto al distractor, se observa que, en ambos tipos de jornada, el porcentaje de los estudiantes que se dejan afectar por el distractor es alto, siendo mayor la influencia del distractor en los estudiantes de jornada única (46,2%) que en los de jornada mañana (44,6%).

En el análisis inferencial, se encontró que, a nivel poblacional, al aplicar el contraste Chi-cuadrado de Pearson, no se observan diferencias significativas ( $p$ -valor = 0,766), por tanto, estas pequeñas diferencias observadas a nivel muestral no son extrapolables a la población ( $V$  de Cramer = 0,055).

### Comparativa por institución

Ahora se va a comparar las respuestas según la institución donde el estudiante realiza sus estudios de noveno grado, para saber si la institución influye o no en el razonamiento correcto y en los errores conceptuales que muestran los encuestados en su respuesta. En la tabla 4.76 se presentan las frecuencias de las respuestas dadas por los estudiantes a la pregunta 14, donde las instituciones educativas se encuentran numeradas del 1 al 5, como se indicó en el análisis de la pregunta 1.

Tabla 4.76. Comparativa de respuestas al ítem 14 según la institución donde el encuestado desarrolla su formación.

Opción seleccionada	Frecuencia					Porcentaje (%)				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
A	9	8	1	6	0	1,1	4,2	4,3	3,3	1,7
B (CC5)	4	1	6	1	5	5,8	2,8	7	8,3	1,3
C (MC4)	0	6	5	2	2	1,1	1,9	6,6	6,7	5
NS/NC	2	1	2	1	1	,2	,2	,1	,7	,1
Total	5	86	4	0	8	00	00	00	00	00

Fuente: Elaboración propia

Para el análisis descriptivo se tiene en cuenta los resultados mostrados en la tabla 4.76. En este caso, para el razonamiento correcto, el mayor porcentaje lo tiene la institución 1, con 35,8% mientras que la institución 2 tiene el porcentaje más bajo (12,8%), en este caso se tiene que la diferencia en estos valores porcentuales es de 23%.

Con respecto a los errores conceptuales relacionados con la ley de los números pequeños, oscilan entre 21,1% y 41,9%, correspondientes a las instituciones 1 y 2 respectivamente. También se observa en la tabla que existe un porcentaje alto de estudiantes que se dejan confundir con el distractor y contestan la opción a. Estos valores oscilan entre 41,1% y 54,3%, los cuales corresponden a las instituciones 1 y 3 respectivamente.

Estas diferencias son extrapolables a nivel poblacional ya que la prueba de independencia muestra diferencias significativas en las respuestas según la institución ( $p$ -valor = 0,006), con un tamaño de efecto de la institución débil ( $V$  de Cramer = 0,156).

### **Comparativa por modalidad de estadística (separada o no del resto de las matemáticas)**

Para finalizar el análisis de las respuestas a la pregunta 14 por parte de los encuestados, se revisará el efecto que tiene la forma en que las instituciones encuestadas orientan la estadística, de acuerdo con su plan de estudio. Para este fin, se tendrán en cuenta los resultados presentados en la tabla 4.77.

Tabla 4.77. Comparativa de respuestas al ítem 14 según la modalidad en la que se imparte la estadística.

Opción seleccionada	Frecuencia		Porcentaje (%)	
	No separada	Separada	No separada	Separada
A	65	109	41,9	47,8
B (CC5)	45	42	29	18,4
C (MC4)	42	77	27,1	32
NS/NC	3	4	1,9	1,8
Total	155	228	100	100

Fuente: Elaboración propia

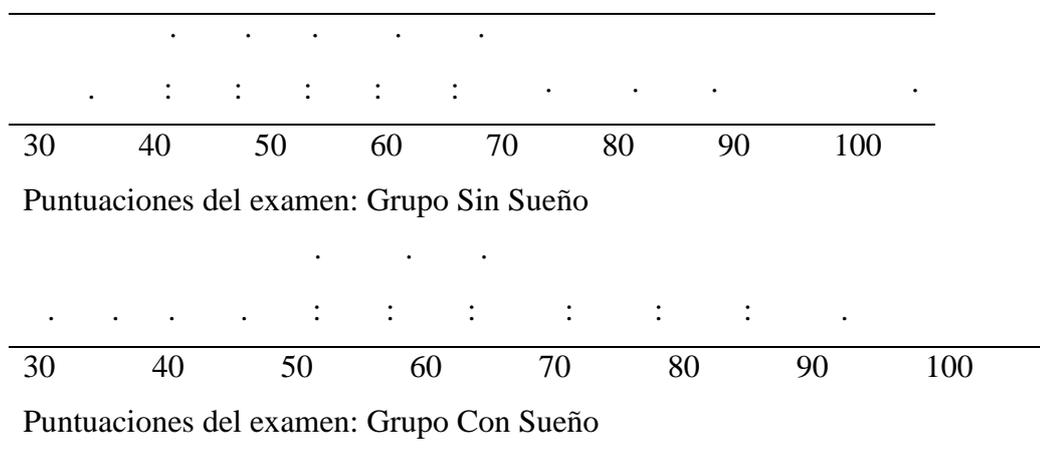
En los resultados mostrados en la tabla 4.77., se observa, que tienen un mejor razonamiento estadístico los estudiantes que pertenecen a las instituciones educativas donde la estadística no está separada de la matemática, con un 29%, mientras que las instituciones que tienen separada la estadística de la matemática tienen un 18,4%. También se observa que los estudiantes de las instituciones donde la estadística está separada de las matemáticas tienen un porcentaje mayor (32%) de errores conceptuales que los de las instituciones que no la separan (27,1%). En las 5 instituciones encuestadas

existe un porcentaje alto de estudiantes que se dejan confundir por el distractor a, donde el 47,8% corresponde a estudiantes de las instituciones que tienen la estadística separada de las matemáticas mientras que el 41.9% pertenece a instituciones que no la separan.

El análisis inferencial de la pregunta 14 muestra que, a nivel poblacional, al aplicar el contraste Chi-cuadrado de Pearson, no se observan diferencias significativas de la forma en que las instituciones imparten la estadística ( $p$ -valor = 0,058), por lo que estas pequeñas diferencias observadas a nivel muestral no son extrapolables a la población, con un tamaño de efecto débil ( $V$  de Cramer = 0,141).

**Ítem 15.** 40 estudiantes de la Universidad [College] participaron en un estudio sobre el efecto del sueño en las puntuaciones de los exámenes. Veinte de los estudiantes se ofrecieron voluntarios para permanecer despiertos toda la noche estudiando la noche anterior al examen (grupo sin-sueño). Los otros 20 estudiantes (grupo de control) se fueron a la cama alrededor de las 11.00 pm en la tarde anterior al examen. Las puntuaciones del examen para cada grupo se muestran en el gráfico a continuación. Cada punto en el gráfico representa los resultados de un estudiante en particular. Por ejemplo, los dos puntos sobre el 80 en el gráfico de abajo indican que dos estudiantes del grupo con sueño puntuaron 80 en el examen.

Tabla 4.78. Datos relacionados con la pregunta 15.



Fuente: Cuestionario SRA. Garfield (2003)

Examina los dos gráficos con detenimiento. Después elige de entre las 6 posibles conclusiones mostradas a continuación aquella con la que más de acuerdo estás.

- El grupo sin-sueño lo hizo mejor porque ninguno de los estudiantes puntuó por debajo de 40 y la puntuación más alta la obtuvo un estudiante de este grupo.
- El grupo sin-sueño lo hizo mejor porque su media parece ser un poco más alta que la media de los dos grupos.

**MC1c: Compara grupos en función de sus promedios**

- No hay diferencia entre los dos grupos porque hay un solapamiento considerable entre las puntuaciones de ambos grupos.
- No hay diferencia entre los dos grupos porque la diferencia entre sus medias es pequeña en comparación con la cantidad de variación en las puntuaciones.

**CC5: entiende la variabilidad del muestreo**

- e. El grupo con-sueño lo hizo mejor porque más estudiantes de este grupo puntuaron 80 o más.

El grupo con-sueño lo hizo mejor porque su media parece ser un poco mayor que la media del grupo sin-sueño.

**MC1c: Compara grupos en función de sus promedios**

En este caso, se evalúa el razonamiento sobre la variabilidad del muestreo (CC5) al igual que los errores conceptuales al comprar grupos con sus promedios (MC1c). En esta pregunta, la opción d es la respuesta correcta; las opciones b y f indican errores conceptuales sobre los promedios, al comparar grupos en función de la media. Las opciones a, c y e son distractores, por tanto, no evalúa ni errores conceptuales ni de razonamiento, de los considerados por Garfield en su estudio. En la tabla 4.79, se presentan las respuestas dadas a esta pregunta.

Tabla 4.79. Respuestas dadas por el alumnado al ítem 15.

Opción seleccionada	Frecuencia	Porcentaje (%)
A	58	15,1
B (MC1c)	77	20,1
C	85	22,2
D (CC5)	81	21,1
E	24	6,3
F (MC1c)	21	10,7
NS/NC	16	4,2
Total	383	100

Fuente: Elaboración propia

Ahora se analizará las respuestas dadas a la pregunta 15 por los encuestados, para lo cual se tendrá en cuenta la información presentada en la tabla 4.79, en la que se observa que solo el 21,1% de los estudiantes, razona correctamente sobre la variabilidad del muestreo. También se observa que, el 30,8% tiene errores conceptuales sobre los promedios al comparar los grupos solo por sus medias, y que el 43,6% se dejan confundir por los distractores a, c y e.

Teniendo en cuenta los estándares de competencias para matemáticas dados por el MEN en Colombia (2006), entre los cuales se encuentran los de estadística, y los Derechos Básicos de aprendizaje (2016), referenciados en el capítulo 2 del marco teórico del presente estudio, se encontraron para la pregunta 15, el estándar y DBA, que se mencionaron en la pregunta 14 para el tema del muestreo, con sus respectivas evidencias de aprendizaje:

Al finalizar el grado noveno, resuelvo y formulo problemas seleccionando información relevante en conjuntos de datos provenientes de fuentes diversas. (prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas) (Ministerio de Educación Nacional, 2006).

Y el DBA con su evidencia de aprendizaje para el grado noveno, el cual se menciona a continuación:

Propone un diseño estadístico adecuado para resolver una pregunta que indaga por la comparación sobre las distribuciones de dos grupos de datos, para lo cual usa comprensivamente diagramas de caja, medidas de tendencia central, de variación y de localización.

*Evidencias de aprendizaje:*

Define el método para recolectar los datos (encuestas, observación o experimento simple) e identifica la población y el tamaño de la muestra del estudio (Ministerio de Educación Nacional, 2006).

En cuanto al estudio de la media aritmética, se debe haber desarrollado finalizando los grados séptimo y noveno con los siguientes estándares:

Al finalizar el grado séptimo, uso medidas de tendencia central (media, mediana, moda) para interpretar el comportamiento de un conjunto de datos (Ministerio de Educación Nacional, 2006).

Al finalizar el grado noveno, interpreto y utilizo conceptos de media, mediana y moda y explico su diferencia en distribuciones de distinta dispersión y asimetría (Ministerio de Educación Nacional, 2006).

Para los cuales se tiene los siguientes DBA:

El estudiante al finalizar el grado séptimo debe evidenciar que: encuentra e interpreta las medidas de tendencia central y el rango en datos agrupados, empleando herramientas tecnológicas cuando sea posible (Ministerio de Educación Nacional, 2006).

Al finalizar el grado octavo, el estudiante debe evidenciar que: describe el comportamiento de los datos empleando las medidas de tendencia central y el rango (Ministerio de Educación Nacional, 2006).

### Comparativa por género

Ahora se analizará si el género de la persona encuestada influye en las respuestas dadas a esta pregunta y, por tanto, al razonamiento que éstos tienen sobre la variabilidad del muestreo y en el concepto de promedio, para lo cual se tendrá en cuenta la información de la tabla 4.80.

Tabla 4.80. Comparativa de respuestas al ítem 15 según el género del encuestado.

Opción seleccionada	Frecuencia		Porcentaje (%)	
	Niñas	Niños	Niñas	Niños
A	25	33	13,6	16,6
B (MC1c)	31	46	16,8	23,1
C	40	45	21,7	22,6
D (CC5)	43	38	23,4	19,1
E	15	9	8,2	4,5
F (MC1c)	20	21	10,9	10,6
NS/NC	10	7	5,4	3,5
Total	184	199	100	100

Fuente: Elaboración propia

En la tabla 4.80 se observa que las niñas tienen mejor razonamiento estadístico (23,4%) que los niños (19,1%), aunque la diferencia entre los dos géneros no es grande. Con respecto a los errores conceptuales sobre la media, las niñas tienen menos errores (27,7%) que los niños (33,7%). También se evidencia que la diferencia porcentual de estudiantes que se dejan confundir por los distractores es de 0,2%, con un 43,5% de niñas y 43,7% de niños.

Sin embargo, cuando la comparación se realiza a nivel inferencial, mediante el contraste de independencia Chi-cuadrado de Pearson, estas diferencias no son significativas ( $p$ -valor = 0,383) y, por tanto, el tamaño de efecto débil (coeficiente  $V$  de Cramer = 0,120).

### Comparativa por edad

Ahora se analizará la influencia que puede tener la edad de los encuestados en el razonamiento estadístico correcto y en los errores conceptuales que se puedan presentar a través de sus respuestas. Recordamos que las edades de los estudiantes encuestados varían entre 14 y 17 años (o más), como se mencionó anteriormente. Los resultados de las respuestas dadas a la pregunta 15 por los estudiantes, se muestran en la tabla 4.81.

Tabla 4.81. Comparativa de respuestas al ítem 15 según la edad del encuestado.

Opción seleccionada	Frecuencia				Porcentaje (%)			
	14	15	16	17	14	15	16	17
A	17	19	13	9	12,8	13,5	19,4	21,4
B (MC1c)	25	27	18	7	18,8	19,6	26,9	16,7
C	30	37	12	6	22,6	26,2	17,9	14,3
D (CC5)	30	24	14	13	22,6	17	20,9	31
E	8	12	2	2	6	8,5	3	4,8
F (MC1c)	16	16	5	4	12	11,3	7,5	9,5
NS/NC	7	6	3	1	5,3	4,3	4,5	2,4
Total	133	141	67	42	100	100	100	100

Fuente: Elaboración propia

Revisando la información de la tabla 4.81, se encuentra que las frecuencias porcentuales que indican un razonamiento estadístico correcto, relacionado con la variabilidad del muestreo, oscilan entre el 17% y el 31%, para las edades de 15 años y 17 años respectivamente. También se observa que los estudiantes que más errores conceptuales tienen son los de 16 años (34,4%) y los que menos errores conceptuales tienen sobre promedios son los de 17 años (26,2%). Con respecto a los distractores se puede decir que los estudiantes que menos se dejan confundir por los distractores son los de 16 años (40,3%) mientras que los de 15 años son los que más seleccionan las opciones que identifican a los distractores con un 48,2%.

Estas diferencias muestrales no se pueden extrapolar a la población debido a que la prueba de independencia Chi-cuadrado entre la edad y las respuestas dadas al ítem 15 no encuentra diferencias significativas ( $p$ -valor = 0,536). Esto se traduce, en un tamaño de efecto reducido de la edad sobre las respuestas dadas ( $V$  de Cramer = 0,112)

### Comparativa por jornada

Vamos a analizar si existe efecto alguno del tipo de jornada (mañana o única) de las instituciones educativas a las que pertenecen los estudiantes encuestados, en las respuestas dadas a la pregunta 15. Los resultados obtenidos se muestran en la tabla 4.82.

Tabla 4.82. Comparativa de respuestas al ítem 15 según el tipo de jornada implantada por el centro del encuestado.

Opción seleccionada	Frecuencia		Porcentaje (%)	
	Mañana	Única	Mañana	Única
A	31	27	16,8	13,6
B (MC1c)	21	56	11,4	28,1
C	46	39	25	19,6
D (CC5)	35	46	19	23,1
E	16	8	8,7	4
F (MC1c)	23	18	12,5	9
NS/NC	12	5	6,5	2,5
Total	184	199	100	100

Fuente: Elaboración propia

Al realizar un análisis de la información de la tabla 4.82., se observa que presentan un mejor razonamiento estadístico los estudiantes de jornada única (23,1%) frente al 19% de los de jornada mañana, aunque la diferencia no es elevada (4,1%). También se observa que los estudiantes de jornada única presentan más errores conceptuales (37,1%) relacionadas con la media al comparar grupos solo por su promedio, que los de jornada mañana (23,9%). De igual manera, los estudiantes de jornada única se dejan confundir menos por los distractores (37,2%), con respecto a los de jornada mañana (50,5%).

A nivel poblacional, al aplicar el contraste Chi-cuadrado de Pearson, se observan diferencias significativas ( $p$ -valor = 0,001) indicando que estas pequeñas diferencias observadas a nivel muestral son extrapolables a la población, con un tamaño de efecto moderado de la jornada en la interpretación correcta de la variabilidad del muestreo ( $V$  de Cramer = 0,235).

### Comparativa por institución

Se va a analizar ahora, si existe diferencia en las respuestas dadas por los estudiantes encuestados, según la institución donde realiza sus estudios de noveno grado, teniendo en cuenta que son 5 instituciones educativas públicas de la ciudad de Ibagué, las cuales se identifican numéricamente en la pregunta 1. Los resultados se muestran en la tabla 4.83 a continuación.

Tabla 4.83. Comparativa de respuestas al ítem 15 según la institución donde el encuestado desarrolla su formación.

Opción seleccionada	Frecuencia					Porcentaje (%)				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
A	4	1	11	10	2	4,7	2,8	1,7	6,7	5
B (MC1c)	1	7	5	6	8	2,1	,1	6,6	6,7	6,7
C	3	20	7	3	2	24,2	23,3	18,1	21,7	25
D (CC5)	9	21	6	8	7	20	24,4	27,7	13,3	14,6
E	6	8	4	2	4	6,3	9,3	4,3	3,3	8,3
F (MC1c)	5	3	8	0	5	5,3	15,1	8,5	16,7	10,4
NS/NC	7	6	3	1	0	7,4	7	3,2	1,7	0
Total	5	6	4	60	48	100	100	100	100	100

Fuente: Elaboración propia

En este caso, el razonamiento correcto sobre la variabilidad del muestreo se encuentra entre el 13,3% de la institución 4 y el 27,7% de la institución 3, casi el doble. También se observa que la institución 4, es la que presenta un mayor valor (43,4%) de errores conceptuales relacionados con el promedio, mientras que la institución 2 tiene el menor valor (23,2%), mostrando una diferencia porcentual de 20,2%, casi el doble. En cuanto a dejarse confundir por los distractores, se observa que los porcentajes oscilan entre 34,1% de la institución 3 y 58,3% de la institución 5, un porcentaje alto que supera el 50% de los estudiantes encuestados de esta institución.

En el análisis inferencial, estas diferencias no son extrapolables a nivel poblacional ya que la prueba de independencia muestra diferencias no significativas en las respuestas según la institución ( $p$ -valor = 0,078), con un tamaño de efecto débil ( $V$  de Cramer = 0,142).

### Comparativa por modalidad de estadística (separada o no del resto de las matemáticas)

Finalmente se analizará efecto sobre las respuestas, que tiene la forma en que las instituciones educativas encuestadas orientan la estadística (separada o no de las matemáticas), de acuerdo con su currículo. Los resultados de las respuestas dadas a esta pregunta se presentan en la tabla 4.84 a continuación.

Tabla 4.84. Comparativa de respuestas al ítem 15 según la modalidad en la que se imparte la estadística.

Opción seleccionada	Frecuencia		Porcentaje (%)	
	No separada	Separada	No separada	Separada
A	24	34	15,5	14,9
B (MC1c)	37	40	23,9	17,5
C	36	49	23,2	21,5
D (CC5)	27	54	17,4	23,7
E	8	16	5,2	7
F (MC1c)	15	26	9,7	11,4
NS/NC	8	9	5,2	3,9
Total	155	228	100	100

Fuente: Elaboración propia

Como se observa en la tabla 4.84, existe un mayor razonamiento (23,7%) en los estudiantes de instituciones educativas donde la estadística está separada de las matemáticas, que en donde no se separa (17,4%). También se observa que los estudiantes de las instituciones donde la estadística está separada de las matemáticas tienen un porcentaje menor (28,9%) de errores conceptuales relacionados con la media, que los de las instituciones que no la separan (33,6%). En cuanto a los distractores, se puede decir que, no existe diferencia en dejarse confundir por ellos, entre los estudiantes que ven la estadística separada (43,4%) y los que la ven integrada a las matemáticas (43,9%).

El análisis inferencial muestra que, a nivel poblacional, al aplicar el contraste Chi-cuadrado de Pearson, no se observan diferencias significativas de la forma en que las instituciones imparten la estadística, por lo que estas pequeñas diferencias observadas a nivel muestral no son extrapolables a la población ( $p$ -valor = 0,486), con un tamaño de efecto débil ( $V$  de Cramer = 0,110).

**Ítem 17.** El comité escolar de una pequeña ciudad quería determinar el número medio de niños por unidad familiar en su localidad. Dividieron el número total de niños de la ciudad entre 50, el número total de unidades familiares. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones debe ser cierta si la media de niños por unidad familiar es de 2'2?

- a. La mitad de las unidades familiares de la ciudad tienen más de 2 niños.

**MC1c: Compara grupos en función de sus promedios**

- b. Más unidades familiares en la ciudad tienen 3 niños que las que tienen 2 niños.  
c. Hay un total de 110 niños en la ciudad.

**CC2: Entiende como seleccionar un promedio adecuado**

- d. Hay 2'2 niños en la ciudad por cada adulto.  
e. El número más común de niños en las unidades familiares es 2.

**MC1a: Los promedios son el número más común**

- f. Ninguna de las anteriores.

Esta pregunta evalúa como seleccionar correctamente un promedio adecuado (CC2), donde la opción c es la respuesta correcta. Las opciones a (MC1c) y e (MC1a) indican errores conceptuales relacionados con la media, en los que se compara grupos solo por el valor promedio (MC1c) y en los que se confunde la media con la moda (MC1a). Las opciones b, d y f son distractores por tanto no evalúan errores de razonamiento ni errores conceptuales de los considerados en el estudio de Garfield (2006). Las respuestas dadas a esta pregunta por los estudiantes encuestados se resumen en la Tabla 4.85.

