Carlos Romero y
*Tahir Rehman**

Planificación agraria en contextos de metas múltiples: un análisis expositivo (**)

1. INTRODUCCION

El paradigma de la programación lineal utilizado por los economistas agrarios en el campo de la planificación tiene la siguiente estructura matemática:

Max $Z = f(x) = c'x$
sujeto a:
$A x \leq b$
$x \geq 0$

donde Z, la función objetivo (usualmente definida como beneficios antes de deducir los costes fijos), viene definida por el producto escalar de c' por x; x es el vector de variables de decisión tales como hectáreas de trigo, número de vacas, etc. y c' es el vector que mide las contribuciones de estas variables a la función objetivo. El vector b representa las restricciones físicas, institucionales y personales que definen el medio ambiente dentro del cual se toman las decisiones; la matriz A, comúnmente conocida como matriz de coeficientes «insumo-producto», define las relaciones técnicas entre variables y restricciones.

(*) Doctor Ingeniero Agrónomo y Doctor en Economía Agraria, respectivamente.

(**) Este trabajo consiste en una versión corregida y ampliada de un artículo que con el título: «Goal Programming and Multiple Criteria Decision Making in Farm Planning: An Expository Analysis» fue publicado en el *Journal of Agricultural Economics* (Vol. 35, mayo 1984, pp 177-190). Los autores agradecen a los editores la autorización de publicar los contenidos del mencionado artículo en lengua castellana.

A pesar de su probada fertilidad en términos de aplicaciones a problemas de economía agraria, el paradigma anteriormente comentado sufre diversas debilidades tanto teóricas como prácticas. Por ejemplo: el supuesto de que todas las relaciones subyacentes son lineales, el supuesto de incertidumbre y el aceptar implícitamente que las elecciones se realizan de acuerdo con un único criterio. Considerable esfuerzo se ha dedicado a tratar de superar el problema de las linealidades o de la certidumbre. Sin embargo, y pese al reconocimiento de que el supuesto de un solo criterio o función objetivo no es excesivamente realista, se ha realizado poco trabajo teórico para desarrollar metodologías adecuadas que permitan atacar este problema de una manera fructífera.

Frecuentemente el centro decisor está interesado en alcanzar un compromiso óptimo entre diferentes objetivos —muchos de los cuales pueden entrar en conflicto— en vez de optimizar un único objetivo. Además, en la vida real la disponibilidad de recursos no es tan rígida como para imponer restricciones que no pueden ser violadas bajo ninguna circunstancia, como el paradigma de la programación matemática acepta. La necesidad de encontrar un balance entre objetivos múltiples en planificación agraria es un tema bien analizado tanto en la agricultura de tipo comercial como en la de subsistencia (Harding, 1981; Anderson & Hardaker, 1979; Gasson, 1973; Smith & Capstick, 1976; Harper & Eastman, 1980). Por ejemplo, un campesino en una agricultura de subsistencia puede estar interesado en maximizar el ingreso en dinero efectivo, en asegurarse el suministro de ciertos alimentos para su familia, en aumentar el tiempo dedicado al ocio, evitar el riesgo, etc. Un empresario agrario en una agricultura de tipo comercial puede desear maximizar el margen bruto, minimizar su endeudamiento, adquirir más tierra, reducir los costes fijos, aumentar su prestigio social, etc.

Los economistas agrarios han aplicado muy lentamente las metodologías adecuadas para tratar los problemas de planificación agraria en un contexto de objetivos múltiples. Sin embargo, en el campo de la Investigación Operativa y de la Administración de Empresas se han desarrollado métodos que permiten abordar con éxito el problema de toma de decisiones en contextos de criterios múltiples (Cohon, 1978; Willis & Perlack, 1980). Algunas de estas técnicas, particularmente la programación por metas ha sido aplicada a la resolución de numerosos problemas planteados en contextos de objetivos múltiples (véase Lin, 1980). Por el contrario, la programación por metas ha sido aplicada en muy pocas ocasiones a problemas de planificación agraria con objetivos múltiples (Wheeler & Russell, 1978; Flinn, et al., 1980; Barnett, et al. 1982).

Incluso estas escasas aplicaciones o no están bien formuladas teóricamente o se tratan de ejercicios donde se aplica la técnica sin una suficiente explicación de la estructura subyacente o de su utilidad potencial. Quizás esta situación se deba a la ausencia en la literatura sobre economía agraria de algún trabajo que explique con claridad las bases conceptuales de la programación por metas en relación con posibles áreas de aplicación.