Tabla 4.85. Respuestas dadas por el alumnado al ítem 17.

Opción seleccionada	Frecuencia	Porcentaje (%)
A (MC1d)	50	13,1
B	36	9,4
C (CC2)	73	19,1
D	75	19,6
E (MC1a)	102	26,6
F	34	8,9
NS/NC	11	2,9
Total	383	100

Fuente: Elaboración propia

Como puede observarse en la tabla 4.85, solo el 19,1% de los encuestados entiende como obtener un promedio adecuado y cuáles son las mejores medidas de tendencia central para usar de acuerdo con las condiciones de la situación presentada. Con respecto a los errores conceptuales, se observa que el 39,7% de los estudiantes tienen errores conceptuales sobre la media, al pensar que la media es el número más común, por tanto, confunden la media con la moda (26,6%) y al comparar grupos en función de sus promedios (13,1%). Adicionalmente se encuentra que un 37,9% de los estudiantes se dejan confundir por los distractores.

Con respecto al sistema educativo colombiano, desde el 2006, estableció los estándares por competencias para matemáticas, entre las que se encuentran las competencias en estadística que un estudiante debe tener para desarrollar el pensamiento estadístico al terminar cada uno de los niveles educativos que estipula la Ley 115 de 1994, tal como se mencionó en el marco teórico. En el caso del presente estudio, se está haciendo un análisis del razonamiento estadístico, sobre los promedios y la selección adecuada de la media aritmética, de los estudiantes al finalizar el grado noveno, cuando finaliza la educación básica. Al revisar los estándares de matemáticas, se tiene que el estudio de la media aritmética se debe haber desarrollado finalizando los grados séptimo y noveno con los siguientes estándares:

Al finalizar el grado séptimo, uso medidas de tendencia central (media, mediana, moda) para interpretar el comportamiento de un conjunto de datos (Ministerio de Educación Nacional, 2006).

Al finalizar el grado séptimo, interpreto y utilizo conceptos de media, mediana y moda y explico su diferencia en distribuciones de distinta dispersión y asimetría (Ministerio de Educación Nacional, 2006).

Observando los resultados presentados en la tabla 4.85, se encuentra que solo el 19,1,8% de los 383 estudiantes encuestados han alcanzado las competencias establecidas en los estándares mencionados anteriormente.

Con respecto a los DBA de matemáticas, el estudiante al finalizar el grado séptimo debe evidenciar que:

Encuentra e interpreta las medidas de tendencia central y el rango en datos agrupados, empleando herramientas tecnológicas cuando sea posible (Ministerio de Educación Nacional, 2006).

De igual manera, al finalizar el grado octavo, el estudiante debe evidenciar que:

- Describe el comportamiento de los datos empleando las medidas de tendencia central y el rango (Ministerio de Educación Nacional, 2006).

Reconoce cómo varían las medidas de tendencia central y el rango cuando varían los datos (Ministerio de Educación Nacional, 2006).

- **Comparativa por género**

Ahora se analizarán las respuestas dadas por los estudiantes, teniendo en cuenta el género del encuestado, y, por tanto, el razonamiento que éstos tienen de cómo seleccionar una media adecuada. Los resultados de las respuestas se presentan en la tabla 4.86.

Tabla 4.86. Comparativa de respuestas al ítem 17 según el género del encuestado.

Opción seleccionada	Frecuencia		Porcentaje (%)	
	Niñas	Niños	Niñas	Niños
A (MC1d)	22	28	12	14,1
B	15	21	8,2	10,6
C (CC2)	32	41	17,4	20,6
D	38	37	20,7	18,6
E (MC1a)	56	46	30,4	23,1
F	16	18	8,7	9
NS/NC	5	8	2,7	4
Total	184	199	100	100

Fuente: Elaboración propia

Teniendo en cuenta la información presentada en la tabla 4.86, se observa que la diferencia en el razonamiento correcto para seleccionar una media adecuada según el género es pequeña (3,2%), siendo mayor el razonamiento en los niños (20,6%) que en las niñas (17,4%), con errores conceptuales del 42,4% correspondiente a las niñas y 37,7% de los niños encuestados. Estos errores conceptuales sobre la media corresponden a dos tipos de error: 1) considerar que el promedio es el número más común, donde las niñas presentan el mayor valor (30,4%) que los niños (23,1%) y, 2) comparar grupos en función de su promedio, donde los niños tienen un porcentaje mayor (14,1%) de este tipo de errores que las niñas (12%). Con respecto a los distractores, en la tabla se observa que los

estudiantes correspondientes a ambos géneros se dejan confundir por los mismos, con una diferencia porcentual de 0,6% de los niños (38,2%) que las niñas (37,6%).

Sin embargo, cuando la comparación se realiza a nivel inferencial, mediante el contraste de independencia Chi-cuadrado de Pearson, estas diferencias no son significativas ( $p$ -valor = 0,615) y, por tanto, el tamaño de efecto débil (coeficiente  $V$  de Cramer = 0,098).

### Comparativa por edad

A continuación, veamos si en las respuestas dadas a este ítem hay diferencias en función de la edad del encuestado, teniendo en cuenta que las edades varían entre 14 años y 17 años, como se muestra en la tabla 4.87.

Tabla 4.87. Comparativa de respuestas al ítem 17 según la edad del encuestado.

Opción seleccionada	Frecuencia				Porcentaje (%)			
	14	15	16	17	14	15	16	17
A (MC1d)	17	14	13	6	12,8	9,9	19,4	14,3
B	12	12	9	3	9	8,5	13,4	7,1
C (CC2)	24	27	13	9	18	19,1	19,4	21,4
D	30	26	10	9	22,6	18,4	14,9	21,4
E (MC1a)	32	44	17	9	24,1	31,2	25,4	21,4
F	9	16	3	6	6,8	11,3	4,5	14,3
NS/NC	9	2	2	0	6,8	1,4	3	0
Total	133	141	67	42	100	100	100	100

Fuente: Elaboración propia

Como se observa en la Tabla 4.87, el razonamiento correcto oscila entre el 18% y el 21,4% que corresponden a los estudiantes de 14 años y 17 o más años respectivamente. También se observa. Con respecto a los errores, se observa que la confusión entre media y moda es el error más común a todas las edades con porcentajes que oscilan entre el 21,4% de los estudiantes de 17 o más años y el 31,2% de los estudiantes de 15 años. El error de comparar grupos en función de sus promedios, lo cometen entre el 9,9% de los estudiantes de 15 años y el 19,4% de los estudiantes de 16 años. También se observa que el porcentaje de estudiantes que se dejan confundir por los distractores es mayor que el

de los que razonan correctamente y se encuentran entre el 32,8% de los estudiantes de 16 años y el 42,8% de los de 17 años o más.

Estas diferencias muestrales no son extrapolables a la población, debido a que la prueba de independencia Chi-cuadrado entre la edad y las respuestas dadas al ítem 17 no encuentra diferencias significativas ( $p$ -valor = 0,646), con un tamaño de efecto débil de la edad sobre las respuestas dadas ( $V$  de Cramer = 0,106).

### Comparativa por jornada

Para analizar las respuestas dadas a esta pregunta, por los estudiantes encuestados, según el tipo de jornada de la institución educativa donde realiza sus estudios de grado noveno, se tendrá en cuenta la información presentada en la tabla 4.88.

Tabla 4.88. Comparativa de respuestas al ítem 17 según el tipo de jornada implantada por el centro del encuestado.

Opción seleccionada	Frecuencia		Porcentaje (%)	
	Mañana	Única	Mañana	Única
A (MC1d)	20	30	10,9	15,1
B	22	14	12	7
C (CC2)	37	36	20,1	18,1
D	36	39	19,6	19,6
E (MC1a)	50	52	27,2	26,1
F	13	21	7,1	10,6
NS/NC	6	7	3,3	3,5
Total	184	199	100	100

Fuente: Elaboración propia

La diferencia en el razonamiento correcto de la comprensión de lo que las medidas de tendencia central dicen sobre un conjunto de datos, en este caso concreto, cómo seleccionar un promedio adecuado, es del 2%, donde el mayor valor lo tienen los estudiantes de instituciones de jornada mañana con el 20,1%. En ambos tipos de jornada, el error que más se comete es el confundir la media con la moda, teniendo un valor porcentual del 26,1% de los de jornada única y del 27,2% los de jornada mañana. Un porcentaje menor que los anteriores, pero significativo de los encuestados, cometen errores de comparar los grupos solo por su promedio, presentando un mayor valor los de

jornada única (15,1%), con respecto al 10,9% de los de jornada mañana. En cuanto a los distractores, se observa que los estudiantes de jornada mañana se dejan confundir más, con un 38,7%, mientras que los de jornada única con el 37,2%, aunque la diferencia entre estos valores es relativamente pequeña, con respecto a la población son valores altos, cercanos al 40%.

Al realizar el análisis inferencial, se tiene que, al aplicar el contraste Chi-cuadrado de Pearson, no se observan diferencias significativas ( $p$ -valor = 0,379) por lo que estas pequeñas diferencias observadas a nivel muestral no son extrapolables a la población, con un tamaño de efecto débil del tipo de jornada sobre las respuestas dadas ( $V$  de Cramer = 0,120).

### Comparativa por institución

En esta parte se va a comparar las respuestas según la institución donde el estudiante realiza sus estudios de noveno grado. Como se ha mencionado previamente, se han analizado 5 instituciones públicas de Ibagué –Tolima, las cuales se identifican numéricamente como se describió en la pregunta 1. Las frecuencias y los porcentajes de respuesta a cada opción en el ítem 1 se muestran en la Tabla 4.89.

Tabla 4.89. Comparativa de respuestas al ítem 17 según la institución donde el encuestado desarrolla su formación.

Opción seleccionada	Frecuencia					Porcentaje (%)				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
A (MC1d)	10	11	7	16	6	10,5	12,8	7,4	26,7	12,5
B	12	13	3	4	4	12,6	15,1	3,2	6,7	8,3
C (CC2)	23	12	11	15	12	24,2	14	11,7	25	25
D	21	13	21	10	10	22,1	15,1	22,3	16,7	20,8
E (MC1a)	18	26	36	9	13	18,9	30,2	38,3	15	27,1
F	8	7	11	5	3	8,4	8,1	11,7	8,3	6,3
NS/NC	3	4	5	1	0	3,2	4,7	5,3	1,7	0
Total	95	86	94	60	48	100	100	100	100	100

Fuente: Elaboración propia

Como se observe en la tabla 4.89, la diferencia en el razonamiento correcto de cómo seleccionar un promedio adecuado es del 13,3%, donde los estudiantes de las

instituciones educativas 4 y 5 tienen el mayor valor porcentual (25%) y los de la institución 3 el menor (11,7%). En ambos tipos de jornada, el error que más se comete es el confundir la media con la moda, siendo mayor en la institución 3 (38,3%) y menor en la institución 4 (15%). De igual manera, los estudiantes también cometen errores de comparar grupos por el promedio, presentando un mayor valor de este error, los de la institución 4 (26,7%), con respecto al 7,4% de los de la institución 3, quienes son los que menos muestran este tipo de error. En cuanto a los distractores, se observa que los estudiantes de la institución 1 son los que más se dejan confundir, con un 43,1%, mientras que los de la institución 4 tienden menos a confundirse con los distractores, con el 31,7%, los cuales son valores altos.

A nivel inferencial, se encuentra que estas diferencias son extrapolables a nivel poblacional ya que la prueba de independencia muestra diferencias significativas en las respuestas según la institución ( $p$ -valor = 0,004), con un tamaño de efecto de la institución débil ( $V$  de Cramer = 0,165).

#### **Comparativa por modalidad de estadística (separada o no del resto de las matemáticas)**

Para finalizar el análisis descriptivo de la pregunta 17, se analizará el efecto sobre las respuestas, que tiene la forma en que las instituciones educativas encuestadas orientan la estadística (separada o no de las matemáticas), de acuerdo con su currículo. Los resultados de las respuestas dadas a esta pregunta se presentan en la tabla 4.90 a continuación.

Tabla 4.90. Comparativa de respuestas al ítem 17 según la modalidad en la que se imparte la estadística.

Opción seleccionada	Frecuencia		Porcentaje (%)	
	No separada	Separada	No separada	Separada
A (MC1d)	26	24	16,8	10,5
B	16	20	10,3	8,8
C (CC2)	38	35	24,5	15,4
D	31	44	20	19,3
E (MC1a)	27	75	17,4	32,9
F	13	21	8,4	9,2

NS/NC	4	9	2,6	3,9
Total	155	228	100	100

Fuente: Elaboración propia

Observando la información de la tabla 4.90, se encuentra que existe un mayor razonamiento (24,5%) en los estudiantes de instituciones educativas donde la estadística no está separada de las matemáticas, que en donde se separa (15,4%). También se observa que los estudiantes de las instituciones donde la estadística no está separada de las matemáticas tienen un porcentaje menor (17,4%) de errores conceptuales relacionados con la media porque la confunden con la moda, que los de las instituciones que la separan (32,9,6%). En cuanto a los distractores, se puede decir que, no existe una diferencia grande (1,4%), en dejarse confundir por ellos, entre los estudiantes que ven la estadística separada (37,3%) y los que la ven integrada a las matemáticas (38,7%).

El análisis inferencial muestra que, a nivel poblacional, al aplicar el contraste Chi-cuadrado de Pearson, se observan diferencias significativas de la forma en que las instituciones imparten la estadística, por lo que estas diferencias observadas a nivel muestral son extrapolables a la población ( $p$ -valor = 0,009), con un tamaño de efecto moderado ( $V$  de Cramer = 0,204).

**Ítem 18.** Cuando dos dados se lanzan simultáneamente es posible que uno de los siguientes dos resultados ocurra: *Resultado 1:* Se obtienen un 5 y un 6. *Resultado 2:* Se obtiene un 5 dos veces.

Selecciona la respuesta con la que estás más de acuerdo:

- a. Las probabilidades de obtener cada uno de estos resultados es la misma.

**MC7: Sesgo de equiprobabilidad**

- b. Hay mayor probabilidad de obtener el resultado 1.

**CC3b: Utiliza el razonamiento combinatorio**

- c. Hay mayor probabilidad de obtener el resultado 2.  
d. Es imposible dar una respuesta. (Por favor, explica por qué)

En esta pregunta se evalúa el razonamiento combinatorio (CC3b) y la capacidad que tiene el estudiante para reconocer que existen sucesos que no son igualmente probables (MC7). En este caso, la opción b nos indica un razonamiento correcto, la opción a, indica los errores conceptuales y las opciones c y d son distractores que no evalúan errores conceptuales ni el razonamiento correcto, planteados por Garfield (2003) en su estudio. La tabla 4.91. Muestra las respuestas dadas a esta pregunta, con sus respectivas frecuencias, en la cual se observa que el 26,4% de los estudiantes encuestados, presentan un razonamiento probabilístico correcto., mientras que el 31,9% tiene errores conceptuales relacionados con identificar eventos equiprobables. A la vez se observa que el 39,9% se deja confundir por los distractores.

Tabla 4.91. Respuestas dadas por el alumnado al ítem 18.

Opción seleccionada	Frecuencia	Porcentaje (%)
A (MC7)	122	31,9
B (CC3b)	101	26,4
C	72	18,8
D	81	21,1
NS/NC	7	1,8
Total	383	100

Fuente: Elaboración propia

Al revisar los estándares de competencias en matemáticas, establecidos por el MEN en Colombia, para la educación básica, se encontraron dos estándares para esta pregunta, los cuales se mencionan a continuación:

Al finalizar el grado noveno, calculo la probabilidad de eventos simples usando métodos diversos (listados, diagramas de árbol, técnicas de conteo) (Ministerio de Educación Nacional, 2006).

Al finalizar el grado noveno, uso conceptos básicos de probabilidad (espacio muestral, evento, independencia, etc.) (Ministerio de Educación Nacional, 2006).

Para los anteriores estándares, se encontró el siguiente DBA, que corresponde al grado noveno:

Encuentra el número de posibles resultados de un experimento aleatorio, usando métodos adecuados (diagramas de árbol, combinaciones, permutaciones, regla de la multiplicación, etc.) (Ministerio de Educación Nacional, 2006).

### Comparativa por género

Se analizará a continuación si el género del encuestado afecta el razonamiento probabilístico correcto cuando identifica que existen eventos igualmente probables de que ocurran. En la tabla 4.92 se observa que las niñas tienen mejor razonamiento con un 29,9%, que los niños con un 23,1%. De igual manera, se puede decir que 30,4% de las niñas tienen errores conceptuales relacionados con eventos equiprobables, mientras que los niños tienen mayores errores conceptuales con un 33,1%. Los resultados muestran que el 38% de las niñas se dejan influenciar menos por los distractores, un porcentaje ligeramente menor que el de los niños en 3,7%. De manera descriptiva podría decirse que el género si afecta el razonamiento probabilístico en los encuestados.

Tabla 4.92. Comparativa de respuestas al ítem 18 según el género del encuestado

Opción seleccionada	Frecuencia		Porcentaje (%)	
	Niñas	Niños	Niñas	Niños
A (MC7)	56	66	30,4	33,2
B (CC3b)	55	46	29,9	23,1
C	30	42	16,3	21,1
D	40	41	21,7	20,6
NS/NC	3	4	1,6	2

Total	184	199	100	100
-------	-----	-----	-----	-----

Fuente: Elaboración propia

Sin embargo, cuando la comparación se realiza a nivel inferencial, mediante el contraste de independencia Chi-cuadrado de Pearson, estas diferencias no son significativas ( $p$ -valor = 0,374) con un tamaño de efecto débil (coeficiente V de Cramer = 0,091).

### Comparativa por edad

Ahora se analizará si las respuestas dadas a este ítem dependen de la edad del encuestado. Como se muestra en la Tabla 4.93, los de 14 años tienen el mayor razonamiento correcto con un 30,8%, mientras que los de 16 años son los que tienen el razonamiento más bajo con 19,4%. En cuanto a los errores conceptuales, se observa que los de 14 años son los que más tienen con un 34,6%, mientras que los de 17 años tienen el menor valor que es 26,2%, aunque son los que más se dejan confundir por los distractores con un 50%.

Tabla 4.93. Comparativa de respuestas al ítem 18 según la edad del encuestado.

Opción seleccionada	Frecuencia				Porcentaje (%)			
	14	15	16	17	14	15	16	17
A (MC7)	46	45	20	11	34,6	31,9	29,9	26,2
B (CC3b)	41	38	13	9	30,8	27	19,4	21,4
C	27	24	12	9	20,3	17	17,9	21,4
D	18	31	20	12	13,5	22	29,4	28,6
NS/NC	1	3	2	1	0,8	2,1	3	2,4
Total	133	141	67	42	100	100	100	100

Fuente: Elaboración propia

Estas diferencias muestrales no se traducen a la población en tanto que la prueba de independencia Chi-cuadrado entre la edad y las respuestas dadas al ítem 1 no encuentra diferencias significativas ( $p$ -valor = 0,262). Esto se traduce en un efecto débil de la edad sobre las respuestas dadas (V de Cramer = 0,100)

### Comparativa por jornada

Ahora se va a analizar si el tipo de jornada de la institución donde estudia el encuestado, influye en el resultado de las respuestas a este ítem, las cuales se presentan en la tabla 4.94. En este caso se puede decir que los estudiantes de instituciones con jornada única mejora un poco el razonamiento probabilístico con una pequeña diferencia de 3,6%, aunque también son los que más errores conceptuales tienen al no identificar sucesos equiprobables, con un porcentaje de 33,2% frente a un 30,4% de los que se encuentran en la jornada mañana. Aunque también es notorio que los estudiantes de jornada única se dejan confundir menos por los distractores que los de jornada mañana, con una diferencia porcentual de 7,8%.

Tabla 4.94. Comparativa de respuestas al ítem 18 según el tipo de jornada implantada por el centro del encuestado.

Opción seleccionada	Frecuencia		Porcentaje (%)	
	Mañana	Única	Mañana	Única
A (MC7)	56	66	30,4	33,2
B (CC3b)	45	56	24,5	28,1
C	39	33	21,2	16,6
D	42	39	22,8	19,6
NS/NC	2	5	1,1	2,5
Total	184	199	100	100

Fuente: Elaboración propia

Las diferencias observadas anteriormente, no son significativas a nivel poblacional, al aplicar el contraste Chi-cuadrado de Pearson ( $p$ -valor = 0,523), por lo que estas pequeñas diferencias observadas a nivel muestral no son extrapolables a la población ( $V$  de Cramer = 0,077).

### Comparativa por institución

Ahora se compararán las respuestas según la institución educativa donde estudian los encuestados. En la tabla 4.95 se muestran los resultados de las respuestas a las diferentes opciones de la pregunta 18. Aquí se puede observar que los estudiantes de la IE4 presentan un mayor razonamiento (33,3%), mientras que los de la IE2 son los que tienen el menor razonamiento (20,9%). En cuanto a los errores conceptuales presentados

en las respuestas, se observa que los estudiantes de la IE3 son los que más errores conceptuales tiene (37,2%) y los que pertenecen a la IE1 son los que menos errores conceptuales tienen al contestar este ítem (28,4%). Además se observa que los estudiantes de la IE2 se dejan confundir más por los distractores (48,9%), y los de la IE3 son los que menos se dejan influenciar por los distractores.

Tabla 4.95. Comparativa de respuestas al ítem 18 según la institución donde el encuestado desarrolla su formación.

<b>Opción seleccionada</b>	<b>Frecuencia</b>					<b>Porcentaje (%)</b>				
	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
A (MC7)	27	25	35	18	17	28,4	29,1	37,2	30	35,4
B (CC3b)	25	18	27	20	11	26,3	20,9	28,7	33,3	22,9
C	23	20	12	9	8	24,2	23,3	12,8	15	16,7
D	20	22	16	12	11	21,1	25,6	17	20	22,9
NS/NC	0	1	4	1	1	0	1,2	4,3	1,7	2,1
Total	95	86	94	60	48	100	100	100	100	100

Fuente: Elaboración propia

Estas diferencias no son extrapolables a nivel poblacional ya que la prueba de independencia no muestra diferencias significativas en las respuestas según la institución ( $p$ -valor = 0,568), con un tamaño de efecto de la institución débil ( $V$  de Cramer = 0,097).