En este trabajo pretendemos mostrar: a) cómo el modelo convencional de programación matemática no es aconsejable para tratar el problema de toma de decisiones con criterios múltiples; b) la estructura conceptual y lógica de la programación por metas y de sus principales variantes; c) cómo esta técnica trata el problema de los criterios múltiples y cómo, al menos teóricamente, es superior a la programación matemática tradicional; y d) las trampas en las que se puede caer si la programación por metas se aplica sin apreciar previamente sus limitaciones. Otros propósitos igualmente importantes perseguidos con este trabajo consisten en estimular tanto la enseñanza de esta técnica a los economistas agrarios como las investigaciones en las que la programación por metas se utilice como herramienta.

2. UN EJEMPLO DE TOMA DE DECISIONES EN AGRICULTURA EN UN CONTEXTO DE DECISIONES MULTIPLES

En esta sección se presenta un hipotético ejemplo de planificación agraria con objeto de ilustrar las insuficiencias inherentes en el modelo de programación lineal para abordar el problema de tomar decisiones con criterios múltiples. En secciones posteriores el mismo ejemplo se utilizará para analizar diversos aspectos de la programación por metas.

Supongamos el caso de un agricultor en Lérida que desea transformar en regadío parte de su finca con objeto de establecer un huerto frutal con perales y melocotoneros. Los datos de partida están recogidos en el Cuadro I (Ceña & Romero, 1982, cap. 3). Se supone que las disponibilidades financieras durante el primer año son de 15.000 £, mientras que el segundo, tercero y cuarto año están limitadas a 7.000 £ anuales. Las disponibilidades de mano de obra para la poda se estiman en 4.000 horas, mientras que las disponibilidades de mano de obra para la recolección en ambas especies se estima en 2.000 horas por año. Por otra parte, se puede disponer de un máximo de 1.000 horas de tractores propios para las operaciones de cultivo. Finalmente, conviene observar que las dos especies se recogen en períodos de tiempo diferentes aunque consecutivos.

Los objetivos que tiene el agricultor se suponen que son: a) maximizar el valor actual neto de la inversión en la plantación; b) minimizar su endeudamiento en capital circulante

CUADRO I

Datos de partida para el hipotético ejemplo

Variables de decisión		*Perales —ha.— (1)*	*Melocotoneros —ha.— (2)*
Valor actual neto de la inversión (£/ha)		6.250	5.000
Demanda de recursos			
Capital circulante (£/ha)	Año 1	550	400
	Año 2	200	175
	Año 3	300	250
	Año 4	325	200
Mano de obra (horas/ha.)	— Poda	120	180
	— Recolección	400	450
Tractor para operaciones de cultivo (horas/ha.)		35	35

a lo largo de los próximos cuatro años; c) minimizar la contratación de trabajadores eventuales para las operaciones de poda y recolección; d) minimizar el uso de tractores alquilados. En esta situación la maximización del valor actual neto puede entrar en conflicto con la minimización del endeudamiento en circulante, contratación de mano de obra eventual y uso de tractores alquilados.

Este problema podría intentar resolverse como un modelo tradicional de programación lineal, para ello aislaríamos uno de los objetivos como el valor actual neto, procediendo a su maximización. Los otros objetivos se establecerían como restricciones. Teniendo en cuenta que en las restricciones de capital circulante se ha admitido la posibilidad de transferir fondos de los períodos excedentarios a los deficitarios, la estructura del modelo pasaría a ser:

$$\text{Max } Z = f(x_1, x_2) = 6.250\ x_1 + 5.000\ x_2$$

Sujeto a:

$$\begin{array}{rcrl}
550\ x_1 & + & 400\ x_2 & \leq 15.000 \\
750\ x_1 & + & 575\ x_2 & \leq 22.000 \\
1.050\ x_1 & + & 825\ x_2 & \leq 29.000 \\
1.375\ x_1 & + & 1.025\ x_2 & \leq 36.000 \\
120\ x_1 & + & 180\ x_2 & \leq 4.000 \\
400\ x_1 & & & \leq 2.000 \\
 & & 450\ x_2 & \leq 2.000 \\
35\ x_1 & + & 35\ x_2 & \leq 1.000 \\
x_2 \geq 0, & & x_2 \geq 0 &
\end{array}$$

La solución a este problema es: x_1 (perales) = 5 ha., x_2 (melocotoneros) = 4.44 ha. con un valor actual neto de 53.450 £. La disponibilidades de mano de obra para la recolección quedan totalmente utilizadas, mientras que cantidades importantes de las disponibilidades de los otros recursos quedan ociosas.