### **Comparativa por modalidad de estadística (separada o no del resto de las matemáticas)**

Para finalizar, se va a analizar si la modalidad en que las instituciones educativas encuestadas orientan la estadística de acuerdo con su currículo como área separada o no de las matemáticas, influye en el razonamiento probabilístico de los estudiantes. Teniendo en cuenta los resultados de la tabla 4.96, curiosamente se observa que tienen mejor razonamiento correcto los estudiantes de instituciones donde no separan la estadística de las matemáticas (29,0%), con respecto a los que se encuentran en instituciones que sí la separan (24,6%).

Con relación a los errores conceptuales, se observa que los de las instituciones que separan la estadística, presentan un mayor porcentaje (33,8%) comparado con un (29,0%) de los estudiantes de instituciones que no la separan, aunque se dejan confundir

menos por los distractores (39,0%) que los de las instituciones donde no separan la estadística (41,2%).

Tabla 4.96. Comparativa de respuestas al ítem 18 según la modalidad en la que se imparte la estadística.

Opción seleccionada	Frecuencia		Porcentaje (%)	
	No separada	Separada	No separada	Separada
A (MC7)	45	77	29,0	33,8
B (CC3b)	45	56	29,0	24,6
C	32	40	20,6	17,5
D	32	49	20,6	21,5
NS/NC	1	6	0,6	2,6
Total	155	228	100	100

Fuente: Elaboración propia

En el análisis inferencial, después de realizar las pruebas de chi-cuadrado, se observa que esta diferencia no es significativa ( $p$ -valor = 0,613), a nivel poblacional ( $V$  de Cramer = 0,69), con un tamaño de efecto débil de la modalidad en que se imparte la estadística.

**Ítem 19.** Cuando tres dados se tiran simultáneamente, ¿cuál de los siguientes resultados se obtendría con MAYOR PROBABILIDAD?

a. *Resultado 1:* “Un 5, un 3 y un 6”

**CC3b: Utiliza el razonamiento combinado**

b. *Resultado 2:* “Un 5 tres veces”

c. *Resultado 3:* “Un 5 dos veces y un 3”

d. Los tres resultados son igualmente probables.

**MC7: Sesgo de equiprobabilidad**

Aquí se evalúa el razonamiento combinatorio y el conocimiento de que existen sucesos que no son igualmente probables (CC3b), siendo opción a la respuesta que nos indica el razonamiento correcto, la opción d nos indica que el evaluado tiene errores conceptuales al considerar igualmente probables eventos con desigual probabilidad (MC7), mientras que las opciones b y c son distractores en el momento de seleccionar una respuesta. En la tabla 4.97 se muestran las frecuencias y porcentajes de las respuestas dadas a esta pregunta.

Tabla 4.97. Respuestas dadas por el alumnado al ítem 19.

Opción seleccionada	Frecuencia	Porcentaje (%)
A (CC3b))	93	24,3
B	53	13,8
C	85	22,2
D (MC7)	148	38,6
NS/NC	4	1
Total	383	100

Fuente: Elaboración propia

Al observar los datos de la tabla 4.97, es notorio que solo el 24,3% de los encuestados optan por la opción a, la cual nos indica el razonamiento probabilístico correcto, aunque el 38,6% de los encuestados tiene errores conceptuales relacionado con la aplicación de la probabilidad a eventos igualmente probables. También se puede observar que el 36,0% de los estudiantes se deja confundir por las opciones que sirven de distractores, un porcentaje muy cercano al de los errores conceptuales.

Teniendo en cuenta que en el sistema educativo colombiano se evalúa por competencias desde que salieron los estándares en el año 2006, tal como se explicó detalladamente en el capítulo 3. Los estándares y DBA para el ítem 19, relacionados con el razonamiento correcto CC3b, donde el estudiante utiliza el razonamiento combinatorio y el error conceptual MC7, que presenta al pensar que sucesos con desigual probabilidad tienden a considerarse igualmente probables, se mencionaron ampliamente en el ítem 18. Por tanto, el razonamiento probabilístico evaluado en este ítem corresponde al grado que cursaban los estudiantes encuestados en cuanto el concepto de probabilidad y de eventos equiprobables.

### Comparativa por género

A continuación, se analizará si el género de las personas encuestadas influye en las respuestas dadas a esta pregunta y, por tanto, al razonamiento que éstos tienen sobre las diferentes posibilidades de ocurrencia de un evento.

En la tabla 4.98 se observa que los niños tienen un porcentaje mayor (26,1%) que las niñas (22,3%), en el razonamiento probabilístico correcto. Además, los niños tienen menos errores conceptuales (30,2%) que las niñas (47,8%) sobre la equiprobabilidad, pero los niños se dejan confundir más (42,7%) con la presencia de los distractores entre las opciones de respuesta que las niñas con un (28,8%).

Tabla 4.98. Comparativa de respuestas al ítem 19 según el género del encuestado.

Opción seleccionada	Frecuencia		Porcentaje (%)	
	Niñas	Niños	Niñas	Niños
A (CC3b)	41	52	22,3	26,1
B	23	30	12,5	15,1
C	30	55	16,3	27,6
D (MC7)	88	60	47,8	30,2
NS/NC	2	2	1,1	1
Total	184	199	100	100

Fuente: Elaboración propia

Cuando la comparación se realiza a nivel inferencial, mediante el contraste de independencia Chi-cuadrado de Pearson, estas diferencias son significativas ( $p$ -valor = 0,003) y, por tanto, el tamaño de efecto débil (coeficiente  $V$  de Cramer = 0,194).

### Comparativa por edad

Veamos, si las respuestas dadas en este ítem difieren en función de la edad de los encuestados. Se observa en la Tabla 4.99, que existe una diferencia grande en el razonamiento probabilístico de los estudiantes de 17 años con un 42,9%, con respecto a un 19,4% correspondiente al razonamiento de los que tienen 16 años, lo cual muestra una diferencia porcentual de 23,5%. También se observa que los estudiantes con más errores conceptuales son los de 14 años con un 42,9%, frente a los de 17 años con 26,2%. Los estudiantes que menos se dejan confundir por los distractores son los de 17 años (31,8) mientras que los de 16 años son los que presentan más porcentaje en sus respuestas (47,8%).

Tabla 4.99. Comparativa de respuestas al ítem 19 según la edad del encuestado.

Opción seleccionada	Frecuencia				Porcentaje (%)			
	14	15	16	17	14	15	16	17
A (CC3b)	28	34	13	18	21,1	24,1	19,4	42,9
B	16	16	16	5	12	11,3	23,9	11,9
C	30	31	16	8	22,6	22	23,9	19,9
D (MC7)	57	59	21	11	42,9	41,8	31,3	26,2
NS/NC	2	1	1	0	1,5	0,7	1,5	0,0
Total	133	141	67	42	100	100	100	100

Fuente: Elaboración propia

Estas diferencias muestrales se pueden extrapolar a la población en cuanto que la prueba de independencia Chi-cuadrado entre la edad y las respuestas dadas en este ítem se encuentra una pequeña diferencia significativa ( $p$ -valor = 0,049). Esto se traduce en un tamaño de efecto reducido de la edad sobre las respuestas dadas ( $V$  de Cramer = 0,122).

### Comparativa por jornada

A continuación, se analizará la influencia que tiene el tipo de jornada ofertada por las instituciones educativas en el razonamiento probabilístico. Para ello se presentan los resultados de las respuestas al ítem 19, en la tabla 4.100, en donde se observa que los estudiantes que tuvieron un mayor razonamiento probabilístico en esta pregunta son los que pertenecen a las instituciones con jornada mañana (26,6%), mientras que los de

jornada única presentan el menor razonamiento (22,1%). Por el contrario, se encuentra que los estudiantes de jornada mañana tienen mayores errores conceptuales sobre la equiprobabilidad (45,1%) con respecto a los de jornada única (32,7%), lo cual muestra una diferencia significativa de 12,4%, y que el tipo de jornada sí influye en los errores conceptuales. En cuanto a los distractores, se observa que los estudiantes de jornada única se dejan confundir más por los distractores (44,2%) que los de jornada mañana (27,1%) para el caso donde se aplique el razonamiento probabilístico y el concepto de equiprobabilidad.

Tabla 4.100. Comparativa de respuestas al ítem 19 según el tipo de jornada implantada por el centro del encuestado.

Opción seleccionada	Frecuencia		Porcentaje (%)	
	Mañana	Única	Mañana	Única
A (CC3b)	49	44	26,6	22,1
B	24	29	13	14,6
C	26	59	14,1	29,6
D (MC7)	83	65	45,1	32,7
NS/NC	2	2	1,1	1
Total	184	199	100	100

Fuente: Elaboración propia

A nivel poblacional, al aplicar el contraste Chi-cuadrado de Pearson, se observan diferencias significativas ( $p$ -valor = 0,002) por lo que estas diferencias observadas a nivel muestral se pueden extrapolar a la población y tienen sentido con un tamaño de efecto moderado ( $V$  de Cramer = 0,200).

### Comparativa por institución

Ahora se analizará si las respuestas dadas varían en función del tipo de institución donde los encuestados realizan sus estudios de educación básica secundaria. Las frecuencias y los porcentajes de respuesta a cada opción en el ítem 19 se muestran en la Tabla 4.101, observando que los estudiantes de la IE4 son los que tienen el mayor razonamiento correcto (31,7%) y la IE3, la que tiene el menor (14,9%), con una diferencia porcentual de 16,8%.

En cuanto a los errores conceptuales de los encuestados, sorprende el porcentaje alto que presentan los estudiantes de la IE2, con un (48,8%), mientras que los de la IE1 presentan el menor porcentaje (24,2%), que sigue siendo un valor alto de errores conceptuales con una diferencia porcentual de 24,6%. Con respecto a los distractores en las opciones de respuesta a esta pregunta, los estudiantes de la IE1 son los que más se dejan influenciar por los distractores con un 48,4%, comparado con el menor valor que corresponde a la IE2, quienes se dejan confundir menos por los distractores (25,6%).

Tabla 4.101. Comparativa de respuestas al ítem 19 según la institución donde el encuestado desarrolla su formación.

Opción seleccionada	Frecuencia					Porcentaje (%)				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
A (CC3b)	26	21	14	19	13	27,4	24,4	14,9	31,7	27,1
B	17	11	11	9	5	17,9	12,8	11,7	15	10,4
C	29	11	24	12	9	30,5	12,8	25,5	20	18,8
D (MC7)	23	42	44	19	20	24,2	48,8	46,8	31,7	41,7
NS/NC	0	1	1	1	1	0	1,2	1,1	1,7	2,1
Total	95	86	94	60	48	100	100	100	100	100

Fuente: Elaboración propia

Estas diferencias son extrapolables a nivel poblacional ya que la prueba de independencia muestra diferencias significativas en las respuestas según la institución ( $p$ -valor = 0,018), con un tamaño de efecto de la institución débil ( $V$  de Cramer = 0,146).

### **Comparativa por modalidad de estadística (separada o no del resto de las matemáticas)**

Para finalizar, se va a comparar si la modalidad de orientar la estadística separada o no de las matemáticas, de acuerdo con el currículo de las instituciones educativas. En la Tabla 4.102, se observa que tienen un mejor razonamiento probabilístico los estudiantes que pertenecen a las instituciones educativas donde la estadística no está separada de la matemática, con un 29,0%, mientras que las instituciones que tienen separada la estadística de la matemática tienen un 21,1%.

Con respecto a los errores conceptuales se tiene que los estudiantes donde separan la estadística tienen más errores conceptuales (46,5%) que los que estudian en colegios

donde no la separan (27,1%), lo cual produce una diferencia de 19,4%. También se puede decir que los estudiantes encuestados que más se dejan confundir por los distractores (43,3%), son los de las instituciones que no tienen separada la estadística, frente al 31,1% de los que se encuentran en instituciones que separan la estadística.

Tabla 4.102. Comparativa de respuestas al ítem 19 según la modalidad en la que se imparte la estadística.

Opción seleccionada	Frecuencia		Porcentaje (%)	
	No separada	Separada	No separada	Separada
A (CC3b)	45	48	29,0	21,1
B	26	27	16,8	11,8
C	41	44	26,5	19,3
D (MC7)	42	106	27,1	46,5
NS/NC	1	3	0,6	1,3
Total	155	228	100	100

Fuente: Elaboración propia

Al realizar el análisis inferencial, se encuentra que esta diferencia es extrapolable a nivel poblacional ya que la prueba de independencia muestra diferencias significativas en las respuestas según la forma en que cada institución orienta la estadística ( $p$ -valor = 0,002), con un tamaño de efecto moderado, de la forma en que cada institución orienta la estadística ( $V$  de Cramer = 0,200).

**Ítem 20.** Cuando tres dados se lanzan simultáneamente, ¿cuál de los siguientes tres resultados se obtendrían con MENOR PROBABILIDAD?

a. *Resultado 1:* “Un 5, un 3 y un 6”

b. *Resultado 2:* “Un 5 tres veces”

**CC3b: Utiliza el razonamiento combinatorio**

c. *Resultado 3:* “Un 5 dos veces y un 3”

d. Los tres resultados son igualmente poco probables.

**MC7: Sesgo de equiprobabilidad**

Con esta pregunta se evalúa si el encuestado utiliza el razonamiento combinatorio y el conocimiento de que existen sucesos que no son igualmente probables (CC3b), donde la opción b nos indica el razonamiento correcto, la opción d nos indica que el evaluado tiene errores conceptuales al considerar igualmente probables los sucesos con desigual probabilidad (MC7), mientras que las opciones a y c son distractores en el momento de seleccionar una respuesta, por tanto no evalúa errores conceptuales ni razonamiento correcto, de los que plantea Garfield, J. (2003). En la tabla 4.103. Se presentan las frecuencias y porcentajes de las respuestas dadas.

Tabla 4.103. Respuestas dadas por el alumnado al ítem 20.

Opción seleccionada	Frecuencia	Porcentaje (%)
A	69	18
B (CC3b)	117	30,5
C	61	15,9
D (MC7)	132	34,5
NS/NC	4	1,1
Total	383	100

Fuente: Elaboración propia

De acuerdo con la información de la tabla 4.103, se observa que solo el 30,5% de los encuestados tienen un razonamiento correcto sobre el cálculo de la probabilidad y su uso., lo cual se evidencia porque los encuestados seleccionaron la opción b. También se puede observar que el 34,5% de los estudiantes, presenta errores conceptuales al considerar igualmente probables sucesos con desigual probabilidad, mientras que el 33,9% se deja confundir por los distractores.

Teniendo en cuenta la revisión de la legislación educativa colombiana que se realizó en el capítulo 3, se tiene que, en Colombia la educación básica y media, se evalúa por competencias establecidas en los estándares que el MEN publicó en el 2006. Los estándares y DBA para el ítem 20, relacionados con el razonamiento correcto CC3b, donde el estudiante utiliza el razonamiento combinatorio y el error conceptual MC7, que presenta al pensar que sucesos con desigual probabilidad tienden a considerarse igualmente probables, se mencionaron ampliamente en el ítem 18. Por tanto, el razonamiento probabilístico evaluado en este ítem corresponde al grado que cursaban los estudiantes encuestados en cuanto al concepto de probabilidad y de eventos equiprobables.

### Comparativa por género

Ahora se analizará la influencia que tiene el género en el razonamiento para calcular la probabilidad, de acuerdo con las respuestas dadas a esta pregunta, que se presentan en la tabla 4.104. En la frecuencia porcentual, se observa que las niñas presentan un mejor razonamiento en cuanto al uso de la combinatoria, con un 33,7%, frente a un 27,6% de los niños encuestados. De igual manera, se observa que a pesar de que los errores conceptuales sobre sucesos equiprobables, mostrados en las respuestas son altos, las niñas tienen menos errores conceptuales con un 31%, mientras que los niños tienen un 37,7%. También se observa que las niñas se dejan confundir por los distractores con una mínima diferencia de 0,6% con respecto al porcentaje de niños que contestaron las opciones a o c a esta pregunta.

Tabla 4.104. Comparativa de respuestas al ítem 20 según el género del encuestado.

Opción seleccionada	Frecuencia		Porcentaje (%)	
	Niñas	Niños	Niñas	Niños
A	29	40	15,8	20,1
B (CC3b)	62	55	33,7	27,6
C	34	27	18,5	13,6
D (MC7)	57	75	31	37,7
NS/NC	2	2	1,1	1
Total	184	199	100	100

Fuente: Elaboración propia

Al realizar el análisis inferencial, mediante el contraste de independencia Chi-cuadrado de Pearson, estas diferencias no son significativas ( $p$ -valor = 0,184) teniendo un tamaño de efecto débil (coeficiente V de Cramer = 0,113). Por lo que se podría decir que el género no afecta el razonamiento correcto para el cálculo de la probabilidad ni para el uso correcto de la combinatoria.

### Comparativa por edad

A continuación, se analiza si la edad es un factor que influye en las respuestas dadas a esta pregunta por los encuestados, mostrando en la tabla 4.105 los porcentajes de los resultados obtenidos, en la cual se puede ver que los estudiantes de 17 años son los que tienen el porcentaje más alto para el razonamiento combinatorio correcto, seguidos de los de 14 años con un porcentaje de 31,6% pero los de 16 años son los que presentan el menor porcentaje en este razonamiento, con un 25,4%.

En cuanto a los errores conceptuales que mostraron los estudiantes en sus respuestas, se observa que los de 16 años tienen el mayor porcentaje, 37,3%, mientras que los de 17 años muestran un menor porcentaje en este tipo de errores (26,2%), aunque los de 17 años se dejan confundir más por los distractores con un 48,5%.

Tabla 4.105. Comparativa de respuestas al ítem 20 según la edad del encuestado.

Opción seleccionada	Frecuencia				Porcentaje (%)			
	14	15	16	17	14	15	16	17
A	20	28	16	5	15	19,9	23,9	19,9
B (CC3b)	42	44	17	14	31,6	31,2	25,4	33,3
C	26	15	8	12	19,5	10,6	11,9	28,6
D (MC7)	44	52	25	11	33,1	36,9	37,3	26,2
NS/NC	1	2	1	0	0,8	1,4	1,5	0,0
Total	133	141	67	42	100	100	100	100

Fuente: Elaboración propia

Las diferencias muestrales no se traducen a la población debido a que la prueba de independencia Chi-cuadrado entre la edad y las respuestas dadas al ítem 20 no muestra diferencias significativas ( $p$ -valor = 0,140). Esto se traduce en un tamaño de efecto débil de la edad sobre las respuestas dadas (V de Cramer = 0,109).

### Comparativa por jornada

Teniendo en cuenta los resultados de la tabla 4.106, donde se resumen los datos relacionados con la frecuencia en las respuestas dadas por los encuestados, se va a analizar la influencia que tiene el tipo de jornada que tiene la institución educativa donde se encuentran terminando la educación básica. En los datos se observa que los estudiantes de instituciones educativas con jornada mañana tienen un porcentaje ligeramente mayor en el razonamiento probabilístico que los de jornada única, con una diferencia de 5,1%. De igual manera se encuentra que los estudiantes de jornada mañana presentan menos errores conceptuales relacionados con el cálculo de la probabilidad y su aplicación en eventos equiprobables, con un 34,2% frente a un 34,7% de los de jornada única. Con estos datos, se muestra que el tipo de jornada no influye en el razonamiento correcto ni en los errores conceptuales que tienen los estudiantes encuestados.

Tabla 4.106. Comparativa de respuestas al ítem 20 según el tipo de jornada implantada por el centro del encuestado.

Opción seleccionada	Frecuencia		Porcentaje (%)	
	Mañana	Única	Mañana	Única
A	24	45	13	22,6
B (CC3b)	61	56	33,2	28,1
C	34	27	18,5	13,6
D (MC7)	63	69	34,2	34,7
NS/NC	2	2	1	1,0
Total	184	199	100	100

Fuente: Elaboración propia

A nivel poblacional, al aplicar el contraste Chi-cuadrado de Pearson, no se observan diferencias significativas ( $p$ -valor = 0,066) por lo que estas pequeñas diferencias observadas a nivel muestral no son extrapolables a la población ( $V$  de Cramer = 0,137).

### Comparativa por institución

Ahora, se van a comparar las respuestas según la institución donde el encuestado realiza sus estudios. Las frecuencias y los porcentajes de respuesta a cada opción en el ítem 20 se muestran en la Tabla 4.107, donde se observa que las diferencias no son significativas. Al observar los datos, se encuentra que los estudiantes de la IE2 son los

que tienen un mejor razonamiento con un 36%, pero curiosamente también presentan más errores conceptuales con un 43%. Así mismo, se encuentra que los estudiantes de las IE4 e IE1, tienen el razonamiento más bajo con un 28,3% y 28,4% respectivamente, con los mismos porcentajes para los errores conceptuales, aunque los estudiantes de la IE5 son los que presenta menos errores conceptuales sobre eventos equiprobables con un 27,1%.

Tabla 4.107. Comparativa de respuestas al ítem 20 según la institución donde el encuestado desarrolla su formación.

Opción seleccionada	Frecuencia					Porcentaje (%)				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
A	17	9	21	14	8	17,9	10,5	22,3	23,3	16,7
B (CC3b)	27	31	27	17	15	28,4	36,0	28,7	28,3	31,2
C	24	7	7	11	12	25,3	8,1	7,4	18,3	25,0
D (MC7)	27	37	38	17	13	28,4	43	40,4	28,3	27,1
NS/NC	0	2	1	1	0	0	2,3	1,1	1,7	0,0
Total	95	86	94	60	48	100	100	100	100	100

Fuente: Elaboración propia

Al realizar el análisis inferencial, se encuentra que esta diferencia es extrapolable a nivel poblacional ya que la prueba de independencia muestra diferencias significativas en las respuestas según la institución ( $p$ -valor = 0,009), aunque el tamaño de efecto de la institución sea débil ( $V$  de Cramer = 0,153).

### Comparativa de respuestas al ítem 20 según la modalidad en la que se imparte la estadística

Como se observa a continuación en la tabla 4.108, donde se incluye o no la estadística dentro de la matemática en las instituciones educativas encuestadas, se observa que los estudiantes que tienen mejor razonamiento probabilístico son los que ven la estadística por separado de la matemática, con un 32,0%, aunque presentan más errores conceptuales (38,6%), con respecto al 28,4% de los que pertenecen a instituciones donde no la separan. Al analizar qué tanto se dejan confundir los encuestados por los distractores, se observa que los de las instituciones que orientan la estadística no separada de las matemáticas, presentan un mayor por porcentaje, con un 42,6%, con una diferencia porcentual de 14,5% con respecto a los que la ven separada.

Tabla 4.108. Comparativa de respuestas al ítem 20 según la modalidad en la que se imparte la estadística.

Opción seleccionada	Frecuencia		Porcentaje (%)	
	No separada	Separada	No separada	Separada
A	31	38	20	16,7
B (CC3b)	44	73	28,4	32
C	35	26	22,6	11,4
D (MC7)	44	88	28,4	38,6
NS/NC	1	3	0,6	1,3
Total	155	228	100	100

Fuente: Elaboración propia

Estas diferencias son extrapolables a nivel poblacional ya que la prueba de independencia muestra diferencias significativas en las respuestas según la forma en la que la institución orienta la estadística ( $p$ -valor = 0,012), con un tamaño de efecto débil ( $V$  de Cramer = 0,170).



## 4.2 Ítems con respuesta múltiple

**Ítem 7.** Se le pidió a una compañía de investigación en marketing que determinase cuánto dinero gastan los adolescentes (13-19 años) en grabaciones musicales (cintas de casete, CD y vinilos). La compañía seleccionó aleatoriamente 80 centros comerciales localizados por todo el país. Un investigador de campo permanecía en un punto central del centro comercial y pedía a los viandantes que parecían tener la edad adecuada que rellenasen un cuestionario. Un total de 2.050 cuestionarios fueron rellenados por adolescentes. Basándose en esta encuesta, la compañía de investigación indicó que el adolescente medio de este país gasta \$155 cada año en grabaciones musicales.

A continuación, se recogen las afirmaciones concernientes a esta encuesta. Coloca una X en todas las afirmaciones con las que estás de acuerdo.

- a. La media se basa en las estimaciones de los adolescentes de cuánto gastan y por lo tanto podrían ser bastante diferentes de lo que los adolescentes realmente gastan.
- b. Deberían haber realizado la encuesta en más de 80 centros comerciales si querían una media basada en adolescentes de todo el país.

**MC3: Las buenas muestras tienen que representar un alto porcentaje de la población**

- c. La muestra de 2.050 adolescentes es demasiado pequeña para poder extraer conclusiones sobre todo el país.

**MC3: Las buenas muestras tienen que representar un alto porcentaje de la población**

- d. Deberían haber preguntado a los adolescentes que salían de tiendas de música
- e. La media podría ser un estimador pobre del gasto de todos los adolescentes dado que los adolescentes no se escogieron al azar para rellenar el cuestionario
- f. La media podría ser un estimador pobre del gasto de todos los adolescentes dado que sólo se encuestaron adolescentes en centros comerciales.
- g. En este caso, calcular la media es inadecuado, ya que hay mucha variación en cuánto gastaron los adolescentes.
- h. No estoy de acuerdo con ninguna de estas afirmaciones

En esta pregunta se permitía la posibilidad de marcar más de una opción correcta. Como se puede observar, las opciones b y c evalúan el error conceptual en el que el estudiante considera que una buena muestra es la que representa un alto porcentaje de la población. El resto de las opciones dadas involucran conceptos importantes en el diseño del experimento que se escapan de los objetivos de esta prueba.

De esta manera, 0 estudiantes dejaron de contestar la pregunta 7, 199 marcaron como cierta una única opción de respuesta, 90 marcaron dos opciones de respuesta, 57 consideraron ciertas tres respuestas correctas, 25 consideraron ciertas cuatro opciones de respuesta, 10 consideraron cinco opciones de respuesta ciertas, 1 marcó seis opciones de respuesta como verdaderas y 1 consideró que eran correctas siete de las ocho opciones dadas. Este último es el número de respuestas correctas máximo que se pueden dar de manera lógica ya que la opción h implica no estar de acuerdo con las anteriores.

En la Tabla 4.109 se muestra el resumen de respuestas encontradas a este ítem tanto en relación con el total de respuestas dadas (712) como al total de encuestados (383). Por tanto, el número medio de respuestas dadas es 1,859.

Tabla 4.109. Respuestas dadas por el alumnado al ítem 7. Respuesta múltiple.

<b>Opción seleccionada</b>	<b>Frecuencia</b>	<b>Porcentaje sobre el total de respuestas (%)</b>	<b>Porcentaje sobre el total de encuestados (%)</b>
A	108	15,2	28,2
B (MC3)	109	15,3	28,5
C (MC3)	115	16,2	30
D	103	14,4	26,9
E	63	8,8	16,5
F	71	10	18,5
G	96	13,5	25
H	47	6,6	12,3
NS/NC	0	0	0
Total	712	100	185,9

Fuente: Elaboración propia

En la tabla se observa que 58,5% de los encuestados presentan el error conceptual MC3 al contestar las opciones b y c, las cuales muestran la presencia de este error, al

considerar que las buenas muestras deben representar un alto porcentaje de la población, sin importar su tamaño ni cómo se elige. El resto de los encuestados (115,1%) consideran correctas una o más de las opciones a, d, e, f, g. Por tanto, este ítem vuelve a revelar un bajo resultado en el nivel de razonamiento estadístico de los estudiantes de noveno grado.

En el sistema educativo colombiano, desde el año 2006, los estándares de competencias de matemáticas contienen las competencias en estadística que el estudiante debe lograr al finalizar cada ciclo educativo, en este caso la educación básica. Después de revisar los estándares, se encontró que la selección de una buena muestra es importante para la representación de la población, se encuentra dentro de los siguientes estándares:

Al finalizar el grado noveno, resuelvo y formulo problemas seleccionando información relevante en conjuntos de datos provenientes de fuentes diversas (Prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas) (Ministerio de Educación Nacional, 2006).

Al finalizar el grado noveno, selecciono y uso algunos métodos estadísticos adecuados al tipo de problema, de información y al nivel de la escala en la que esta se representa (nominal, ordinal, de intervalo o de razón) (Ministerio de Educación Nacional, 2006).

Asimismo, al finalizar el grado noveno, se debe haber logrado cumplir con el D.B.A., correspondiente al anterior estándar que, en el caso del grado noveno, dice que:

El estudiante propone un diseño estadístico adecuado para resolver una pregunta que indaga por la comparación sobre las distribuciones de dos grupos de datos, para lo cual usa comprensivamente diagramas de caja, medidas de tendencia central, de variación y de localización (Ministerio de Educación Nacional, 2006).

Evidencias de aprendizaje:

- ✓ Define el método para recolectar los datos (encuestas, observación o experimento simple) e identifica la población y el tamaño de la muestra del estudio.
- ✓ Construye diagramas de caja y a partir de los resultados representados en ellos describe y compara la distribución de un conjunto de datos.
- ✓ Compara las distribuciones de los conjuntos de datos a partir de las medidas de tendencia central, las de variación y las de localización.

### **Comparativa por género**

A continuación, se analizarán las respuestas dadas a este ítem en función del género de la persona encuestada. Los valores dados en la Tabla 4.110 se corresponden a

los calculados sobre el total de encuestados, es decir, 184 niñas y 199 niños, por lo que la suma de los porcentajes es mayor de 100.

Tabla 4.110. Comparativa de respuestas al ítem 7 según el género del encuestado.

<b>Opción seleccionada</b>	<b>Frecuencia</b>		<b>Porcentaje (%)</b>	
	<b>Niñas</b>	<b>Niños</b>	<b>Niñas</b>	<b>Niños</b>
A	48	60	26,1	30,2
B (MC3)	55	54	29,9	27,1
C (MC3)	62	53	33,7	26,7
D	68	58	24,5	29,2
E	26	38	14,1	19
F	32	39	17,3	19,5
G	40	56	21,7	28
H	22	25	11,9	12,5
NS/NC	0	0	0	0
Total	353	383	179,2	192,2

Fuente: Elaboración propia

Como se puede observar, los chicos marcaron, en promedio, un mayor número de opciones que las chicas, con casi 1,9 opciones marcadas por cada chico. Respecto a las opciones elegidas, como se puede observar, en las respuestas dadas el 63,6% de las niñas muestran errores conceptuales del tipo 3, al dar como verdaderas las opciones b y c, en relación con el 53,8% de los niños. Se ve una diferencia porcentual del 9,8% entre niñas y niños, en relación con errores conceptuales de considerar que una buena muestra tiene que representar un alto porcentaje de la población. Las opciones a, d, e, f, g son consideradas como verdaderas por el 103,7% de niñas frente al 125,9% de niños. No existe diferencia (0,6%) entre los niños y las niñas al considerar la opción h, donde se manifiesta no estar de acuerdo con las otras opciones. Por tanto, a nivel descriptivo, no se observan grandes diferencias en el porcentaje de niños y niñas que cometen el error conceptual 3.

Sin embargo, cuando la comparación se realiza a nivel inferencial, mediante el contraste de independencia Chi-cuadrado de Pearson, estas diferencias no son

significativas ( $p$ -valor = 0,386) y, por tanto, el tamaño de efecto es débil (coeficiente  $V$  de Cramer = 0,100).

### Comparativa por edad

Otro factor que puede influir en las respuestas dadas al ítem 7 es la edad del encuestado. La Tabla 4.111 muestra estos resultados a modo descriptivo para la muestra de 383 estudiantes de noveno grado. Los estudiantes de 14 años son los que han seleccionado un mayor número de opciones como respuesta correcta, con una tasa de aproximadamente 2,01 opciones escogidas por persona. La proporción de estudiantes que cometen error conceptual al considerar que las buenas muestras tienen que representar un alto porcentaje de la población, son los que tienen 14 años con un 67,7%, frente a los de 16 años con un 43,2%. Por tanto, el grupo de estudiantes de 16 años es el que presenta mejores resultados en el ítem 7. Con respecto a las opciones a, d, e, f, g, los estudiantes que más las consideraron correctas son los de 14 años con un porcentaje de 119,8% y entre los que optaron por no estar de acuerdo con las opciones a, b, c, d, e, f, g con un mayor valor porcentual de respuestas, son los de 15 años (14,1%).

Tabla 4.111. Comparativa de respuestas al ítem 7 según la edad del encuestado. Respuesta múltiple.

Opción seleccionada	Frecuencia				Porcentaje (%)			
	14	15	16	17	14	15	16	17
A	31	45	21	11	23,3	31,9	31,3	26,2
B (MC3)	50	37	13	9	37,6	26,3	19,4	21,4
C (MC3)	40	43	16	15	30,1	30,5	23,8	35,7
D	33	44	14	12	24,8	31,2	20,9	28,6
E	24	18	12	10	18,2	12,6	18	23,8
F	21	21	13	6	23,4	14,9	19,5	14,4
G	40	31	15	9	30,1	21,9	22,5	21,4
H	18	20	5	5	13,7	14,1	7,5	12
NS/NC	0	0	0	0	0	0	0	0
Total	257	259	109	77	201,2	183,4	162,9	183,5

Fuente: Elaboración propia

Sin embargo, cuando la comparación se realiza a nivel inferencial, mediante el contraste de independencia Chi-cuadrado de Pearson, estas diferencias no son significativas ( $p$ -valor = 0,658) y, por tanto, el tamaño de efecto es débil (coeficiente V de Cramer = 0,092).

### Comparativa por jornada

Teniendo en cuenta que la jornada escolar es el número de horas de permanencia de los estudiantes en la institución educativa y que en Colombia existen varios tipos de jornada, entre ellos la jornada única y la jornada mañana, por tanto, el tipo de jornada escolar que se tiene en un colegio es otro factor que, como hemos visto, puede influir en las respuestas. Veamos en primer lugar, los resultados a nivel muestral, recogidos en la Tabla 4.112.

Tabla 4.112. Comparativa de respuestas al ítem 7 según el tipo de jornada implantada por el centro del encuestado. Respuesta múltiple.

Opción seleccionada	Frecuencia		Porcentaje (%)	
	Mañana	Única	Mañana	Única
A	51	57	27,7	28,6
B (MC3)	46	63	25,0	31,6
C (MC3)	62	53	33,6	26,7
D	58	46	31,5	22,6
E	28	36	15,1	18,0
F	37	34	20,1	17,0
G	51	45	27,7	22,5
H	16	31	8,6	15,5
NS/NC	0	0	0	0
Total	349	365	189,3	182,5

Fuente: Elaboración propia

Se observa que no hay diferencia en el porcentaje errores conceptuales del tipo 3, según la jornada de las instituciones educativas encuestadas, encontrando que un 58,6% de los estudiantes de jornada mañana respondieron las opciones b y c, frente al 58,3% de los estudiantes de jornada única. La tasa de opciones elegidas es de 1,89 en los estudiantes de jornada mañana, siendo este valor un poco superior que la tasa de los estudiantes de

jornada única (1,83). Igualmente se observa que los estudiantes de jornada única son los que más seleccionaron la opción h (15,5%), manifestando no estar de acuerdo con las otras opciones de respuesta, siendo este porcentaje casi el doble con respecto a los de jornada mañana (8,6%).

A nivel poblacional ( $p = 0,138$ ) y tomando como referencia un nivel de significación del 5%, podemos afirmar que estas diferencias no son significativas ni son extrapolables a la población. No obstante, el tamaño del efecto es débil (coeficiente V de Cramer = 0,124).

### Comparativa por institución

Ahora analizaremos las respuestas a este ítem en función de la institución educativa en la que los estudiantes realizan sus estudios de noveno grado. Los resultados se muestran en la Tabla 4.113. Los estudiantes de la Sagrada Familia son los que más opciones de respuesta han marcado, con más de 2,0 de media por persona, seguidos del INEM Manuel Murillo Toro, con más de 1,99 de media por persona. Por el contrario, los que menos opciones marcaron fueron los del Joaquín París.

Tabla 4.113. Comparativa de respuestas al ítem 7 según la institución donde el encuestado desarrolla su formación. Respuesta múltiple.

Opción seleccionada	Frecuencia					Porcentaje (%)				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
A	30	29	29	12	8	31,6	33,7	30,9	20,0	16,7
B (MC3)	28	22	33	17	10	29,5	25,6	34,1	28,3	20,8
C (MC3)	32	15	24	19	25	33,7	17,4	25,5	31,7	52,1
D	14	33	21	15	20	14,8	38,4	22,3	24,9	41,6
E	24	7	15	10	8	25,3	8,3	16,0	16,7	16,7
F	13	27	17	9	5	13,7	31,3	18,2	15,0	10,5
G	18	23	33	9	16	19,0	26,8	31,9	15,0	33,3
H	9	10	17	8	3	9,6	11,6	18,2	12,2	6,3
NS/NC	1	0	2	0	1	1,1	0,0	2,1	0,0	2,1
Total	116	151	140	75	76	178,3	193,1	199,2	163,8	200,1

Fuente: Elaboración propia

A nivel descriptivo, se observan grandes diferencias en las respuestas, con 43% de errores de concepto en el Niño Jesús de Praga frente al 72,9% de la institución Sagrada Familia.

Sin embargo, cuando la comparación se realiza a nivel inferencial, mediante el contraste de independencia Chi-cuadrado de Pearson, estas diferencias pueden extrapolarse a la población objeto de estudio de esta investigación ( $p$ -valor  $< 0,001$ ) el tamaño de efecto es débil (coeficiente V de Cramer = 0,151).

### **Comparativa por modalidad de estadística (separada o no del resto de las matemáticas)**

Por último, analizaremos las respuestas al ítem 7 en función de si la asignatura de estadística es independiente de la de matemáticas. Los resultados se muestran en la Tabla 4.114. Los estudiantes de los centros en los que la estadística se da de forma separada son los que más opciones de respuesta han marcado, con más de 1,96 de media por persona. Por el contrario, los que menos opciones marcaron, lo hicieron en una tasa de 1,7 por persona. Esto lleva a que los porcentajes de respuesta sean mayores en casi todas las opciones dadas. Además, se encuentra que presentan más errores de concepto del tipo 3, los estudiantes de instituciones educativas donde la estadística no está separada, con un 62,1% comparado con un 56,2% de los estudiantes de instituciones educativas donde sí la tienen separada.

Tabla 4.114. Comparativa de respuestas al ítem 7 según si se ha impartido la estadística separada o no. Respuesta múltiple.

<b>Opción seleccionada</b>	<b>Frecuencia</b>		<b>Porcentaje (%)</b>	
	<b>No separada</b>	<b>Separada</b>	<b>No separada</b>	<b>Separada</b>
A	42	66	27,1	28,9
B (MC3)	45	64	29,1	28,1
C (MC3)	51	64	33,0	28,1
D	29	74	18,7	32,5
E	34	30	21,9	13,1
F	22	49	14,2	21,4
G	27	69	17,4	30,3
H	15	32	9,6	13,9

NS/NC	0	0	0	0
Total	265	448	171	196,3

Fuente: Elaboración propia

Al realizar la comparación a nivel inferencial, mediante el contraste de independencia Chi-cuadrado de Pearson, estas diferencias pueden extrapolarse a la población objeto de estudio de esta investigación (p-valor =0,016) con un tamaño de efecto débil (coeficiente V de Cramer = 0,157). Por tanto, aunque de forma débil, parece que existe una relación entre este razonamiento estadístico y la forma en la que se aborda la estadística.

**Ítem 10.** Selecciona una o más explicaciones para la respuesta que diste en el ítem anterior.

- a. Dado que la moneda es equilibrada, deberías obtener prácticamente el mismo número de ‘cara’ que de ‘cruz’.
- b. Dado que el lanzamiento de moneda es aleatorio, la moneda debería alternar frecuentemente aterrizando como ‘cara’ y como ‘cruz’
- c. Cualquiera de las secuencias podría ocurrir
- d. Si lanzases una moneda repetidamente en 5 ocasiones, cada una de las secuencias ocurriría aproximadamente tan frecuentemente como cualquier otra secuencia
- e. Si te sale ‘cara’ un par de veces seguidas, la probabilidad de ‘cruz’ en el siguiente lanzamiento aumenta.

**MC5: Concepto erróneo de representatividad**

- f. Cada secuencia de cinco lanzamientos tiene exactamente la misma probabilidad de ocurrir

**CC4: Entiende la independencia**

En este caso, se permitía la posibilidad de marcar más de una opción correcta. Como se puede observar, la opción e evalúa el error de concepto en el que el estudiante considera que la probabilidad de una muestra está en función del gran parecido con la población. La opción f, por el contrario, evalúa un razonamiento estadístico correcto, por el que el estudiante comprende la independencia de eventos. El resto de las opciones dadas involucran conceptos importantes en el diseño del experimento que se escapan de los objetivos de este análisis.

De esta manera, 10 estudiantes dejaron de contestar la pregunta 10, 263 marcaron como cierta una única opción de respuesta, 58 marcaron dos opciones de respuesta, 36 consideraron ciertas tres opciones de respuestas correctas, 12 consideraron ciertas cuatro opciones de respuesta, 2 consideraron cinco opciones de respuesta ciertas y 2 marcaron seis opciones de respuesta como verdaderas. Este último es el número de respuestas correctas máximo que se pueden dar de manera lógica.

En la Tabla 4.115 se muestra el resumen de respuestas encontradas a este ítem tanto en relación con el total de respuestas dadas (565) como al total de encuestados (383). Por tanto, el número medio de respuestas dadas es 1,475.

Tabla 4.115. Respuestas dadas por el alumnado al ítem 10. Respuesta múltiple.

Opción seleccionada	Frecuencia	Porcentaje sobre el total de respuestas (%)	Porcentaje sobre el total de encuestados
A	78	13,80	20,4
B	116	20,53	30,3
C	135	23,89	35,2
D	89	15,75	23,2
E (MC5)	46	28,63	12
F (CC4)	91	16,10	23,8
NS/NC	10	1,76	2,6
Total	565	120,46	147,5

Fuente: Elaboración propia

La respuesta más frecuentemente dada es la c (35,2%) que hace referencia a no aleatorizar para obtener el espacio muestral, que no ha sido evaluada en este trabajo. También observamos que 12% de los encuestados presentan el error conceptual MC5 al seleccionar entre sus respuestas la opción e, mostrando la presencia del error conceptual de representatividad, mientras que el 23,4% optaron como verdadera la respuesta f, la cual indica el razonamiento correcto CC4, que corresponde a la independencia de eventos o sucesos. Se encuentra también un menor porcentaje que deciden no contestar la pregunta (2,6%).

Teniendo en cuenta la revisión de la legislación educativa colombiana que se realizó en el capítulo 3, se tiene que, en Colombia la educación básica y media, se evalúa por competencias establecidas en los estándares que el MEN publicó en el 2006. Los estándares y DBA para el ítem 10, relacionados con el razonamiento correcto CC4, donde el estudiante comprende la independencia de eventos o sucesos y errores conceptuales MC5, que presenta un concepto erróneo de representatividad se mencionaron ampliamente en el ítem 9. Por tanto, el razonamiento probabilístico evaluado en este ítem sí corresponde al grado que cursaban los estudiantes encuestados.

### Comparativa por género

A continuación, se analizarán las respuestas dadas a este ítem en función del género de la persona encuestada. Los valores dados en la Tabla 4.116 se corresponden a

los calculados sobre el total de encuestados, es decir, 184 niñas y 199 niños, por lo que la suma de los porcentajes es mayor de 100.

Tabla 4.116. Comparativa de respuestas al ítem 10 según el género del encuestado.

<b>Opción seleccionada</b>	<b>Frecuencia</b>		<b>Porcentaje (%)</b>	
	<b>Niñas</b>	<b>Niños</b>	<b>Niñas</b>	<b>Niños</b>
A	29	49	15,8	24,6
B	52	64	28,3	32,1
C	65	70	35,4	35,1
D	46	43	25	21,63
E (MC5)	1	27	10,4	13,5
F (CC4)	50	41	27,1	20,5
NS/NC	4	6	2,2	3,0
Total	247	300	144,2	150,43

Fuente: Elaboración propia

Como se puede observar, los niños marcaron, en promedio, un mayor número de opciones que las niñas, con 1,5 opciones marcadas por cada niño, aunque las niñas tienen un valor muy cercano (1,44). Respecto a las opciones elegidas, el 13,5% de los niños presentan errores conceptuales respecto a la representatividad de la muestra, mientras que las niñas el 10,4%. También se observa que el 27,1% de las niñas tienen un razonamiento estadístico correcto, frente al 20,5% de los niños. Lo cual muestra que descriptivamente el género puede afectar el razonamiento estadístico correcto.