¿Cuál sería la actitud del agricultor con respecto a esta solución? Es dudoso que el agricultor considere aceptable esta solución, pues proporciona un valor actual neto escaso y además deja sin utilizar importantes cantidades de los diferentes recursos. Pese a estos inconvenientes el modelo de programación lineal ha elegido la solución anterior como óptima por las siguientes razones: a) los objetivos formulados como restricciones se han satisfecho antes de proceder a la maximización del valor actual neto; b) la soluciones factibles son aquellas que satisfacen con toda exactitud las restricciones impuestas sobre el espacio de las soluciones.

Este tipo de enfoque donde un único objetivo se optimiza mientras los otros se tratan como restricciones puede producir resultados poco agradables. Así, si en nuestro ejemplo se procediera a minimizar el endeudamiento en capital circulante, considerando a los otros objetivos como restricciones y estableciéndose un valor actual neto de 60.000 £ es fácil comprobar que el conjunto de soluciones posibles está vacío.

El lector debe tener en cuenta que con este razonamiento no estamos tratando de indicar que este método carece de sentido. Por el contrario, por medio de variaciones paramétricas de los segundos miembros de las inecuaciones que representan los objetivos, es posible generar el conjunto de soluciones no inferiores o eficientes, como será explicado en el próximo apartado. Este enfoque recibe el nombre de método de las restricciones (Cohon & Marks, 1975 pp. 211-212, Cohon 1978 pp. 115-121). Sin embargo, debemos de insistir en que esta forma de proceder con los objetivos, introduciéndolos como restricciones de un modelo de programación lineal puede funcionar en algunos casos particulares, pero no puede considerarse un método general que pueda aplicarse satisfactoriamente a la toma de decisiones en contextos de criterios múltiples.

El ejemplo que acabamos de presentar será analizado posteriormente dentro de la estructura de un modelo de programación por metas comparando los resultados con los proporcionados por el modelo de programación lineal desarrollado en este apartado. Como paso previo vamos a explicar algunos conceptos que subyacen en la programación por metas.

3. ALGUNOS CONCEPTOS FUNDAMENTALES

Los conceptos básicos que necesitamos comprender con toda claridad son: niveles de aspiración, metas, restricciones, soluciones inferiores y no inferiores, coeficientes de ponderación, prioridades y variables de desviación. En este apartado explicaremos los tres primeros conceptos mientras que los restantes serán desarrollados posteriormente.

Un nivel de aspiración es un nivel aceptable de logro para cada uno de los objetivos del centro decisor. Combinando un objetivo con un nivel de aspiración tenemos una meta. Así, por ejemplo, si el centro decisor desea un plan de cultivo que proporcione un valor actual neto de 150.000 £ tenemos una meta. En general, las metas toman la forma $f(x) \lesseqgtr a$ o $f(x) = a$, donde a es un parámetro que representa el nivel de aspiración.

Las metas y las restricciones tienen la misma estructura matemática y por consiguiente su aspecto formal es idéntico. Las diferencias reales existentes entre ambos conceptos residen en el significado asociado al segundo miembro de las correspondientes inecuaciones. Así, en el caso de las metas los segundos miembros son niveles de aspiración que el centro decisor desea alcanzar, pero que pueden o no ser alcanzados. Sin embargo, con las restricciones el segundo miembro debe ser satisfecho, pues en caso contrario tendríamos una solución no factible.

Por ejemplo, la función $Z = 6.250\ x_1 + 5.000\ x_2$ (esto es, la maximización del valor actual neto) representa un objetivo, mientras que la inecuación $6.250\ x_1 + 5.000\ x_2 \geq 150.000$ puede ser una meta o una restricción dependiendo de cómo se interprete el parámetro del segundo miembro. Será una restricción si la desigualdad debe ser satisfecha bajo cualquier circunstancia. Por el contrario, se tratará de una meta si 150.000 £ se considera como un nivel de aspiración.

Existen básicamente dos métodos de programación matemática que permiten abordar el problema de los objetivos y de las metas múltiples, éstos son: la programación multiobjetivo y la programación por metas. Vamos a establecer seguidamente la distinción fundamental entre estos dos métodos. La programación multiobjetivo trabaja con varios objetivos cuya optimización queda sujeta al cumplimiento de un conjunto de restricciones (usualmente lineales). Con este método se pretende generar el conjunto de soluciones *no dominadas* en vez de buscar un óptimo. Los elementos del conjunto *no dominado* son soluciones factibles y deben ser tales que no existan otras soluciones factibles que pueden alcanzar el mismo o mejor resultado para todos los objetivos, siendo estrictamente mejor para al menos uno de los objetivos.

Esta definición de conjunto no dominado —también denominado conjunto *no inferior* o conjunto *Pareto óptimo*—, requiere algunas clarificaciones. Así, supongamos que nuestro ejemplo tuviera las siguientes soluciones factibles:

a = [100,000; 30,000; 5,000; 0]
b = [100,000; 40,000; 7,000; 500]
c = [170,000; 40,000; 10,000; 1,000]

La primera componente de cada vector representa el valor actual neto, la segunda el endeudamiento, la tercera la mano de obra eventual contratada y la cuarta las horas de tractor alquiladas. Obviamente, la solución b es una solución inferior y nunca será elegida por un centro decisor racional ya que está dominada por la a. En efecto, la solución b ofrece el mismo valor actual neto que la a, pero exige un mayor nivel de endeudamiento, más mano de obra eventual y más horas de tractor alquilado. En cambio la solución c no está dominada por la a, pues aunque es peor en términos de mano de obra eventual, alquiler de trctores y endeudamiento, es sin embargo mejor en términos de valor actual neto. La elección de la solución óptima, entre las alternativas *no dominadas,* es difícil pero puede abordarse utilizando modelos de compromiso o por medio de un enfoque interactivo (para un análisis explicativo del funcionamiento de los modelos de programación multiobjetivo puede verse: Zeleny, 1982).

El propósito de la programación por metas consiste en minimizar las desviaciones existentes entre el logro de las metas y sus niveles de aspiración. Con objeto de incluir las metas en el modelo, las inecuaciones se convierten en ecuaciones mediante la adición de las variables de desviación positiva y negativa que permiten que se produzcan para cada meta posibles faltas o excesos de logro. El proceso de minimización puede acometerse introduciendo coeficientes de ponderación excluyentes como sucede en la programación por metas lexicográficas o bien introduciendo coeficientes no excluyentes como sucede en la programación por metas ponderas. En apartados posteriores se explicarán los detalles de ambos procedimientos. En esta parte de la exposición es suficiente decir que la programación con objetivos y por metas múltiples representan alternativas al paradigma tradicional de la programación matemática con un solo objetivo. Así, el concepto tradicional de óptimo es reemplazado por la noción de no dominancia de la programación multiobjetivo, mientras la programación por metas intenta combinar la lógica de la optimización de la programación matemática con los deseos del centro decisor de satisfacer varias metas.

4. EL PAPEL DE LAS VARIABLES DE DESVIACION EN LA PROGRAMACION POR METAS

Para establecer la estructura de un modelo de programación por metas las inecuaciones de (1) son consideradas como metas (g_i) en vez de como restricciones. Los segundos miembros de cada inecuación se consideran niveles de aspiración que pueden o no ser alcanzados. Para cada meta se introducen dos variables con objeto de convertir las inecuaciones en igualdades. Estas variables se conocen como variables de desviación. Operando de tal forma se obtienen las siguientes metas:

$$
\begin{array}{lrcrcccl}
(g_1) & 6.250\ x_1 & + & 5.000\ x_2 & + & n_1 - p_1 & = & 200{,}000 \\
(g_2) & 550\ x_1 & + & 400\ x_2 & + & n_2 - p_2 & = & 15{,}000 \\
(g_3) & 750\ x_1 & + & 575\ x_2 & + & n_3 - p_3 & = & 22{,}000 \\
(g_4) & 1.050\ x_1 & + & 825\ x_2 & + & n_4 - p_4 & = & 29{,}000 \\
(g_5) & 1.375\ x_1 & + & 1.025\ x_2 & + & n_5 - p_5 & = & 36{,}000 \\
(g_6) & 120\ x_1 & + & 180\ x_2 & + & n_6 - p_6 & = & 4{,}000
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{llllll}
(g_7) & 400\,x_1 & & n_7 - p_7 & = & 2{,}000 \\
(g_8) & & 450\,x_2 & +\,n_8 - p_8 & = & 2{,}000 \\
(g_9) & 35\,x_1\;+ & 35\,x_2 & +\,n_9 - p_9 & = & 1{,}000
\end{array}
$$

Es necesario observar que el elevado valor del nivel dc aspiración asociado al valor actual neto (200.000£), que resulta inalcanzable para los datos de este ejemplo, se ha establecido con la idea de hacer notar que lo que el centro decisor en realidad desea es maximizar el valor actual neto del plan de inversiones.