A nivel inferencial, este resultado se confirma a través de la prueba de independencia Chi-cuadrado de Pearson ( $p$ -valor < 0,001). Esto indica que la respuesta dada a este ítem está influenciada por el género del encuestado, con un tamaño de efecto moderado (coeficiente V de Cramer = 0,223).

### **Comparativa por edad**

Otro factor que puede influir en las respuestas dadas al ítem 7 es la edad del encuestado. La Tabla 4.117 muestra estos resultados a modo descriptivo para la muestra de 383 estudiantes de noveno grado. Los estudiantes de 14 años son los que han seleccionado un mayor número de opciones como respuesta correcta, con una tasa de aproximadamente 1,53 opciones escogidas por persona, aunque es un valor muy cercano

a los estudiantes de 15 años (1,49) y a los de 17 años (1,45). Los estudiantes que más presentan errores conceptuales de representatividad al considerar que la probabilidad de una muestra es depende del parecido que tenga con la población, son los de 16 años con 13,4%, comparado con el 11,3% correspondiente a los de 14 años. Con respecto al razonamiento correcto, se tiene que los estudiantes de 14 años son los que presentan un mejor razonamiento correcto con el 26,3% y los que tienen un menor razonamiento correcto son los de 17 años (10%). Como se observa, no existe mucha variación entre estos valores porcentuales, por lo que se podría decir que descriptivamente la edad no afecta el razonamiento correcto.

Tabla 4.117. Comparativa de respuestas al ítem 10 según la edad del encuestado. Respuesta múltiple.

Opción seleccionada	Frecuencia				Porcentaje (%)			
	14	15	16	17	14	15	16	17
A	28	28	5	7	21,1	19,9	22,4	16,7
B	50	40	5	1	37,6	28,3	22,4	26,1
C	47	54	8	16	35,3	38,2	24,9	38,1
D	27	35	4	13	20,3	24,8	20,9	30,9
E (MC5)	15	17	9	5	11,3	11,9	13,4	11,9
F (CC4)	35	32	16	8	26,3	22,7	23,9	19
NS/NC	2	4	3	1	1,5	2,8	4,5	2,4
Total	204	210	90	61	153,4	148,6	132,4	145,1

Fuente: Elaboración propia

Al realizar la comparación a nivel inferencial, se tiene que, mediante el contraste de independencia Chi-cuadrado de Pearson, estas diferencias no son significativas ( $p$ -valor = 0,935), con un tamaño de efecto débil (coeficiente V de Cramer = 0,076).

### Comparativa por jornada

Ahora se analizará la influencia que puede tener la jornada escolar en las respuestas dadas a la pregunta 10, por los estudiantes encuestados, teniendo en cuenta que en Colombia existen varios tipos de jornada, entre ellos la jornada única y la jornada mañana, que tienen los colegios donde se aplicó la prueba. La Tabla 4.118 muestra estos resultados a modo descriptivo para la muestra de 383 estudiantes de noveno grado, en

donde se observa que los estudiantes de jornada mañana son los que han seleccionado un mayor número de opciones como respuesta correcta, con una tasa de aproximadamente 1,54 opciones escogidas por persona, frente a la tasa de 1,4 correspondiente a los estudiantes de jornada única.

Tabla 4.118. Comparativa de respuestas al ítem 10 según el tipo de jornada implantada por el centro del encuestado.

<b>Opción seleccionada</b>	<b>Frecuencia</b>		<b>Porcentaje (%)</b>	
	<b>Mañana</b>	<b>Única</b>	<b>Mañana</b>	<b>Única</b>
A	36	42	19,6	21,1
B	60	45	32,6	27,6
C	69	66	37,5	33,1
D	50	39	27,2	19,6
E (MC5)	24	22	13,1	11
F (CC4)	41	50	22,3	25,1
NS/NC	3	7	1,6	3,5
Total	283	271	153,9	141

Fuente: Elaboración propia

Se observa que no hay diferencia en el porcentaje errores conceptuales del tipo 5, según la jornada de las instituciones educativas encuestadas, encontrando que un 13,1% de los estudiantes de jornada mañana consideraron entre sus respuestas la opción e, que indica la presencia de este tipo de error, frente al 11% de los de jornada única. El porcentaje de estudiantes que ha razonado correctamente y comprende la independencia de eventos, es mayor en los de jornada única (25,1%), con relación al 22,3% de los de jornada mañana, aunque no se observan grandes diferencias entre los dos tipos de jornada encuestados.

Al realizar la comparación a nivel inferencial, mediante el contraste de independencia Chi-cuadrado de Pearson, estas diferencias no son significativas ( $p$ -valor = 0,385), por tanto, no son extrapolables a la población, con un tamaño de efecto débil (coeficiente V de Cramer = 0,107).

### Comparativa por institución

A continuación, analizaremos si la institución educativa a la que pertenecen los estudiantes de noveno grado encuestados, afecta el razonamiento estadístico de los estudiantes, de acuerdo con las respuestas dadas, cuyos resultados se muestran en la tabla 4.119, donde se puede observar que los estudiantes del Niño Jesús de Praga son los que más opciones de respuesta han marcado, con 1,72 de media por persona. Por el contrario, los que menos opciones marcaron fueron los del José Joaquín Flórez Hernández con 1,05.

Tabla 4.119. Comparativa de respuestas al ítem 6 según la institución donde el encuestado desarrolla su formación. Respuesta múltiple.

Opción seleccionada	Frecuencia					Porcentaje (%)				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
A	8	23	18	10	9	18,9	26,7	19,1	16,7	18,8
B	4	32	28	17	15	25,4	37,2	29,7	28,3	31,2
C	25	38	36	21	15	26,3	44,2	38,4	34,9	31,2
D	0	26	20	10	13	21,1	30,2	21,3	16,6	27,1
E (MC5)	8	11	12	9	4	8,5	12,9	12,8	15	8,4
F (CC4)	18	17	33	9	13	19	19,7	35,1	15	27,1
NS/NC	5	1	2	1	1	5,3	1,2	2,1	1,7	2,1
Total	118	148	149	77	70	104,5	172,1	158,5	128,2	145,9

Fuente: Elaboración propia

A nivel descriptivo, se observan algunas diferencias en las respuestas, mostrando el 15% de errores conceptuales en el Joaquín París, institución donde más se ve el tipo de error MC5, mientras que en las instituciones Sagrada familia y José Joaquín Flórez Hernández, se muestra un porcentaje menor de 8,4% y 8,5% respectivamente.

Sin embargo, cuando la comparación se realiza a nivel inferencial, mediante el contraste de independencia Chi-cuadrado de Pearson, estas diferencias no pueden extrapolarse a la población objeto de estudio de esta investigación ( $p$ -valor = 0,799), con un tamaño de efecto débil (coeficiente V de Cramer = 0,090).

### Comparativa por modalidad de estadística (separada o no del resto de las matemáticas)

Por último, analizaremos las respuestas al ítem 10 en función de si la asignatura de estadística es independiente de la de matemáticas. Los resultados se muestran en la

Tabla 4.120, donde se observa que los estudiantes de las instituciones en las que la estadística se da de forma separada son los que más opciones de respuesta han marcado, con más de 1,61 de media por persona, comparado con 1,26 de tasa por persona de las instituciones donde la estadística no está separada. Esto lleva a que los porcentajes de respuesta sean mayores en casi todas las opciones dadas.

Tabla 4.120. Comparativa de respuestas al ítem 10 según si se ha impartido la estadística separada o no. Respuesta múltiple.

<b>Opción seleccionada</b>	<b>Frecuencia</b>		<b>Porcentaje (%)</b>	
	<b>No separada</b>	<b>Separada</b>	<b>No separada</b>	<b>Separada</b>
A	28	50	18,1	21,9
B	41	75	26,4	32,4
C	46	89	29,7	39,0
D	30	59	19,3	26,0
E (MC5)	17	29	10,9	12,7
F (CC4)	28	63	18,0	27,6
NS/NC	6	4	3,9	1,8
Total	196	369	126,3	161,4

Fuente: Elaboración propia

También se encuentra que presentan más errores de concepto del tipo 5, los estudiantes de instituciones educativas donde la estadística está separada, con un 12,7% frente al 10,9% de los estudiantes de instituciones educativas donde no la tienen separada. Con respecto al razonamiento correcto sobre la comprensión de la independencia, muestran un mayor porcentaje, los estudiantes donde sí se tiene separada la estadística, con 27,6%, mientras que se tiene 18% en las instituciones donde no está separada.

Al realizar la comparación a nivel inferencial, mediante el contraste de independencia Chi-cuadrado de Pearson, estas diferencias no pueden extrapolarse a la población objeto de estudio de esta investigación ( $p$ -valor = 0,720) con un tamaño de efecto débil (coeficiente V de Cramer = 0,081).

**Ítem 16.** Durante un mes, 500 estudiantes de Primaria [Educación Básica] llevaron un registro diario de las horas que pasaban viendo la televisión. El número medio de horas por semana gastado en ver la televisión fue 28. Encontraron que los estudiantes que iban bien en la escuela pasaban menos tiempo viendo la televisión que aquellos estudiantes que iban mal. A continuación, se muestran varias afirmaciones posibles en relación con los resultados de esta investigación. Coloca un tic [marca] en todas las afirmaciones con las que estás de acuerdo.

- a. La muestra de 500 es demasiado pequeña para poder sacar conclusiones.

**MC3: Las buenas muestras tienen que representar un alto porcentaje de la población**

- b. Si un estudiante redujese la cantidad de tiempo gastado viendo la televisión, su rendimiento escolar mejoraría.

**MC6: La correlación implica causalidad**

- c. Incluso si los estudiantes que iban bien veían menos televisión, esto no implica necesariamente que mirar la televisión dañe [empeore] el rendimiento escolar.

**CC6: Distingue entre correlación y causalidad**

- d. Un mes no es un periodo suficientemente largo para estimar cuántas horas pasaban realmente los estudiantes viendo la televisión.

**MC3: Las buenas muestras tienen que representar un alto porcentaje de la población**

- e. La investigación demuestra que ver la televisión causa peor rendimiento escolar.

**MC6: La correlación implica causalidad**

- f. No estoy de acuerdo con ninguna de estas afirmaciones.

En esta pregunta se permitía la posibilidad de marcar más de una opción correcta. En este caso, las opciones a y d evalúan el error conceptual en el que el estudiante considera que una buena muestra es la que representa un alto porcentaje de la población sin importar su tamaño ni cómo se elige, lo importante es que represente gran parte de la población; las opciones b y e, evalúan el error conceptual de que la correlación implica causalidad. La opción c, por el contrario, evalúa un razonamiento estadístico correcto, por el que el estudiante distingue entre correlación y causalidad y su implicación. La opción f involucra conceptos importantes en el diseño del experimento que se escapan de los objetivos de este análisis.

De esta manera, 4 estudiantes dejaron de contestar la pregunta, 256 marcaron como cierta una única opción de respuesta, 89 marcaron dos opciones de respuesta, 29 consideraron ciertas tres respuestas correctas, 4 consideraron ciertas cuatro opciones de respuesta y sólo 1 decidió que eran correctas cinco de las seis opciones dadas. Este último es el número de respuestas correctas máximo que se pueden dar de manera lógica ya que la opción f implica no estar de acuerdo con las anteriores.

En la Tabla 4.121 se muestra el resumen de respuestas encontradas a este ítem tanto en relación con el total de respuestas dadas (545) como al total de encuestados (383). Por tanto, el número medio de respuestas dadas es 1,424.

Tabla 4.121. Respuestas dadas por el alumnado al ítem 16. Respuesta múltiple.

<b>Opción seleccionada</b>	<b>Frecuencia</b>	<b>Porcentaje sobre el total de respuestas (%)</b>	<b>Porcentaje sobre el total de encuestados</b>
A (MC3)	71	13	18,5
B (MC6)	117	21,5	30,6
C (CC6)	146	26,8	38,2
D (MC3)	89	16,3	23,3
E (MC6)	84	15,4	21,9
F	34	6,3	8,9
NS/NC	4	0,7	1
Total	545	100	142,4

Fuente: Elaboración propia

En la tabla se observa que 41,8% de los encuestados presentan el error conceptual MC3 al contestar las opciones a y d, las cuales muestran la presencia de este error, al considerar que las buenas muestras deben representar un alto porcentaje de la población, sin importar su tamaño ni cómo se elige; el 52,5% muestra que tiene el error conceptual MC6, al contestar las opciones b y e, mientras que 38,4 de los encuestados presenta el razonamiento correcto CC6, al contestar la opción c, con 38,2% lo que nos dice que el estudiante diferencia entre correlación y causalidad, es decir que una fuerte relación entre dos variables no implica que una sea la causa de la otra. Por tanto, este ítem deja ver un bajo resultado en el nivel de razonamiento estadístico de los estudiantes de noveno grado.

Con respecto al sistema educativo colombiano, desde el 2006, se establecieron los estándares por competencias para matemáticas, entre las que se encuentran las competencias en estadística que un estudiante debe tener para desarrollar el pensamiento estadístico al terminar cada uno de los niveles educativos que estipula la Ley 115 de 1994, tal como se mencionó en el marco teórico. En el caso de la pregunta 16, se está haciendo un análisis del razonamiento estadístico, sobre la correlación y la causalidad y la selección adecuada de una buena muestra, del que se habló en el ítem 7. Al revisar los estándares de matemáticas, se encontraron los siguientes estándares:

Al finalizar el grado séptimo, Interpreto y utilizo conceptos de media, mediana y moda y explico su diferencia en distribuciones de distinta dispersión y asimetría. (Ministerio de Educación Nacional, 2006).

Al finalizar el grado noveno:

- Reconozco tendencias que se presentan en conjuntos de variables relacionadas.
- Interpreto y utilizo conceptos de media, mediana y moda y explico sus diferencias en distribuciones de distinta dispersión y asimetría (Ministerio de Educación Nacional, 2006).

El DBA correspondiente a los estándares anteriores, pertenece al grado noveno y dice:

Propone un diseño estadístico adecuado para resolver una pregunta que indaga por la comparación sobre las distribuciones de dos grupos de datos, para lo cual usa comprensivamente diagramas de caja, medidas de tendencia central, de variación y de localización.

*Evidencias de aprendizaje:*

- ✓ Define el método para recolectar los datos (encuestas, observación o experimento simple) e identifica la población y el tamaño de la muestra del estudio.
- ✓ Construye diagramas de caja y a partir de los resultados representados en ellos describe y compara la distribución de un conjunto de datos.
- ✓ Compara las distribuciones de los conjuntos de datos a partir de las medidas de tendencia central, las de variación y las de localización.
- ✓ Elabora conclusiones para responder el problema planteado (Ministerio de Educación Nacional, 2006).

### Comparativa por género

Ahora se analizarán las respuestas dadas a este ítem en función del género de la persona encuestada. Los valores dados en la Tabla 4.122 se corresponden a los calculados sobre el total de encuestados, es decir, 184 niñas y 199 niños, por lo que la suma de los porcentajes es mayor de 100.

Tabla 4.122. Comparativa de respuestas al ítem 16 según el género del encuestado.

Opción seleccionada	Frecuencia		Porcentaje (%)	
	Niñas	Niños	Niñas	Niños
A (MC3)	33	38	17,9	19,1
B (MC6)	57	60	31	30,1
C (CC6)	66	80	35,9	40,1
D (MC3)	43	46	23,4	23,1
E (MC6)	45	39	24,5	19,1
F	18	16	9,8	8
NS/NC	2	2	1,1	1
Total	264	281	143,6	140,5

Fuente: Elaboración propia

Como se puede observar, las chicas marcaron, en promedio, un mayor número de opciones que los chicos, con 1,436 opciones marcadas por cada chica. Respecto a las opciones elegidas, como se puede observar, en las respuestas dadas la diferencia en el porcentaje de errores conceptuales MC3 presentados por niños y niñas es 0,9%, siendo los niños los que muestran más errores de este tipo con 42,2%, al dar como verdaderas las opciones a y d. En cuanto a los errores MC6, la diferencia es 6,3%, siendo las niñas las que cometen más errores de este tipo con 55,5%, al dar como verdaderas las opciones b y e. Respecto al razonamiento correcto del tipo CC6, los resultados muestran que 40,1% de los niños presentan un razonamiento correcto frente al 35,9% de las niñas. No existe gran diferencia (1,8%) entre los niños y las niñas al considerar la opción h, donde se manifiesta no estar de acuerdo con las otras opciones.

Cuando la comparación se realiza a nivel inferencial, mediante el contraste de independencia Chi-cuadrado de Pearson, se observa que estas diferencias no son

significativas ( $p$ -valor = 0,929), con un tamaño de efecto débil (coeficiente V de Cramer = 0,059).

### Comparativa por edad

Existe otro factor que puede influir en las respuestas dadas al ítem 16 y es la edad del encuestado. La Tabla 4.123 muestra estos resultados a modo descriptivo para la muestra de 383 estudiantes de noveno grado. Los estudiantes de 14 años son los que han seleccionado un mayor número de opciones como respuesta correcta, con una tasa de aproximadamente 1,52 opciones escogidas por persona, mientras que los de 16 años son los que presentan una menor tasa (1,15). La proporción de estudiantes que han realizado el razonamiento correcto es superior entre los que tienen 16 años, con un 41,8% mientras que los de 17 años son los que presentan el menor razonamiento correcto con 33,4%. Con respecto a los errores del tipo 3, se tiene que 26,8% de los encuestados, presentan el menor porcentaje de este tipo de error y son los de 16 años, mientras que los de 17 años muestran el porcentaje más alto (50%), aunque en los errores tipo 6, esta población es la que menos errores presenta con 35,8% frente al 53,2% de los de 15 años. Con base en lo anterior se puede decir que el grupo de estudiantes de 16 años el que presenta unos mejores resultados en el ítem 16.

Tabla 4.123. Comparativa de respuestas al ítem 16 según la edad del encuestado. Respuesta múltiple.

Opción seleccionada	Frecuencia				Porcentaje (%)			
	14	15	16	17	14	15	16	17
A (MC3)	28	26	8	9	21,1	18,4	11,9	21,4
B (MC6)	46	45	18	8	34,6	31,9	26,9	19,1
C (CC6)	53	51	28	14	39,9	36,2	41,8	33,4
D (MC3)	29	38	10	12	21,8	26,9	14,9	28,6
E (MC6)	34	30	7	7	25,5	21,3	10,4	16,7
F	11	12	5	6	8,3	8,5	7,5	14,3
NS/NC	1	2	1	0	0,8	1,4	1,5	0
Total	202	4	7	6	152	144,6	114,9	133,5

Fuente: Elaboración propia

A nivel inferencial, este resultado no se puede generalizar a nivel poblacional, porque al aplicar la prueba de independencia Chi-cuadrado de Pearson ( $p$ -valor = 0,758), indica que la respuesta dada a este ítem no está influenciada por el género del encuestado, con un tamaño de efecto débil (coeficiente V de Cramer = 0,092).

### Comparativa por jornada

Ahora se analizará si el número de horas que los estudiantes pasan en la institución educativa y, por tanto, el tipo de jornada escolar implementada en el colegio es un factor que influye en las respuestas dadas a este ítem. Veamos los resultados a nivel descriptivo, recogidos en la Tabla 4.124 para la muestra de 383 estudiantes de noveno grado.

Tabla 4.124. Comparativa de respuestas al ítem 16 según el tipo de jornada implantada por el centro del encuestado. Respuesta múltiple.

Opción seleccionada	Frecuencia		Porcentaje (%)	
	Mañana	Única	Mañana	Única
A (MC3)	33	38	17,9	19,1
B (MC6)	65	52	35,4	26,1
C (CC6)	65	81	35,4	40,7
D (MC3)	47	42	25,6	21,1
E (MC6)	38	46	20,6	23
F	18	16	9,8	8
NS/NC	2	2	1,1	1
Total	268	277	145,8	139

Fuente: Elaboración propia

Los estudiantes de jornada mañana son los que han seleccionado un mayor número de opciones como respuesta correcta, con una tasa de aproximadamente 1,46 opciones escogidas por persona, mientras que los de jornada única son los que presentan una menor tasa (1,39). La proporción de estudiantes que han realizado el razonamiento correcto es superior entre los que pertenecen a jornada única, con un 40,7% mientras que los de jornada mañana presentan un menor razonamiento correcto con 35,4%. Con respecto a los errores del tipo 3, se tiene que 35,8% de los encuestados, los cuales realizan sus estudios en la jornada mañana presentan el menor porcentaje de este tipo de error, frente al 43,5% correspondiente a estudiantes de jornada única, aunque en los errores tipo

6, esta población es la que menos errores presenta con 49,1% frente al 56% de los de jornada mañana.

A nivel poblacional y tomando como referencia la prueba de independencia Chi-cuadrado de Pearson ( $p$ -valor = 0,601), se tiene que la respuesta dada a este ítem no está influenciada por el tipo de jornada de la institución en la cual el encuestado realiza sus estudios de noveno grado, con un tamaño de efecto débil (coeficiente V de Cramer = 0,092).

### Comparativa por institución

A continuación, se analizará si la institución educativa en la que los estudiantes realizan su grado noveno es un factor que influye en las respuestas dadas a este ítem. Veamos los resultados a nivel descriptivo, recogidos en la Tabla 4.125 para la muestra de 383 estudiantes de noveno grado.

Tabla 4.125. Comparativa de respuestas al ítem 16 según la institución donde el encuestado desarrolla su formación. Respuesta múltiple.