Las variables de desviación se refieren a las desviaciones existentes en el logro de las metas con respecto a sus niveles de aspiración. Así, por ejemplo, si $n_1 = 50.000$, esto significa que han faltado 50.000 para alcanzar la meta g_1; esto es, el logro real de la meta g_1 ha sido de 150.000 . Por tanto, las faltas de logro en las realizaciones de las metas vienen representadas por las variables de desviación negativa.

Las variables de desviación positivas juegan un papel opuesto;esto es, indican en qué cantidad una meta ha superado su nivel de aspiración. Por ejemplo, $P_9 = 100$ significa que la meta g_9 ha superado su nivel de aspiración en 100 horas; esto es, las horas demandadas de tractor han sido 1.100. Por tanto, las variables de desviación positivas representan el exceso de logro en las realizaciones de las metas.

Obviamente, una meta no puede superar y no alcanzar simultáneamente su nivel de aspiración, por lo que en la solución al menos una de las variables de desviación de cada meta será cero. Cuando una cierta meta (g_1) satisface exactamente su nivel de aspiración entonces ambas variables de desviación tomarán el valor cero ($n_i = P_i = 0$). Si el logro de una cierta meta tiene que ser mayor o igual que su nivel de aspiración entonces la variable de desviación negativa debe tomar el valor más pequeño posible. Por tanto, en este caso las variables n son minimizadas. Si el logro de una cierta meta tiene que ser menor o igual que su nivel de aspiración entonces la variable de desviación positiva debe tomar el valor más pequeño posible. Por tanto, en este caso las variables P son minimizadas. Finalmente, si el logro de una cierta meta debe coincidir exactamente con su nivel de aspiración, en tal caso tanto la variable de desviación positiva como la negativa deben tomar el valor más pequeño posible; es decir, $n_i + P_i$ deberá minimizarse.

La programación por metas minimiza las desviaciones entre el logro de las metas y sus niveles de aspiración. Para acometer el proceso de minimización pueden seguirse dos enfoques alternativos: la programación por metas lexicográficas y por metas ponderas.

5. PROGRAMACION POR METAS LEXICOGRAFICAS

El embrión de este método fue introducido por Charnes y Cooper (1961, pp. 756-757), desarrollado por Ijiri (1965) y tipificado por los trabajos de Lee (1972) e Ignizio (1976). Este enfoque admite que el centro decisor es capaz de definir todas las metas que resultan relevantes en un problema de planificación. Asimismo, se supone que el centro decisor es capaz de asignar a las diferentes metas prioridades excluyentes. Este tipo de prioridad significa que el logro de las metas en una prioridad específica Q_i es inconmensurablemente preferido al logro de cualquier otro conjunto de metas situadas en una prioridad más baja (Q_j). En la programación por metas lexicográficas las metas situadas en las prioridades más altas son las que se satisfacen en primer lugar, sólo entonces se considera la satisfacción de las metas situadas en prioridades más bajas.

Para ilustrar la estructura de este tipo de programación, supongamos que en nuestro ejemplo la prioridad Q_1 del centro decisor está formada por las metas: g_2, g_3, g_4 y g_5. Esto es, para el centro decisor la primera meta que debe satisfacerse de una forma absoluta y excluyente es aquella que supone la existencia de una situación de equilibrio entre las demandas de efectivo y los recursos financieros disponibles, admitiendo la posibilidad de transferir fondos de los períodos con excedentes a los períodos con déficits. Así, la primera componente que será minimizada lexicográficamente viene dada por: $P_2 + P_3 + P_4 + P_5$. La siguiente prioridad en orden de importancia, Q_2, está formada por la meta g_9 que se refiere a la mecanización de las labores. Así, la segunda componente viene dada por la variable de desviación positiva P_9. La prioridad Q_3 está formada por la meta g_1 que se refiere a la maximización del valor actual neto, por lo que la tercera componente vendrá dada por la variable de desviación negativa n_1. Finalmente, la última prioridad Q_t está formada por las metas g_6, g_7 y g_8 que se refieren a la minimización de mano de obra contratada para las operaciones de poda y recolección. Así, la última componente del proceso de minimización vendrá dada por $P_6 + P_7 + P_8$. La totalidad del proceso de minimización lexicográfico puede representarse de la siguiente manera:

$$\text{Min } a = [(P_2 + P_3 + P_4 + P_5), (P_9), (n_1), (P_6 + P_7 + P_8)] \quad (3)$$