Opción seleccionada	Frecuencia					Porcentaje (%)				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
A (MC3)	19	15	20	8	9	20	17,4	21,3	13,3	18,8
B (MC6)	22	37	17	23	18	23,2	43	18,1	38,3	37,5
C (CC6)	28	34	50	17	17	29,5	39,8	53,2	28,3	35,4
D (MC3)	26	23	20	15	5	27,4	26,8	21,2	25	10,4
E (MC6)	16	23	27	11	7	16,9	26,8	28,7	18,4	14,6
F	9	5	6	7	7	9,5	5,9	6,4	11,7	14,6
NS/NC	0	2	1	1	0	0	2,3	1,1	1,7	0
Total	120	139	141	82	53	126,5	162	207,6	136,7	131,3

Fuente: Elaboración propia

Teniendo en cuenta los resultados presentados en la tabla 4.125, los estudiantes de la institución educativa INEM Manuel Murillo Toro, son los que han seleccionado un mayor número de opciones como respuesta correcta, con una tasa de aproximadamente 2,08 opciones escogidas por persona, mientras que los de la institución educativa José Joaquín Flórez Hernández presentan una menor tasa (1,27). La proporción de estudiantes que presentan el mayor razonamiento correcto son los de la institución INEM Manuel

Murillo Toro, con un 53,2% mientras que los de la institución Joaquín París presentan el menor razonamiento correcto con 28,3%. Con respecto a los errores tipo 3, los estudiantes que presentan el menor porcentaje de error son los de la institución educativa Sagrada familia con 29,2%, frente al 47,4% que corresponde al mayor porcentaje de errores conceptuales y es de los estudiantes de la institución educativa José Joaquín Flórez Hernández, aunque esta población es la que presenta menores errores conceptuales del tipo 6, con 40,1%, mientras que los estudiantes de la institución educativa Niño Jesús de Praga presentan el mayor porcentaje de este tipo de errores con 69,8%.

A nivel inferencial y tomando como referencia la prueba de independencia Chi-cuadrado de Pearson ( $p$ -valor = 0,058), se tiene que la respuesta dada a este ítem no está influenciada por la institución educativa en la cual el encuestado realiza sus estudios de noveno grado, con un tamaño de efecto débil (coeficiente V de Cramer = 0,128).

#### **Comparativa por modalidad de estadística (separada o no del resto de las matemáticas)**

Por último, analizaremos las respuestas al ítem 16 en función de si la asignatura de estadística es independiente de la de matemáticas. Los resultados se muestran en la Tabla 4.126.

Tabla 4.126. Comparativa de respuestas al ítem 16 según si se ha impartido la estadística separada o no. Respuesta múltiple.

<b>Opción seleccionada</b>	<b>Frecuencia</b>		<b>Porcentaje (%)</b>	
	<b>No separada</b>	<b>Separada</b>	<b>No separada</b>	<b>Separada</b>
A (MC3)	27	44	17,4	19,3
B (MC6)	45	72	29,1	31,6
C (CC6)	45	101	29,1	44,3
D (MC3)	41	48	26,5	21,1
E (MC6)	27	57	17,4	25,0
F	16	18	10,3	7,9
NS/NC	1	3	0,6	1,3
Total	202	343	130,4	150,5

Fuente: Elaboración propia

Los estudiantes de las instituciones en los que la estadística se da de forma separada son los que más opciones de respuesta han marcado, con una tasa media de 1,51 por persona. Por el contrario, los que menos opciones marcaron, lo hicieron con una tasa de 1,3 por persona. Se encuentra que los estudiantes de instituciones educativas donde la estadística no está separada presentan más errores de concepto del tipo 3, con el 43,9% con relación a los de las instituciones donde está separada, quienes presentan el menor porcentaje con un 40,4%. Con respecto a los errores conceptuales tipo 6, se presenta un comportamiento similar, donde los estudiantes de instituciones que tienen la estadística no separada presentan el mayor porcentaje (46,5%) frente al 28,6% de los estudiantes de instituciones educativas donde sí la tienen separada.

Al realizar la comparación a nivel inferencial, mediante el contraste de independencia Chi-cuadrado de Pearson, estas diferencias no pueden extrapolarse a la población objeto de estudio de esta investigación (p-valor =0,221) con un tamaño de efecto débil (coeficiente V de Cramer = 0,123). Por tanto, no existe una relación entre este razonamiento estadístico y la forma en la que se aborda la estadística.



## **V. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES**



## 5 Discusión y conclusiones

Con la revisión bibliográfica, interpretación y análisis de los resultados obtenidos después de aplicar el test SRA en los estudiantes de grado noveno de 5 instituciones públicas de Ibagué – Colombia, nos permite tener una visión general sobre el razonamiento correcto y los errores conceptuales presentados por estos estudiantes de las instituciones José Joaquín Flórez Hernández, Niño Jesús de Praga, INEM Manuel Murillo Toro, Joaquín París y Sagrada Familia, teniendo en cuenta las variables, género, edad, Institución educativa, tipo de jornada y si tienen incluida o separada la estadística de las matemáticas, de acuerdo al diseño curricular de cada institución. A continuación, se presentan las conclusiones obtenidas.

### 5.1 Conclusiones respecto a los objetivos

El objetivo general de esta investigación es, identificar, si el razonamiento estadístico que los estudiantes tienen al terminar el grado noveno, se corresponde con el razonamiento que el currículo señala que deben haber sido aprendido en los años anteriores.

Al respecto se encontró que solo el 27,1% de los estudiantes encuestados presenta un razonamiento correcto de los evaluados por el SRA, el 39,3% presenta errores conceptuales, mientras que el 33,6% se dejan confundir por los distractores en las diferentes preguntas. Según los resultados obtenidos, podemos concluir que el razonamiento estadístico que tienen los estudiantes al terminar su educación básica, no corresponde al los estándares que establece el Ministerio de Educación Colombiano.

Para alcanzar este objetivo principal nos planteamos unos objetivos secundarios que detallaremos a continuación.

O1. Establecer si hay diferencias en el razonamiento estadístico y errores de conceptos según el género.

Con relación a la influencia que puede tener el género en el razonamiento correcto de los estudiantes encuestados, se encontró que no existe diferencia relacionadas con el género, con porcentajes de 26,8% y del 27,5% respectivamente para hombres y mujeres; y en los errores conceptuales tampoco se encontró diferencia alguna, presentando el 39,3% en los hombres frente al 38,2% de las mujeres. Estos resultados nos llevan a concluir que no existe diferencia relacionada con el género. También se puede concluir

que el razonamiento correcto de hombres y mujeres encuestadas, es bajo y no corresponde a las competencias establecidas por MEN.

O2. Establecer si hay diferencias en el razonamiento estadístico y errores de conceptos según la edad.

Al respecto se encontró que tampoco existe diferencia en el razonamiento correcto de los encuestados según la edad, con porcentajes que oscilan entre el 26,2% correspondiente a los de 14 años y el 27,4% de los de 17 años, resultados que muestran un bajo razonamiento estadístico correcto entre los encuestados. Con respecto a los errores conceptuales, se encontró que la edad tampoco influye, los cuales oscilan entre 35,8% y 40,7% para los de 17 años y 15 años respectivamente. También se puede concluir que el razonamiento correcto no influye la edad y es bajo entre los encuestados, además no corresponde a las competencias establecidas por MEN.

O3. Identificar si hay diferencias en el razonamiento estadístico y errores de conceptos en los estudiantes de acuerdo al tipo de jornada implementada en las instituciones educativas.

Con respecto a esta variable se encontró que, el 28,5% de los estudiantes que realizan el grado noveno en las instituciones, que tienen jornada mañana presentan un razonamiento correcto frente al 25,9% de los que se encuentran en jornada única, lo cual nos lleva a concluir dos cosas: la primera, que el razonamiento estadístico correcto en general es bajo en ambos tipos de jornada, no cumpliendo con los estándares del sistema educativo colombiano y la segunda, que no hay diferencia en el mismo según la jornada escolar de las instituciones educativas que participaron en este estudio. Además, en los errores conceptuales tampoco existe diferencia en los porcentajes según el tipo de jornada, con un 39,8% para los de jornada mañana y 39,4% de los de jornada única.

O4. Identificar si hay diferencias en el razonamiento estadístico y errores de conceptos en los estudiantes de acuerdo a las características de la institución.

Con los resultados obtenidos se pudo comprobar que el razonamiento estadístico correcto de las 5 instituciones educativas a las que se les aplicó el SRA, es bajo y se encuentra entre el 23,4% y el 29,5% correspondiente a las instituciones Joaquín París y Sagrada Familia, respectivamente, con una mínima diferencia. En cuanto a los errores de concepto, se encontró que también es mínima la diferencia según la institución educativa, con porcentajes que oscilan entre el 36,6% y el 41,2% de las instituciones educativas Niño Jesús de Praga e INEM Manuel Murillo Toro.

O5. Establecer si hay diferencias en colegios donde se imparte de manera separada la estadística del resto de las matemáticas respecto a colegios donde no están separadas.

Igual que en las conclusiones anteriores, aunque el razonamiento estadístico correcto es bajo, en general no existe diferencia en los resultados obtenidos, de acuerdo al diseño curricular de las 5 instituciones educativas encuestadas, encontrando que el 28,8% de los estudiantes que reciben la estadística separada de las matemáticas, con un horario específico, muestran un razonamiento correcto, con relación al 24,7% de los estudiantes que reciben la estadística como un capítulo de las matemáticas, siendo del 4.1% la diferencia.

## **5.2 Discusión de los resultados con respecto al tipo de razonamiento correcto y de los errores de concepto**

### **5.2.1 Discusión por tipo de razonamiento**

Se agruparon los tipos de razonamiento correcto que evalúa el SRA teniendo en cuenta las dos clases de pensamiento establecidos en los estándares de competencias de matemáticas en Colombia y que los estudiantes deben haber aprendido al finalizar su grado noveno, donde finaliza la educación básica.

#### **5.2.1.1 Pensamiento aleatorio**

Los razonamientos correctos de Garfield correspondientes al pensamiento aleatorio en el currículo colombiano son: CC1, evaluado en las preguntas 2 y 3; CC3, dividido por Garfield en CC3a, evaluado en la pregunta 8, y CC3b, evaluado en las preguntas 13, 18,19 y 20; y CC4 evaluado en las preguntas 9, 10 y 11, de los cuales comentaremos lo obtenido en nuestro estudio.

CC1: Interpreta correctamente las probabilidades.

Aquí se evalúa la comprensión sobre el azar para hacer inferencias sobre acontecimientos inciertos. En general, podemos decir que en promedio el 33,5% de los estudiantes mostraron este tipo de razonamiento, no encontrando diferencia en los resultados obtenidos, con respecto al género, la edad, institución educativa, jornada escolar, ni si tienen separada o no la estadística de las matemáticas que fueron los factores que se tuvieron en cuenta en este estudio.

CC3: Calcula correctamente la probabilidad.

Con este razonamiento se evalúa el concepto de probabilidad utilizando el razonamiento combinatorio y que no todos los sucesos son igualmente probables. En este caso, el promedio encontrado es 37,6% y tampoco se encontró variación en los resultados obtenidos, para las variables que pudieran tener influencia en este tipo de razonamiento y que fueron analizadas en el capítulo 4.

CC3a: Entiende las probabilidades como razones.

En promedio se encontró que 46,1% de los encuestados presentaron este tipo de razonamiento. A pesar de que los resultados fueron más altos que los anteriores no muestran diferencia significativa (15,4%), teniendo en cuenta el promedio de las variables analizadas.

CC3b: Utiliza el razonamiento combinatorio.

El promedio en general mostrado para este razonamiento es de 29,1%. Los resultados mostraron un porcentaje bajo en este tipo de razonamiento, sin diferencia significativa en los mismos, de acuerdo con las variables analizadas en el presente estudio.

CC4: Comprende la independencia.

En este caso, el promedio general encontrado es 29% teniendo en cuenta las variables analizadas en este estudio. Tampoco se encontró diferencia en los resultados que evaluaban esta clase de razonamiento.

### **5.2.1.2 Manejo y análisis de los sistemas de datos**

Los razonamientos correctos de Garfield correspondientes al manejo y análisis de los sistemas de datos en el currículo colombiano son: CC2, evaluado en las preguntas 1, 4 y 17; CC5, evaluado en las preguntas 14 y 15; CC6, evaluado en la pregunta 16; CC7, evaluado en la pregunta 5; y CC8, evaluado en las preguntas 6 y 12, de los cuales comentaremos lo obtenido en nuestro estudio.

CC2: Entiende como seleccionar un promedio adecuado

Se encontró que en promedio el 29,5% de los estudiantes mostraron este razonamiento. En general, no se encontraron diferencias en los resultados encontrados en las diferentes clases de variable estudiadas.

CC5: Comprende la variabilidad del muestreo.

Se encontró que en promedio el 22% de los estudiantes mostraron este razonamiento. No se encontraron diferencias en los resultados encontrados según las variables estudiadas.

CC6: Distingue entre correlación y causalidad

En promedio se encontró que el 37,6% de los encuestados presentaron este tipo de razonamiento. Tampoco existe diferencia en los resultados obtenidos por género, edad, institución educativa, jornada escolar, ni si tienen separada o no la estadística de las matemáticas que fueron los factores que se tuvieron en cuenta en este estudio.

CC7: Interpreta correctamente las tablas de doble entrada

Solo el 18,2%, de los estudiantes presentó este razonamiento, el cual se convierte en el más bajo encontrado con respecto a los otros tipos de razonamiento. No existen diferencias en los promedios correspondientes a cada una de las variables estudiadas.

CC8: Comprende la importancia de las muestras grandes

El promedio para este razonamiento es de 24,7%, indicando que los estudiantes saben que una muestra grande y bien elegida representará con mayor precisión una población. No se encontraron diferencias significativas relacionadas con las variables objeto de estudio de esta investigación.

## **5.2.2 Discusión por errores conceptuales**

Los errores conceptuales evaluados por el SRA se agruparon teniendo en cuenta las dos clases de pensamiento establecidos por el M.E.N. en los estándares de competencias de matemáticas en Colombia y que los estudiantes deben haber aprendido al finalizar su grado noveno, donde finaliza la educación básica.

### **5.2.2.1 Pensamiento aleatorio**

Los errores conceptuales del SRA, relacionados con el pensamiento aleatorio en el currículo colombiano, son: MC2, evaluado en las preguntas 2, 3, 11, 12 y 13; MC5 evaluado en las preguntas 9, 10 y 11; y MC7 evaluado en las preguntas 13, 18, 19 y 20.

MC2: Concepto erróneo de orientación al resultado

Se encontró que el promedio para este tipo de error donde el estudiante tiene un concepto intuitivo de la probabilidad es del 31%, sin existir una diferencia en las variables analizadas.

MC5: Concepto erróneo de representatividad.

En este concepto erróneo encontramos que el 27,0% de los estudiantes encuestados lo presentan. Las diferencias entre los promedios de las preguntas que evaluaban este tipo de razonamiento son del 11,7%.

MC7: Sesgo de equiprobabilidad.

En esta escala que evalúa el error conceptual de considerar igualmente probables sucesos con desigual probabilidad, encontramos que el 39,8% de los encuestados cometen este error, La institución educativa INEM, es la que más errores de este tipo tiene en promedio.

### 5.2.2.2 Manejo y análisis de los sistemas de datos

Las escalas de errores conceptuales del SRA, relacionadas con el desarrollo del pensamiento de manejo y análisis de los sistemas de datos en el currículo colombiano son: MC1, dividido en 4 tipos de errores, el MC1a, evaluado en las preguntas 1 y 17, MC1b evaluado en la pregunta 1, MC1c evaluado en la pregunta 15 y MC1d evaluado en la pregunta 17; MC3 evaluado en las preguntas 7 y 16; MC4 evaluado en las preguntas 12 y 14; MC6 evaluado en la pregunta 16; y MC8 evaluado en la pregunta 6. los cuales comentaremos lo obtenido en nuestro estudio.

MC1: Conceptos erróneos que involucran promedios

Encontramos que en promedio el 27,7% de los estudiantes cometen este error, en el cual están incluidos las 4 clases de errores que se pueden presentar.

MC1a: Los promedios son el número más común.

El promedio de errores encontrados es del 37,5%, donde los estudiantes confunden la media con la moda. En general no encontramos diferencia relacionada con las variables objeto de nuestro estudio.

MC1b: Toma en consideración los valores atípicos al calcular la media

Encontramos este error en el 29% en promedio, teniendo en cuenta las variables de este estudio.

MC1c: Compara grupos en función de sus promedios

Este error se encontró en promedio en el 30,8%, aunque la institución educativa Joaquín París es donde más se comete este error (43,4%).

MC1d: Confunde la media con la mediana

Este tipo de error es el menos cometido en la categoría de errores respecto a los promedios, con el 13,7% en promedio.

MC3: Las buenas muestras deben representar un alto

El error de considerar que no es importante el tamaño de la muestra ni cómo se elige, lo encontramos en el 49,8% en promedio, considerando la influencia que pueda tener las diferentes variables estudiadas.

MC4: Ley de los pequeños números.

El promedio encontrado en esta clase de error fue del 29,1% donde los estudiantes consideran que las muestras pequeñas representan mejor una población, siendo más cometido por los estudiantes de la institución educativa Técnica Joaquín París con 35,9% en promedio.

MC6: La correlación implica causalidad.

El promedio encontrado en este tipo de error fue de 51,1%, el más alto presentado, donde los estudiantes de la institución educativa Niño Jesús de Praga son los que más error cometen al pensar que la correlación implica causalidad, con el 69,8%, por parte de los estudiantes de 14 años (60,1%).

MC8: Los grupos solo se pueden comparar si son del mismo tamaño.

Encontramos que en promedio el 32,3% de los estudiantes encuestados cometen este error, presentándose más en la institución INEM (42,6%).

### **5.3 Limitaciones**

Entre las limitaciones que tuvo esta investigación es que los estudiantes del estudio son de instituciones educativas públicas de una misma ciudad y, por tanto, no es posible extraer inferencias globales.

Asimismo, por haberse aplicado la prueba cuando se terminaba el año escolar, no fue posible realizar entrevistas que hubiesen aclarado algunos aspectos sobre los resultados obtenidos y, de ese modo, enriquecer la investigación.

De igual manera, la pandemia por SARS-COV2, limitó la posibilidad de aplicar el SRA a instituciones educativas privadas y tener una mayor muestra, que nos permitiera comparar los resultados entre las instituciones públicas y privadas; así mismo comprar entre instituciones educativas urbanas y rurales; como también instituciones de diferentes municipios del Tolima.

### **5.4 Líneas futuras:**

- Ampliar el estudio a estudiantes de grado once que nos permita identificar si el razonamiento estadístico que tienen al terminar el ciclo de educación media corresponde al razonamiento que el Ministerio de Educación Nacional establece.
- Realizar una investigación contextualizada con las pruebas estandarizadas que permita establecer si el razonamiento que tienen los estudiantes al terminar su educación media es lo que realmente es evaluado en las pruebas internas estandarizadas por el MEN.

- La presente investigación se puede ampliar a los alumnos de noveno grado y aplicar en las capitales de los 33 departamentos del país, en colaboración con docentes investigadores en cada capital, para tener una visión generalizada de este tipo de razonamiento en los estudiantes de noveno grado. De esta manera se puede minimizar costos generados por la investigación.
- También se puede realizar una investigación similar en diferentes áreas del conocimiento por zonas, las cuales en Colombia serían 5.

### **5.5 Recomendaciones**

- Con base en la presente investigación la oficina de calidad educativa de la secretaria de educación de Ibagué puede plantear propuestas de intervención didáctica en el aula, que incluya modificaciones curriculares para mejorar la calidad del proceso enseñanza-aprendizaje de la estadística, de esta manera cumplir con los lineamientos establecidos por el Ministerio de Educación Nacional de Colombia.
- La secretaria de educación de Ibagué puede elaborar proyectos interdisciplinarios con facultades de educación que permita hacer un diagnóstico del razonamiento estadístico de docentes en formación.
- Se recomienda que las instituciones educativas dentro de su autonomía institucional incluyan en el P.E.I, orientar la estadística separada de la matemática, con horario establecido.

## **VI. REFERENCIAS**



## 6 Referencias

- Allen, K. (2006). *The Statistics Concept Inventory: Development and analysis of a cognitive assessment instrument in statistics*. The University of Oklahoma. <https://www.proquest.com/openview/c5b34bafe4b1740ed6e75ae531a78cfb/1?pq-origsite=gscholar&cbl=18750&diss=y>
- Alveal, F. E. R., Fuentes, A. C. M., y Rubilar, P. R. S. (2016). Comprensión de las medidas de tendencia central: un estudio comparativo en estudiantes de pedagogía en matemática en dos instituciones formadoras chilenas. *Avaliação: Revista da Avaliação da Educação Superior (Campinas)*, 21, 929-952. <https://www.scielo.br/j/aval/a/DR9jvDJwPcv3bJD766YDHTG/?lang=es>
- Arias, C., Clavijo, M., y Torres, J. (2012). *La enseñanza de la Estadística en la formación de ciudadanos críticos*.
- Arteaga, P. (2014). *Conocimientos sobre gráficos estadísticos de una muestra de futuros profesores de educación primaria*.
- Arteaga, P., Contreras, J. M., y Cañadas, G. (2014). Conocimiento de la estadística y los estudiantes en futuros profesores: un estudio exploratorio. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, (6). <https://doi.org/10.35763/aiem.v1i6.97>
- Azcárate, P., Cardeñoso, J. M., y Ariza, R. P. (1998). Concepciones de futuros profesores de primaria sobre la noción de aleatoriedad. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 85-97. <https://raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/83237/108220>
- Azcárate, P., Cardeñoso, J. M., y Ariza, R. P. (1998). Concepciones de futuros profesores de primaria sobre la noción de aleatoriedad. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 85-97. <https://raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/83237/108220>
- Bargagliotti, A., Franklin, C., Arnold, P., Gould, R., Johnson, S., Perez, L., & Spangler, D. (2020). *Pre-K-12 Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) report II*. American Statistical Association and National Council of Teachers of Mathematics.

- Barros, P. M., y Fernandes, J. A. (2001). Dificultades de alumnos (futuros profesores) em conceitos de estatística e probabilidades. *Actas do ProfMat 2001*, 197-201. [https://bibliotecadigital.ipb.pt/bitstream/10198/1559/1/ProfMat2001-Dificuldades%20de%20alunos%20\\_futuros%20professores\\_%20em%20conceitos%20de%20Estat%3%adstica%20e%20Probabilidades.pdf](https://bibliotecadigital.ipb.pt/bitstream/10198/1559/1/ProfMat2001-Dificuldades%20de%20alunos%20_futuros%20professores_%20em%20conceitos%20de%20Estat%3%adstica%20e%20Probabilidades.pdf)
- Batanero, C. (1998). Situación actual y perspectivas futuras de la educación estadística. In *Conferencia presentada en las Jornadas Thales de Educación Matemática, Jaén*. <http://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/EDUCACIESTADISTICA.pdf>
- Batanero, C. (2000). Dificultades de los estudiantes en los conceptos estadísticos elementales: el caso de las medidas de posición central. *Ensino e aprendizagem da estatística*, 31-48.
- Batanero, C. (2019). *Treinta años de investigación en educación estocástica: Reflexiones y desafíos*. [https://digibug.ugr.es/bitstream/handle/10481/55025/batanero\\_esp.pdf?sequence=1&isAllowed=y](https://digibug.ugr.es/bitstream/handle/10481/55025/batanero_esp.pdf?sequence=1&isAllowed=y)
- Batanero, C., Díaz, C., Contreras, J. M., y Roa, R. (2013). El sentido estadístico y su desarrollo. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 83, 7-18. [http://www.sinewton.org/numeros/numeros/83/Monografico\\_01.pdf](http://www.sinewton.org/numeros/numeros/83/Monografico_01.pdf)
- Batanero, C., Godino, J. D., y Navas, F. (1997). Concepciones de maestros de primaria en formación sobre los promedios. *VII Jornadas LOGSE: Evaluación Educativa*, 310-304.
- Batanero, C., Tauber, L., y Sánchez, B. (2001). Significado y comprensión de la distribución normal en un curso de análisis de datos. *Cuadrante*, 10(1), 59-92.
- Batanero, C., y Godino, J. (2001). *Análisis de datos y su didáctica*. Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada. [https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/38741046/ANALISIS\\_DE\\_DATOS\\_Y\\_SU\\_DIDACTICA-libre.pdf?1442014000=&response-content-disposition=inline%3B+filename%3DANALISIS\\_DE\\_DATOS\\_Y\\_SU\\_DIDACTICA\\_Profeso.pdf&Expires=1715383390&Signature=DFmsT48iPXu9HwktH5pWRqf0-](https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/38741046/ANALISIS_DE_DATOS_Y_SU_DIDACTICA-libre.pdf?1442014000=&response-content-disposition=inline%3B+filename%3DANALISIS_DE_DATOS_Y_SU_DIDACTICA_Profeso.pdf&Expires=1715383390&Signature=DFmsT48iPXu9HwktH5pWRqf0-)

01ZLo0yZUrmUZ5vnmO7ohXINg4X4vlLPNnJ9hPalG2DyffvzIH8HnhnJGgd  
M5j1f5NjzYuETydMuimWtn~gcgenKZWrQt9-wL6Fva38BLgidI8PMW~R-  
e65uFT0MwtqcC~MQJsXMAywwwVjuDnbkZoyEmgNOkM994P7Gwd3pgrtc  
LSd-  
fJyin1olHv4dIJrGcdNhtdRsZDO1JvsdFYSDpGhxD2uFnREV1PC9U2quFplpW  
cY0ZVI87MaMjjnibeZ~zaf6VENUBU2IGZiw0tFnsYdD8k6CUobckKtu42KOr  
skVfG2CaUHiGqJutW5qg\_\_&Key-Pair-Id=APKAJLOHF5GGSLRBV4ZA

- Batanero, C., y Godino, J. (2001). *Análisis de datos y su didáctica*. Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.
- Batanero, C., y Jolliffe, F. (2003). Estadística educación. *Revista de Investigación*. Vol 2, N° 1.
- Ben-Zvi, D. (2008). *Research on developing statistical reasoning: Reflections, lessons learned, and challenges*. Communication in 11<sup>th</sup> International Congress on Mathematical Education. México.
- Bruns, B., y Luque, J. (2014). *Profesores excelentes: cómo mejorar el aprendizaje en América Latina y el Caribe*. Perú: Banco Mundial, Galese SAC. <https://repositorio.minedu.gob.pe/bitstream/handle/20.500.12799/3022/Profesores%20excelentes%20c%3b3mo%20mejorar%20el%20aprendizaje%20en%20Am%c3a9rica%20Latina%20y%20el%20Caribe.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Cabriá, S. (1994). *Filosofía de la estadística*. Servicio de Publicaciones de la Universidad de Valencia.
- Casas-Rosal, JC, Muñoz-Ñungo, O., Maz-Machado, A. Cuida, A. (2024). El estudio de la estadística como una disciplina independiente y su impacto en el razonamiento y los errores conceptuales. *Revista de Gestão Social e Ambiental*, 18(4).
- Chance, B. (2002). Components of statistical thinking and implications for instruction and assessment. *Journal of Statistics Education*, 10 (3).
- Cobo, B. (2003). *Significado de las medidas de posición central para los estudiantes de secundaria*. (Doctoral dissertation, Tesis Doctoral. Universidad de Granada). <https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/tesiscobo.pdf>

- Cobo, B., y Batanero, C. (2004). Significado de la media en los libros de texto de secundaria. *Enseñanza de las Ciencias*, 22(1), 005-18.
- Concepto 390731 de 2022. Departamento Administrativo de la Función Pública. [https://www.funcionpublica.gov.co/eva/gestornormativo/norma.php?i=203144#:~:text=Se%20entiende%20como%20jornada%20%C3%BAnica,\(7\)%20horas%20al%20d%C3%ADa.](https://www.funcionpublica.gov.co/eva/gestornormativo/norma.php?i=203144#:~:text=Se%20entiende%20como%20jornada%20%C3%BAnica,(7)%20horas%20al%20d%C3%ADa.)
- Contreras, J. M., y Molina, E. (2019). *Elementos clave de la cultura estadística en el análisis de la información basada en datos*. <https://digibug.ugr.es/bitstream/handle/10481/55035/contreras.pdf?sequence=1>
- Decreto 1860 de agosto 3 de 1994. Por el cual se reglamenta parcialmente la Ley 115 de 1994, en los aspectos pedagógicos y organizativos. [https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-86240\\_archivo\\_pdf.pdf](https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-86240_archivo_pdf.pdf)
- Decreto 2105 de 2017. Por el cual se modifica parcialmente el Decreto 1075 de 2015, Único Reglamentario del Sector Educación, en relación con la jornada única escolar, los tipos de cargos del sistema especial de carrera docente y su forma de provisión, los concursos docentes y la actividad laboral docente en el servicio educativo de los niveles de preescolar, básica y media. 14 de diciembre del año 2017. <https://www.funcionpublica.gov.co/eva/gestornormativo/norma.php?i=84673>
- Delmas, R., Garfield, J., Ooms, A., & Chance, B. (2007). Assessing students' conceptual understanding after a first course in statistics. *Statistics education research journal*, 6(2), 28-58. <https://iase-web.org/ojs/SERJ/article/view/483/354>
- Derry, S. J., Levin, J. R., Osana, H. P., & Jones, M. S. (1998). Developing Middle School Students' Statistical Reasoning Through Simulation Gaming. In S. J. Lajoie, Mahwah, NJ (Eds.), *Reflections on Statistics: Agendas for Learning, Teaching, and Assessment in K-12* (pp.175-195). Lawrence Erlbaum Associates.
- Estrada, A., Batanero, C., y Fortuny, J. M. (2011). Un estudio sobre conocimientos de estadística elemental de profesores en formación. *Educación Matemática*, 16(1), 89-111. <https://www.redalyc.org/pdf/405/40516104.pdf>
- Estrada, A., y Díaz, A. (2007). Errores en el cálculo de probabilidades en tablas de doble entrada en profesores en formación. Uno: *Revista de Didáctica de las*

*Matemáticas*, 44, 48-57.  
<https://repositori.udl.cat/server/api/core/bitstreams/7abf932a-0370-4b80-9d66-72190e24ee6f/content>

Estrella, M. S. (2014). Un imperativo moral: la enseñanza de la estadística no puede dejarse al azar. 67-77.

Estrella, M.S. (2017). Enseñar estadística para alfabetizar estadísticamente y desarrollar el razonamiento estadístico. *Alternativas pedagógicas para la educación matemática del siglo XXI*, 173.

Estrella, S., Olfos, R., y Mena-Lorca, A. (2015). El conocimiento pedagógico del contenido de estadística en profesores de primaria. *Educação e Pesquisa*, 41, 477-493. <https://www.scielo.br/j/ep/a/V4BxT9dMrWPD97TPmBL7mfS/>

Fong, G. T., Krantz, D. H., & Nisbett, R. E. (1986). The effects of statistical training on thinking about everyday problems. *Cognitive psychology*, 18(3), 253–292. <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/0010028586900010>

Franco-Buriticá, E., Maz-Machado, A., León-Mantero, C., y Casas-Rosal, J. C. (2023). *Ansiedad hacia las Matemáticas en el Alumnado de Educación Media en Colombia*.  
[https://helvia.uco.es/bitstream/handle/10396/26426/ansiedad\\_hacia\\_las\\_matematicas.pdf?sequence=3&isAllowed=y](https://helvia.uco.es/bitstream/handle/10396/26426/ansiedad_hacia_las_matematicas.pdf?sequence=3&isAllowed=y)

Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D., Moreno, J., Peck, R., Perry, M., & Scheaffer, R. (2007). *Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) report*.

Gal, I., Ginsburg, L., & Schau, C. (1997). Monitoring attitudes and beliefs in statistics education. *The assessment challenge in statistics education*, 12, 37-51. [https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/66468312/Monitoring\\_Attitudes\\_and\\_Beliefs\\_in\\_Stat20210421-22630-17uwiyz.pdf?1619034824=&response-content-disposition=inline%3B+filename%3DMonitoring\\_attitudes\\_and\\_beliefs\\_in\\_stat.pdf&Expires=1715449406&Signature=Yntk~Ow4izZ8GkbKJHWomcfM50ixCgHdNsqOZVnlQ5mdzvzTtEdUxmKuMgfPx~AhvmJp4QV3yS9s4VrguBxZSToqul~TvskL~FluWnhk3E4n~BwQQgIW7HI0J0ebaN6nPnUaGmXJNgqDyRekH3W8B1BH9QQfKZyVhjjPkn2SGWgYD4qguzbEEq00vJg6QQNH4c77ytWRz9Wtk-EvolcLjriOe5lh31B2BceMUIc7LO2-sDvgO65zNon2advh5PP~Du-](https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/66468312/Monitoring_Attitudes_and_Beliefs_in_Stat20210421-22630-17uwiyz.pdf?1619034824=&response-content-disposition=inline%3B+filename%3DMonitoring_attitudes_and_beliefs_in_stat.pdf&Expires=1715449406&Signature=Yntk~Ow4izZ8GkbKJHWomcfM50ixCgHdNsqOZVnlQ5mdzvzTtEdUxmKuMgfPx~AhvmJp4QV3yS9s4VrguBxZSToqul~TvskL~FluWnhk3E4n~BwQQgIW7HI0J0ebaN6nPnUaGmXJNgqDyRekH3W8B1BH9QQfKZyVhjjPkn2SGWgYD4qguzbEEq00vJg6QQNH4c77ytWRz9Wtk-EvolcLjriOe5lh31B2BceMUIc7LO2-sDvgO65zNon2advh5PP~Du-)

CLa9jzxVF6qJv0KFnf1sTudYISzMqUTa2Mmq7jVBqGB3FPTM6lCQjXDB~P  
4Mo6kmeNgOPmnAzFfJK1YSaWg\_\_&Key-Pair-  
Id=APKAJLOHF5GGSLRBV4ZA

- Garfield, J. (2002). The challenge of developing statistical reasoning. *Journal of statistics education*, *10*(3).  
<https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/10691898.2002.11910676>
- Garfield, J. B. (2003). Assessing statistical reasoning. *Statistics Education Research Journal*, *2*(1), 22–38. <https://iase-web.org/ojs/SERJ/article/view/557/420>
- Garfield, J., & Ben-Zvi, D. (2007). How students learn statistics revisited: A current review of research on teaching and learning statistics. *International statistical review*, *75*(3), 372-396. <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.1751-5823.2007.00029.x>
- Garfield, J., & Gal, I. (1999). Teaching and assessing statistical reasoning. In L. V. Stiff, and F. R. Curcio (Eds.). *Developing mathematical reasoning in grades K-12. 1999 Yearbook* (pp. 207–219). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Gómez, P. (2010). *Diseño curricular en Colombia: el caso de las matemáticas*. Documento no publicado (Documento de Trabajo). Granada: Universidad de Granada
- Gorham, T., & Chamberlin, S. (2019). Pre-service teachers' statistical misconceptions during teacher preparation program. *The Mathematics Enthusiast*, *16*(1) article 24. <https://doi.org/10.54970/1551-3440.1469>
- Holmes, P. (1980). *Teaching Statistics 11-16*. Sloug: Foulsham Educational.  
<http://funes.uniandes.edu.co/23841/1/Mu%C3%B1oz2020La.pdf>
- Inzunza, S., y Enciso, S. S. (2022). Alfabetización y razonamiento estadístico de estudiantes mexicanos Al concluir el bachillerato. *Revista Chilena de Educación Matemática*, *14*(3), 101-117. <https://www.sochiem.cl/revista-rechciem/index.php/rechciem/article/view/101/76>
- Jacobbe, T., Case, C., Whitaker, D., & Foti, S. (2014, July). Establishing the validity of the LOCUS assessments through an evidenced-centered design approach.

- In *Proceedings of the Ninth International Conference on Teaching Statistics* (pp. 1-6). [http://icots.info/9/proceedings/pdfs/ICOTS9\\_7C2\\_JACOBBE.pdf](http://icots.info/9/proceedings/pdfs/ICOTS9_7C2_JACOBBE.pdf)
- Jacobs, V. (1999). How do students think about statistical sampling before instruction? *Mathematics Teaching in the Middle School*, 5(4), 240–263. <https://pubs.nctm.org/view/journals/mtms/5/4/article-p240.xml>
- Jauhari, A. L. R., Ariany, R. L., Fardillah, F., & Ayu, A. (2021, February). *Profile of Students' Statistical Reasoning Capabilities in Introductory Social Statistics Courses*. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1764, No. 1, p. 012118). IOP Publishing.
- Jones, D. L., y Jacobbe, T. (2014). An Analysis of the Statistical Content in Textbooks for Prospective Elementary Teachers. *Journal of Statistics Education*, 22(3). 10.1080/10691898.2014.11889713
- Kahneman, D., & Tversky, A. (1982). On the study of statistical intuitions. *Cognition*, 11(2), 123–141.
- Kahneman, D., Lovallo, D., & Sibony, O. (2011). *Before you make that big decision*. *Harvard business review*, 89(6), 50–60.
- Lavigne, N. C., & Lajoie, S. P. (2007). Statistical reasoning of middle school children engaged in survey inquiry. *Contemporary Educational Psychology*, 32(4), 630–666. <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0361476X06000488>
- León-Mantero, C., Pedrosa-Jesús, C., Maz-Machado, A. y Casas-Rosal, J. C. (2019). Medición de las actitudes hacia las matemáticas en maestros de Educación infantil en formación. *Espacios*, 40(23), 14-24. <https://www.revistaespacios.com/a19v40n23/a19v40n23p14.pdf>
- Ley 115 de febrero 8 de 1994. Por la cual se expide la ley general de educación. 8 de febrero de 1994. [https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-85906\\_archivo\\_pdf.pdf](https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf)
- Ley 1324 de julio 13 de 2009. Por la cual se fijan parámetros y criterios para organizar el sistema de evaluación de resultados de la calidad de la educación, se dictan normas para el fomento de una cultura de la evaluación, en procura de facilitar la inspección y vigilancia del Estado y se transforma el Icfes.

[https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-210697\\_archivo\\_pdf\\_ley\\_1324.pdf](https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-210697_archivo_pdf_ley_1324.pdf)

- Londoño, D., Alsina, Á., y López, P. (2022). La estadística en el currículo de Educación Primaria: un estudio comparativo. *Paideia Surcolombiana*, (27), 195-206. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=8957643>
- Martin, N., Hughes, J., & Fugelsang, J. (2017). The roles of experience, gender, and individual differences in statistical reasoning. *Statistics Education Research Journal*, 16(2), 454–475. <https://www.iase-web.org/ojs/SERJ/article/view/201/106>
- Mayén, S. (2009). *Comprensión de las medidas de tendencia central en estudiantes mexicanos de educación secundaria y bachillerato*. <https://digibug.ugr.es/bitstream/handle/10481/2418/18272113.pdf?sequence=1>
- Mayén, S. (2009). *Comprensión de las medidas de tendencia central en estudiantes mexicanos de educación secundaria y bachillerato*. Tesis doctoral. Universidad de Granada.
- Meza, I. A. (2022). *Diseño y validación de una prueba diagnóstico para evaluar el razonamiento estadístico de estudiantes universitarios*. <http://bdigital.dgse.uaa.mx:8080/xmlui/bitstream/handle/11317/2501/464252.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Ministerio de Educación Nacional (2016). *Derechos básicos de aprendizaje v2*. Panamericana Formas E Impresos S.A
- Ministerio de Educación Nacional. (1996). *Resolución Número 2343 de junio de 1996*. Por la cual se adopta un diseño de lineamientos generales de los procesos curriculares del servicio público educativo y se establecen los indicadores de logros curriculares para la educación formal. Educación. <https://bibliotecadigital.usb.edu.co/server/api/core/bitstreams/35dbc824-2492-4430-928d-555a3465aa52/content>
- Ministerio de Educación Nacional. (2002). *Pruebas saber*. <https://www.mineduacion.gov.co/portal/micrositios-prescolar-basica-y-media/Evaluacion/Evaluacion-de-estudiantes/397384:Pruebas-saber>

- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas*. Imprenta Nacional de Colombia. Revolución educativa, Colombia aprende. [https://www.mineduccion.gov.co/1621/articles-340021\\_recurso\\_1.pdf](https://www.mineduccion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf)
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Las distintas pruebas*. Altablero No. 38. <https://www.mineduccion.gov.co/1621/article-107522.html>
- Ministerio de Educación y Ciencia. (1989). *Diseño curricular base*. Educación secundaria obligatoria. Bogotá: MEC
- Ministerio de Educacional Nacional de Colombia. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Guía sobre lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden*. [https://www.mineduccion.gov.co/1621/articles-340021\\_recurso\\_1.pdf](https://www.mineduccion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf)
- Molero, A., Gea, M. M., y Batanero, C. (2019). *¿Qué conocimientos de la media aritmética tienen los estudiantes al inicio de la educación secundaria?* Valladolid, España: Universidad de Valladolid.
- Moore, D. S. (1999). Discussion: what shall we teach beginners. *International Statistical Review*, 67(3), 223-248.
- Muñoz-Ñungo, B., Rodríguez-Faneca, C., y Gutiérrez-Rubio, D. (2020). La investigación en educación matemática en Emerging Sources Citation Index (ESCI): la producción de Colombia. *Matemáticas, educación y sociedad*, 3(1), 1-11.
- NCTM. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Pinzón, D. F. (2016). *Habilidades de pensamiento aleatorio y la creación de aplicaciones móviles: un estudio exploratorio en semilleros de investigación escolar de la educación media* (Doctoral dissertation, Universidad de Antioquia).
- Ramírez, M., Vargas, L., y Vásquez, F. (2018). *Desarrollo del pensamiento aleatorio en el proceso de aprendizaje de las medidas de tendencia central mediante GeoGebra en estudiantes de noveno grado*. [https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/105505084/243255465-libre.pdf?1693832539=&response-content-disposition=inline%3B+filename%3DDesarrollo\\_del\\_pensamiento\\_aleatorio\\_en](https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/105505084/243255465-libre.pdf?1693832539=&response-content-disposition=inline%3B+filename%3DDesarrollo_del_pensamiento_aleatorio_en)

.pdf&Expires=1715383135&Signature=BrZQ2tVDpZTz6R-MUih7ab~ay0M71-K6zZZTh4givT8T9hp5f1OBV-E6yN7vYIXfxlPJf0yU~PsTYha0TxIlOB9oJmLvIBvJRhVg6Rm3TEEnOy~urk4apgmZbpbZxtmjAZSziSJFM7FQ9o-B5LKcuix69j9d-ocGBhODRi3mYPuhDnkHImJNy1u01DcgfjE-mmvlIFDmbN-s7ezasBSRNMjJxrcm4q8E1hJd2vb~DQhEeGEPfUvhI~tVm5mh1ovgcAG749CfYv5OonYHRnRMKEcJZlnuy3lyE-ExWUvH3ubm9Svsk~FiDmvx96HYRJVifTYdKmpHZrxfvM6M2RtEkg\_\_&Key-Pair-Id=APKAJLOHF5GGSLRBV4ZA

- Riascos, Y. (2016). Razonamiento estadístico y otros conceptos relacionados. *Encuentro colombiano de educación estocástica*.  
<http://funes.uniandes.edu.co/9273/1/Riascos2016Razonamiento.pdf>
- Righetti, A. (2015). Errores detectados en estudiantes universitarios al desarrollar pruebas de asociación estadística. *Revista de la Escuela de Perfeccionamiento en Investigación Operativa*, 23(38), 78-98.  
<https://revistas.unc.edu.ar/index.php/epio/article/view/14314/14487>
- Rodríguez, J. y Castro, D. (2018). *Significado de la media aritmética y el uso de la palabra promedio en estudiantes de 11° grado*.
- Rumsey, D. J. (2002). Statistical literacy as a goal for introductory statistics courses. *Journal of statistics education*, 10(3).  
<https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/10691898.2002.11910678>
- Sabbag, A. G. (2016). *Examining the relationship between statistical literacy and statistical reasoning* (Doctoral dissertation, University of Minnesota).  
<https://www.proquest.com/openview/1a1181f6a728abbfcfd147ba730b4048/1?pq-origsite=gscholar&cbl=18750>
- Sabbag, A. G., & Zieffler, A. (2015). Assessing learning outcomes: An analysis of the GOALS-2 instrument. *Statistics Education Research Journal*, 14(2), 93-116.  
<https://iase-web.org/ojs/SERJ/article/view/263/164>
- Saidi, S. S., & Siew, N. M. (2022). Assessing secondary school students 'statistical reasoning, attitude towards statistics, and statistics anxiety. *Statistics education research journal*, 21(1), 6–6. <https://www.iase-web.org/ojs/SERJ/article/view/67/319>

- Salinas, J., y Mayen, S. A. (2016). Estudio exploratorio de las actitudes hacia la estadística en estudiantes mexicanos de bachillerato. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, (10). <https://doi.org/10.35763/aiem.v0i10.130>
- Schwartz, D. L., & Goldman, S. R. (1996). Why people are not like marbles in an urn: An effect of context on statistical reasoning. *Applied Cognitive Psychology*, 10, 99–112. [https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/\(SICI\)1099-0720\(199611\)10:7%3C99::AID-ACP441%3E3.0.CO;2-4](https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/(SICI)1099-0720(199611)10:7%3C99::AID-ACP441%3E3.0.CO;2-4)
- Sepúlveda, A., Díaz-Levicoy, D., y Jara, D. (2018). Evaluación de la comprensión sobre Tablas Estadísticas en estudiantes de Educación Primaria. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 32, 869-886.
- Tempelaar, D. (2004). *Statistical reasoning assessment: An analysis of the SRA instrument*. Presentation to Assessment in Statistics. Lawrence University. Appleton, Wisconsin.
- Wang, W., Wang, X., & Chen, G. (2009). Survey and analysis of the statistical reasoning among high school students in China and Dutch. *Journal of Mathematics Education*, 2(1), 15–26.
- Watson, J. (1997). Assessing Statistical Thinking Using the Media. In I. Gal and J. Garfield, (Eds.): *The Assessment Challenge in Statistics Education* (pp. 107–121). Amsterdam: IOS Press and International Statistical Institute.
- Weiland, T. (2019). Critical mathematics education and statistics education: Possibilities for transforming the school mathematics curriculum. *Topics and Trends in Current Statistics Education Research: International Perspectives*, 391-411. [https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-030-03472-6\\_18](https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-030-03472-6_18)
- Yusuf, Y., & Sukestiyarno, Y. L. (2022). Pre-service Teachers' Statistical Reasoning based on Cognitive Style. *Jurnal Didaktik Matematika*, 9(1), 136–150. <https://jurnal.usk.ac.id/DM/article/view/24538>
- Zamora-Araya, J. A., Aguilar-Fernández, E., y Guillén-Oviedo, H. S. (2022). Educación Estadística: tendencias para su enseñanza y aprendizaje en educación secundaria y terciaria. *Revista Educación*, 46(1), 1-20. <https://www.scielo.sa.cr/pdf/edu/v46n1/2215-2644-edu-46-01-00547.pdf>

Zieffler A., Garfield J., & Fry E. (2018). What Is Statistics Education? In: Ben-Zvi D., Makar K., Garfield J. (eds) *International Handbook of Research in Statistics Education*. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-66195-7\\_2](https://doi.org/10.1007/978-3-319-66195-7_2)

Ziegler, L. A. (2014). *Reconceptualizing statistical literacy: Developing an assessment for the modern introductory statistics course*. (Doctoral dissertation, University of Minnesota).