Este vector, que recibe el nombre de función de logro, reemplaza a la función objetivo de un modelo convencional de programación matemática. Cada componente de este vector representa las variables de desviación (positivas o negativas) que deben minimizarse con objeto de poder asegurar que la realización de las metas clasificadas en esa prioridad están lo más próximas posibles a los correspondientes niveles de aspiración. En general, la función de logro vendrá dada por:

$$\text{Minimizar } a = [h_1 (n, P), h_2 (n, P), \ldots, h_l (n, P)]$$

o alternativamente:

$$\text{Minimizar } a = [a_1, a_2, \ldots, a_l] \quad (4)$$

donde $a_l = h_l (n, P)$

Se pretende encontrar el mínimo lexicográfico de a. Dicho con otras palabras, la minimización del vector (4) implica la minimización ordenada de sus componentes. Es decir, en primer lugar hay que encontrar el valor más pequeño de la primera componente a_1, a continuación el valor más pequeño de la segunda componente a_2 compatible con el valor previamente obtenido de a_1 y así sucesivamente.

En muchos trabajos en los que se aplica la programación por metas lexicográficas la función de logro se escribe de la siguiente forma:

$$\text{Minimizar } Z = Q_1\, h_1\,(n, P) + Q_2\, h_2\,(n, P) + \ldots + Q_2\,(n, P) \qquad (5)$$

donde Q_1 representa la primera prioridad con un coeficiente de ponderación infinitamente mayor que el de la prioridad Q_2 y así sucesivamente. La expresión (5) carece de sentido como ha sido observado correctamente por Zeleny (1982, p. 223 y p. 299) y por Ignizio (1980). Esto es así, pues la suma dada por (5) se convierte en un escalar, cuando lo que estamos buscando es un vector de entre un conjunto de vectores. Por consiguiente, en lo que sigue utilizaremos únicamente la representación de la función de logro dada por (4).

Combinando la función de logro (3) con el conjunto de metas (2), se obtiene el siguiente modelo de programación por metas:

$$\text{Min } a = [(P_2 + P_3 + P_4 + P_5), (P_9), (n_1), (P_6 + P_7 + P_8)]$$

Sujeto a:

$$\begin{array}{llrcrcrcrcr}
Q_3 & g_1: & 6.250x_1 & + & 5.000x_2 & + & n_1 & - & P_1 & = & 200.000 \\
 & g_2: & 500x_1 & + & 400x_2 & + & n_2 & - & P_2 & = & 15.000 \\
 & g_3: & 750x_1 & + & 575x_2 & + & n_3 & - & P_3 & = & 22.000 \\
Q_1 & g_4: & 1.050x_1 & + & 825x_2 & + & n_4 & - & P_4 & = & 29.000 \\
 & g_5: & 1.375x_1 & + & 1.025x_2 & + & n_2 & - & P_2 & = & 36.000 \\
 & g_6: & 120x_1 & + & 180x_2 & + & n_6 & - & P_6 & = & 4.000 \\
Q_4 & g_7: & 400x_1 & + & & + & n_7 & - & P_7 & = & 2.000 \\
 & g_8: & & & 450x_2 & + & n_8 & - & P_8 & = & 2.000 \\
Q_2 & g_9: & 35x_1 & + & 35x_2 & + & n_9 & - & P_9 & = & 1.000 \\
\end{array} \qquad (6)$$

$$x_i \geq 0,\ n_j \geq 0\ P_j \geq 0\ i = 1, 2$$
$$j = 1, \ldots 9$$

Este modelo puede resolverse recurriendo a alguno de los algoritmos específicamente diseñados para este tipo de programación. La exposición de los aspectos algorítmicos se hará en la sección 9. Utilizando uno de estos algoritmos obtenemos la siguiente solución:

$x_1 = 19{,}18$ ha. $\qquad x_2 = 9{,}38$ ha.

mientras que los valores óptimos de las variables de desviación pasan a ser:

$n_1 = 33.250£$	$P_1 = 0$
$n_2 = 699£$	$P_2 = 0$
$n_3 = 2.221£$	$P_3 = 0$
$n_4 = 1.122£$	$P_4 = 0$
$n_5 = n_6 = 0$	$P_5 = P_6 = 0$
$n_7 = 0$	$P_7 = 5.672$ horas
$n_8 = 0$	$P_8 = 2.221$ horas
$n_9 = 0$	$P_9 = 0$