<https://www.proquest.com/openview/f6a64b8ede697b44e801a069d5be3e13/1?q-origsite=gscholar&cbl=18750>

## **VIII. ANEXOS**



## Anexo 1. Razonamiento correcto

### CC1: Interpreta correctamente las probabilidades

Ítem	General (%)	Género (%)		Edad (%)				Jornada (%)		Institución Educativa (%)					Diseño Curricular (%)	
		M	H	14	15	16	17	Mañana	Única	1	2	3	4	5	Separada	No separada
2	30,3	27,2	33,2	30,8	29,1	28,4	35,7	31,5	29,1	18,9	33,7	33	30	41,7	35,1	23,2
3	37,1	34,2	39,7	36,8	38,3	38,8	31	33,7	40,2	37,9	30,2	53,2	23,3	33,3	40,4	32,3
<b>Promedio</b>	<b>33,7</b>	<b>30,7</b>	<b>36,5</b>	<b>33,8</b>	<b>33,7</b>	<b>33,6</b>	<b>33,4</b>	<b>32,6</b>	<b>34,7</b>	<b>28,4</b>	<b>32,0</b>	<b>43,1</b>	<b>26,7</b>	<b>37,5</b>	<b>37,8</b>	<b>27,8</b>

### CC2: Entiende como seleccionar un promedio adecuado

Ítem	General (%)	Género (%)		Edad (%)				Jornada (%)		Institución Educativa (%)					Diseño Curricular (%)	
		M	H	14	15	16	17	Mañana	Única	1	2	3	4	5	Separada	No separada
1	12,8	10,3	15,1	15,8	12,1	10,4	9,5	11,4	14,1	7,4	10,5	18,1	11,6	18,8	15,4	9
4	56,3	63,6	49,7	60,1	52,5	56,7	57,2	59,8	53,2	51,6	65,1	58,5	48,3	56,3	60,6	50,3
17	19,1	17,4	20,6	18	19,1	19,4	21,4	20,1	18,1	24,2	14	11,7	25	25	15,4	24,5
<b>Promedio</b>	<b>29,4</b>	<b>30,4</b>	<b>28,5</b>	<b>31,3</b>	<b>27,9</b>	<b>28,8</b>	<b>29,4</b>	<b>30,4</b>	<b>28,5</b>	<b>27,7</b>	<b>29,9</b>	<b>29,4</b>	<b>28,3</b>	<b>33,4</b>	<b>30,5</b>	<b>27,9</b>

### CC3a: Entiende las probabilidades como razones

Ítem	General (%)	Género (%)		Edad (%)				Jornada (%)		Institución Educativa (%)					Diseño Curricular (%)	
		M	H	14	15	16	17	Mañana	Única	1	2	3	4	5	Separada	No separada
8	46,5	48,9	44,2	45,9	46,8	52,2	38,1	52,7	40,7	40	53,5	47,9	36,7	53,3	51,8	38,7
<b>Promedio</b>	<b>46,5</b>	<b>48,9</b>	<b>44,2</b>	<b>45,9</b>	<b>46,8</b>	<b>52,2</b>	<b>38,1</b>	<b>52,7</b>	<b>40,7</b>	<b>40,0</b>	<b>53,5</b>	<b>47,9</b>	<b>36,7</b>	<b>53,3</b>	<b>51,8</b>	<b>38,7</b>

### CC3b: Utiliza el razonamiento combinatorio

Ítem	General (%)	Género (%)		Edad (%)				Jornada (%)		Institución Educativa (%)					Diseño Curricular (%)	
		M	H	14	15	16	17	Mañana	Única	1	2	3	4	5	Separada	No separada
13	20,9	19	22,6	22,6	16,3	22,4	28,6	20,1	21,6	22,1	18,6	18,1	20	29,2	20,6	21,4
18	26,4	29,9	23,1	30,8	27	19,4	21,4	24,5	21,6	26,3	20,9	28,7	33,3	22,9	24,6	29
19	24,3	22,3	26,1	21,1	24,1	19,4	42,9	26,6	22,1	27,4	24,4	14,9	31,7	27,1	21,1	29
20	30,5	33,7	27,6	31,6	31,2	25,4	33,3	33,2	28,1	28,4	36	28,7	28,3	31,2	32	28,4
<b>Promedio</b>	<b>25,5</b>	<b>26,2</b>	<b>24,9</b>	<b>26,5</b>	<b>28,9</b>	<b>21,7</b>	<b>31,6</b>	<b>26,1</b>	<b>23,4</b>	<b>26,1</b>	<b>25,0</b>	<b>22,6</b>	<b>28,3</b>	<b>27,6</b>	<b>24,6</b>	<b>27,0</b>

### CC3: Calcula correctamente la probabilidad

Ítem	General (%)	Género (%)		Edad (%)				Jornada (%)		Institución Educativa (%)					Diseño Curricular (%)	
		M	H	14	15	16	17	Mañana	Única	1	2	3	4	5	Separada	No separada
CC3a	46,5	48,9	44,2	45,9	46,8	52,2	38,1	52,7	40,7	40	53,5	47,9	36,7	53,3	51,8	38,7
CC3b	25,5	26,2	24,9	26,5	28,9	21,7	31,6	26,1	23,4	26,1	25,0	22,6	28,3	27,6	24,6	27,0
<b>Promedio</b>	<b>36,0</b>	<b>37,6</b>	<b>34,5</b>	<b>36,2</b>	<b>62,8</b>	<b>36,9</b>	<b>34,8</b>	<b>39,4</b>	<b>32,0</b>	<b>33,0</b>	<b>39,2</b>	<b>35,3</b>	<b>32,5</b>	<b>40,5</b>	<b>38,2</b>	<b>32,8</b>

### CC4: Comprende la independencia

Ítem	General (%)	Género (%)		Edad (%)				Jornada (%)		Institución Educativa (%)					Diseño Curricular (%)	
		M	H	14	15	16	17	Mañana	Única	1	2	3	4	5	Separada	No separada
9	37,6	38,6	36,7	39,8	37,6	34,3	35,7	40,8	34,7	26,3	46,5	47,9	26,7	37,5	45,2	26,5
10	23,8	27,1	20,5	26,3	22,7	23,9	19	22,3	25,1	19	19,7	35,1	15	27,1	27,6	18
11	26,9	29,3	24,6	25,6	29,8	22,4	28,6	31,5	22,6	23,2	36	27,7	21,7	22,9	29,8	22,6
<b>Promedio</b>	<b>29,4</b>	<b>31,7</b>	<b>27,3</b>	<b>30,6</b>	<b>30,0</b>	<b>26,9</b>	<b>27,8</b>	<b>31,5</b>	<b>27,5</b>	<b>22,8</b>	<b>34,1</b>	<b>36,9</b>	<b>21,1</b>	<b>29,2</b>	<b>34,2</b>	<b>22,4</b>

### CC5: Comprende la variabilidad del muestreo

Ítem	General (%)	Género (%)		Edad (%)				Jornada (%)		Institución Educativa (%)					Diseño Curricular (%)	
		M	H	14	15	16	17	Mañana	Única	1	2	3	4	5	Separada	No separada
14	22,7	19,6	25,6	21,8	24,1	22,4	21,4	23,4	22,1	35,8	12,8	17	18,3	31,3	18,4	29
15	21,1	23,4	19,1	22,6	17	20,9	31	19	23,1	20	24,4	27,7	13,3	14,6	23,7	17,4
<b>Promedio</b>	<b>21,9</b>	<b>21,5</b>	<b>22,4</b>	<b>22,2</b>	<b>20,6</b>	<b>21,7</b>	<b>26,2</b>	<b>21,2</b>	<b>22,6</b>	<b>27,9</b>	<b>18,6</b>	<b>22,4</b>	<b>15,8</b>	<b>23,0</b>	<b>21,1</b>	<b>23,2</b>

### CC6: Distingue entre correlación y causalidad

Ítem	General (%)	Género (%)		Edad (%)				Jornada (%)		Institución Educativa (%)					Diseño Curricular (%)	
		M	H	14	15	16	17	Mañana	Única	1	2	3	4	5	Separada	No separada
16	38,1	35,9	40,1	39,9	36,2	41,8	33,4	35,4	40,7	29,5	39,8	53,2	28,3	35,4	44,3	29,1
<b>Promedio</b>	<b>38,1</b>	<b>35,9</b>	<b>40,1</b>	<b>39,9</b>	<b>36,2</b>	<b>41,8</b>	<b>33,4</b>	<b>35,4</b>	<b>40,7</b>	<b>29,5</b>	<b>39,8</b>	<b>53,2</b>	<b>28,3</b>	<b>35,4</b>	<b>44,3</b>	<b>29,1</b>

## CC7: Interpreta correctamente las tablas de doble entrada

Ítem	General (%)	Género (%)		Edad (%)				Jornada (%)		Institución Educativa (%)					Diseño Curricular	
		M	H	14	15	16	17	Mañana	Única	1	2	3	4	5	Separada	No separada
5	19,1	19	19,1	24,8	19,9	11,9	9,5	26,1	12,6	16,8	31,4	16	8,3	20,8	22,8	13,5
Promedio	19,1	19	19,1	24,8	19,9	11,9	9,5	26,1	12,6	16,8	31,4	16	8,3	20,8	22,8	13,5

## CC8: Comprende la importancia de las muestras grandes

Ítem	General (%)	Género (%)		Edad (%)				Jornada (%)		Institución Educativa (%)					Diseño Curricular	
		M	H	14	15	16	17	Mañana	Única	1	2	3	4	5	Separada	No separada
6	16,4	16,3	16,6	14,3	16,4	22,4	14,3	23,4	10,1	13,7	25,6	10,6	8,3	27,1	19,07	11,06
12	32,9	34,8	31,2	26,3	26,3	36,9	35,7	34,8	31,2	40	29,1	23,4	40	35,4	28,01	40
Promedio	24,7	25,6	23,9	20,3	21,4	29,7	25,0	29,1	20,7	26,9	27,4	17,0	24,2	31,3	23,5	25,5

## Anexo 2. Errores conceptuales

### MCI: Conceptos erróneos que involucran promedios

Ítem	General (%)	Género (%)		Edad (%)				Jornada (%)		Institución Educativa (%)					Diseño Curricular (%)	
		M	H	14	15	16	17	Mañana	Única	1	2	3	4	5	Separada	No separada
MC1a	37,85	39,1	36,7	38,75	38,3	38,05	33,3	40	35,9	33,15	47,65	36,7	35,85	34,4	40,35	34,2
MC1b	29,2	33,2	25,6	25,6	34	26,9	28,6	30,4	28,1	35,8	19,7	36,2	20	31,3	28,9	29,7
MC1c	25,6	27,7	37,7	30,8	30,9	34,4	26,2	23,9	37,1	27,4	23,2	35,1	43,4	27,1	28,9	33,6
MC1d	13,1	12	14,1	12,8	9,9	19,4	14,3	10,9	15,1	10,5	12,8	7,4	26,7	12,5	10,5	16,8
Promedio	26,4	28,0	28,5	27,0	28,3	29,7	25,6	26,3	29,1	26,7	25,8	28,9	31,5	26,3	27,2	28,6

#### MC1a: Los promedios son el número más común.

Ítem	General (%)	Género (%)		Edad (%)				Jornada (%)		Institución Educativa (%)					Diseño Curricular (%)	
		M	H	14	15	16	17	Mañana	Única	1	2	3	4	5	Separada	No separada
1	49,1	47,8	50,3	53,4	45,4	50,7	45,2	52,8	45,7	47,4	65,1	35,1	56,7	41,7	47,8	51
17	26,6	30,4	23,1	24,1	31,2	25,4	21,4	27,2	26,1	18,9	30,2	38,3	15	27,1	32,9	17,4
Promedio	37,9	39,1	36,7	38,8	38,3	38,1	33,3	40,0	35,9	33,2	47,7	36,7	35,9	34,4	40,4	34,2

#### MC1b: Toma en consideración los valores atípicos al calcular la media

Ítem	General (%)	Género (%)		Edad (%)				Jornada (%)		Institución Educativa (%)					Diseño Curricular (%)	
		M	H	14	15	16	17	Mañana	Única	1	2	3	4	5	Separada	No separada
1	29,2	33,2	25,6	25,6	34	26,9	28,6	30,4	28,1	35,8	19,7	36,2	20	31,3	28,9	29,7
Promedio	29,2	33,2	25,6	25,6	34	26,9	28,6	30,4	28,1	35,8	19,7	36,2	20	31,3	28,9	29,7

#### MC1c: Compara grupos en función de sus promedios

Ítem	General (%)	Género (%)		Edad (%)				Jornada (%)		Institución Educativa (%)					Diseño Curricular (%)	
		M	H	14	15	16	17	Mañana	Única	1	2	3	4	5	Separada	No separada
15	25,6	27,7	37,7	30,8	30,9	34,4	26,2	23,9	37,1	27,4	23,2	35,1	43,4	27,1	28,9	33,6
Promedio	25,6	27,7	37,7	30,8	30,9	34,4	26,2	23,9	37,1	27,4	23,2	35,1	43,4	27,1	28,9	33,6

#### MC1d: Confunde la media con la mediana

Ítem	General (%)	Género (%)		Edad (%)				Jornada (%)		Institución Educativa (%)					Diseño Curricular (%)	
		M	H	14	15	16	17	Mañana	Única	1	2	3	4	5	Separada	No separada
17	13,1	12	14,1	12,8	9,9	19,4	14,3	10,9	15,1	10,5	12,8	7,4	26,7	12,5	10,5	16,8
Promedio	13,1	12	14,1	12,8	9,9	19,4	14,3	10,9	15,1	10,5	12,8	7,4	26,7	12,5	10,5	16,8

### MC2: Concepto erróneo de orientación al resultado

Ítem	General (%)	Género (%)		Edad (%)				Jornada (%)		Institución Educativa (%)					Diseño Curricular (%)	
		M	H	14	15	16	17	Mañana	Única	1	2	3	4	5	Separada	No separada
2	25,6	25,5	25,6	28,6	27	22,4	16,7	23,9	27,1	29,5	24,4	30,9	20	16,7	25,4	25,8
3	30,3	30,9	29,7	28,5	32,6	25,3	35,7	30,9	29,7	33,7	34,9	23,4	30	29,2	28,9	32,2
11	44,1	51,1	37,7	44,4	43,3	52,2	33,3	44,6	43,7	46,2	39,6	42,6	46,6	47,9	42,6	46,5
12	35,2	37,5	33,1	44,4	44,4	31,2	26,2	40,2	30,7	35,8	43	36,2	23,3	33,3	38,2	31
13	21,1	20,7	21,6	16,5	23,4	23,9	23,8	19,6	22,6	21,1	22,1	17	30	16,7	18,9	24,5
Promedio	31,3	33,1	29,5	32,5	31,6	31,0	27,1	31,8	30,8	33,3	32,8	30,0	30,0	28,8	30,8	32,0

### MC3: Las buenas muestras deben representar un alto porcentaje de la población.

Ítem	General (%)	Género (%)		Edad (%)				Jornada (%)		Institución Educativa (%)					Diseño Curricular (%)	
		M	H	14	15	16	17	Mañana	Única	1	2	3	4	5	Separada	No separada
7	58,5	63,6	53,8	67,7	56,8	43,2	57,1	58,6	58,3	63,2	43	59,6	60	72,9	56,2	62,1
16	41,8	41,3	42,2	42,9	45,3	26,8	50	43,5	40,2	47,4	44,2	42,5	38,3	29,2	40,4	43,9
Promedio	50,2	52,5	48,0	55,3	51,1	35,0	53,6	51,1	49,3	55,3	43,6	51,1	49,2	51,1	48,3	53,0

### MC4: Ley de los pequeños números.

Ítem	General (%)	Género (%)		Edad (%)				Jornada (%)		Institución Educativa (%)					Diseño Curricular (%)	
		M	H	14	15	16	17	Mañana	Única	1	2	3	4	5	Separada	No separada
12	27,7	23,9	31,2	25,6	25,6	28,4	33,3	21,7	33,2	17,9	25,6	36,2	35	25	29,8	24,5
14	30	28,3	31,7	29,3	27,7	34,3	33,3	31	29,1	21,1	41,9	26,6	36,7	25	32	27,1
Promedio	28,9	26,1	31,5	27,5	26,7	31,4	33,3	26,4	31,2	19,5	33,8	31,4	35,9	25,0	30,9	25,8

MC5: Concepto erróneo de representatividad.

Ítem	General (%)	Género (%)		Edad (%)				Jornada (%)		Institución Educativa (%)					Diseño Curricular (%)	
		M	H	14	15	16	17	Mañana	Única	1	2	3	4	5	Separada	No separada
9	43,1	39,7	46,2	45,8	40,5	40,4	37,5	38	47,7	40	39,6	42,5	58,3	37,5	40,3	47,1
10	12	10,4	13,5	11,3	11,9	13,4	11,9	13,1	11	8,5	12,9	12,8	15	8,4	12,7	10,9
11	26,1	17,9	33,7	28,6	22,7	23,9	33,3	23,4	28,6	26,3	24,4	24,5	30	27,1	25	27,7
Promedio	27,1	22,7	31,1	28,6	25,0	25,9	27,6	24,8	29,1	24,9	25,6	26,6	34,4	24,3	26,0	28,6

MC6: La correlación implica causalidad.

Ítem	General (%)	Género (%)		Edad (%)				Jornada (%)		Institución Educativa (%)					Diseño Curricular (%)	
		M	H	14	15	16	17	Mañana	Única	1	2	3	4	5	Separada	No separada
16	52,5	55,5	49,2	60,1	53,2	37,3	35,8	56	49,1	40,1	69,8	46,8	56,7	52,1	56,6	46,5
Promedio	52,5	55,5	49,2	60,1	53,2	37,3	35,8	56	49,1	40,1	69,8	46,8	56,7	52,1	56,6	46,5

MC7: Sesgo de equiprobabilidad.

Ítem	General (%)	Género (%)		Edad (%)				Jornada (%)		Institución Educativa (%)					Diseño Curricular (%)	
		M	H	14	15	16	17	Mañana	Única	1	2	3	4	5	Separada	No separada
13	56,9	59,2	54,8	60,9	58,2	52,2	47,6	59,2	54,8	56,8	57	63,8	48,3	54,2	59,2	53,5
18	31,9	30,4	33,2	34,6	31,9	29,9	26,2	30,4	33,2	28,4	29,1	37,2	30	35,4	33,8	29
19	38,6	47,8	30,2	42,9	41,8	31,3	26,2	45,1	32,7	24,2	48,8	46,8	31,7	41,7	46,5	27,1
20	34,5	31	37,7	33,1	36,9	37,3	26,2	34,2	34,7	28,4	43	40,4	28,3	27,1	38,6	28,4
Promedio	40,5	42,1	39,0	42,9	42,2	37,7	31,6	42,2	38,9	34,5	44,5	47,1	34,6	39,6	44,5	34,5

MC8: Los grupos solo se pueden comparar si son del mismo tamaño.

Ítem	General (%)	Género (%)		Edad (%)				Jornada (%)		Institución Educativa (%)					Diseño Curricular (%)	
		M	H	14	15	16	17	Mañana	Única	1	2	3	4	5	Separada	No separada
6	33,2	32,1	34,2	34,6	38,6	23,9	26,2	37	29,6	25,3	39,5	42,6	15	41,7	41,2	21,3
Promedio	33,2	32,1	34,2	34,6	38,6	23,9	26,2	37	29,6	25,3	39,5	42,6	15	41,7	41,2	21,3