Esta solución permite la completa satisfacción de las metas que forman las dos primeras prioridades. En cambio la meta g_1 que forma la tercera prioridad y que se refiere a un valor actual neto de 200.000 £ no fue alcanzada completamente, produciéndose una desviación negativa de 33.250 £ o lo que es lo mismo un valor actual neto de 166.750£. Finalmente, en lo referente a las metas g_6, g_7 y g_8 que forman la última prioridad, únicamente la meta g_6 que se refiere a la no utilización de mano de obra eventual para las operaciones de poda ha sido completamente satisfecha. La meta g_7 presenta una desviación positiva de 5.672 horas de mano de obra eventual para la recolección de los perales, mientras que la meta g_8 también presenta una desviación positiva de 2.221 horas de mano de obra eventual para la recolección de los melocotoneros.

¿Cuál sería la actitud que el centro decisor tendría hacia esta solución? Un centro decisor que actuara racionalmente probablemente preferiría esta solución a la proporcionada por el modelo de programación lineal. En efecto, la solución obtenida con esta nueva formulación proporciona un valor actual neto mayor (113.300£), así como una utilización completa de cada recurso. Una posible desventaja de la nueva solución es que exige la contratación de 7.893 horas de mano de obra eventual durante los períodos de recolección. Por tanto, si los salarios de la mano de obra eventual son más elevados que los de la correspondiente mano de obra fija, sería entonces necesario corregir las expectativas del valor actual neto proporciona-das por el modelo de programación con metas lexicográficas.

Por otra parte, al formular la función de logro, el centro decisor, si lo considera necesario, puede asignar pesos diferentes a las metas situadas en una determinada prioridad. Así, si en nuestro ejemplo el centro decisor piensa que en la prioridad Q_4 la meta g_6 es dos veces más importante que las metas g_7 y g_8 (esto es, la no utilización de mano de obra eventual para la poda es dos veces más importante que la no utilización de mano de obra eventual para la recolección), entonces la última componente de la función de logro vendría dada por $(2P_6 + P_7 + P_8)$.

6. PROGRAMACION POR METAS PONDERADAS

Con este método todas las metas se engloban simultáneamente en una función objetivo que minimiza la suma de todas las desviaciones existentes entre las metas y sus niveles de aspiración. Las desviaciones se ponderan de acuerdo con la importancia que en términos relativos tiene cada meta para el centro decisor.

Con objeto de simplificar la exposición vamos a suponer que el centro decisor desea tratar las metas $(g_2, \ldots, g_5)$ como restricciones rígidas; es decir, restricciones que no pueden violarse bajo ninguna circunstancia. De esta forma vamos a construir un modelo de programación por metas con cinco metas (g_1, g_6, g_7, g_8 y g_9) y cuatro restricciones.

Las variables de la función objetivo van a representar desviaciones porcentuales con respecto a los niveles de aspiración en vez de desviaciones absolutas. Este cambio se introduce por las marcadamente diferentes unidades con que se han medido las metas g_1, g_6, g_7, g_8 y g_9. En efecto, el nivel de aspiración de la meta g_1 viene medido en unidades monetarias, el nivel de aspiración de la meta g_9 en horas de tractor y finalmente los niveles de aspiración de las metas g_6, g_7 y g_8 en horas hombre. Además, los valores absolutos de los diferentes niveles de aspiración son muy dispares. Así por ejemplo, el valor absoluto del nivel de aspiración de la meta g_1 es de 200.000 libras, mientras que el valor absoluto del nivel de aspiración de la meta g_9 es sólo de 1.000 horas de tractor. Con estas características la suma de las desviaciones absolutas con respecto a las metas carece por completo de significado. Con objeto de evitar estos problemas el modelo va a minimizar la suma de las desviaciones porcentuales con respecto a los niveles de aspiración. Por consiguiente, la formulación del modelo de programación por metas ponderadas de nuestro ejemplo es:

$$\text{Minimizar: } \gamma_1 \frac{n_1}{200.000} \times \frac{100}{1} + \gamma_2 \frac{P_6}{4.000} \times \frac{100}{1} + \gamma_3 \frac{P_7}{2.000} \times \frac{100}{1} + \gamma_4 \frac{P_8}{2.000} \times \frac{100}{1} + \gamma_5 \frac{P_9}{1.000} \times \frac{100}{1}$$

sujeta a:

$$\begin{array}{rcrcrcl}
550x_1 & + & 400x_2 & & & & \leqslant 15.000 \\
750x_1 & + & 575x_2 & & & & \leqslant 22.000 \\
1.050x_1 & + & 825x_2 & & & & \leqslant 29.000 \\
1.375x_1 & + & 1.025x_2 & & & & \leqslant 36.000 \\
6.250x_1 & + & 5.000x_2 & + & n_1 - P_1 & = & 200.000 \\
120x_1 & + & 180x_2 & + & n_6 - P_6 & = & 4.000 \\
400x_1 & & & + & n_7 - P_7 & = & 2.000 \\
 & & 450x_2 & + & n_8 - P_8 & = & 2.000 \\
35x_1 & + & 35x_2 & + & n_9 - P_9 & = & 1.000 \\
\end{array}$$

$$x_1, x_2 \geqslant 0 \;\; n_j, P_j \geqslant 0 \qquad j = 1 \text{ y } j = 6, \ldots 9$$

donde $\gamma_1, \ldots, \gamma_5$ representan los pesos asociados a las variables de desviación. Asociando valores diferentes a estos parámetros se van generando diferentes soluciones. Así por ejemplo, si hacemos: $\gamma_1 = \gamma_2 = \ldots = \gamma_5 = 1$, aplicando el Simplex obtenemos la misma solución que la proporcionada por el modelo de programación lineal del &2. Supongamos ahora que el agricultor da más importancia a las ganancias que a la reducción de mano de obra eventual o que al alquiler de horas de tractor. En tal caso debería asociarse un peso mayor a la variable de desviación n_1, manteniendo los pesos anteriores para las otras variables de desviación. Operando de tal forma puede comprobarse que la solución del programa lineal del & 2 no cambia si el peso asociado a n_1 se incrementa hasta 6,5 veces los valores asociados a las otras variables de desviación. Ahora bien, por encima de ese límite la solución cambia pasando a ser: $x_1 = 22{,}87$ ha y $x_2 = 4{,}44$ ha.

7. ANALISIS DE SENSIBILIDAD EN LA PROGRAMACION POR METAS LEXICOGRAFICAS

La implementación de un análisis de sensibilidad a la solución óptima generada por un modelo de programación por metas lexicográficas proporciona en todos los casos resultados muy interesantes para el centro decisor. Así, se pueden explorar los efectos que tienen en la solución óptima variaciones en el orden de las prioridades o en los valores asignados a los diferentes niveles niveles de aspiración.

Este tipo de análisis de sensibilidad puede realizarse a partir de la Tabla óptima cuando se utiliza como algoritmo de cálculo el Simplex modificado que se comentará en el & 9 (los detalles técnicos del algoritmo de análisis de sensibilidad puede verse en Ignizio, 1976 cap. 4). Para nuestro ejemplo tenemos 4! = 24 posibles reordenaciones de las prioridades. De estas permutaciones se obtienen las siguientes seis soluciones:

Soluciones	*Variables de decisión*		*Desviaciones con respecto a los niveles de aspiración*				
	x_1 *(ha.)*	x_2 *(ha.)*	*VAN (£)*	*VAN corregido (£)*	*Mano de obra eventual (horas)*	*Alquiler de tractores (horas)*	*Déficit de efectivo (£)*
I	19,18	9,38	33.225	52.225	7.893	0	0
II	5	4,44	146.550	146.550	0	0	0
III	0	35,12	24.400	64.000	16.125	229	0
IV	28,57	0	21.437	45.938	9.428	0	3.284
V	0	40	0	48.000	19.200	400	5.000
VI	32	0	0	36.000	10.800	120	8.000

La solución I es la óptima sólo cuando se intercambia el orden de las dos primeras prioridades. La solución II es la óptima en doce de las veinticuatro posibles reordenaciones de prioridades. La solución III es la óptima sólo cuando la tercera prioridad pasa a segundo lugar. La solución IV es la óptima sólo cuando la segunda prioridad pasa a primera y la tercera prioridad pasa a segunda. La solución V es la óptima cuando la tercera prioridad pasa al primer lugar, mientras que la primera prioridad pasa al segundo lugar. Finalmente, la solución VI es la óptima en los cuatro casos en los que la tercera prioridad pasa al primer lugar, mientras que la segunda prioridad pasa al cuarto lugar.

La columna de valores actuales netos corregidos proporciona el valor actual neto para cada solución una vez que ha sido ajustado por los pagos extras en concepto de mano de obra eventual, horas de tractor alquilado y déficits de efectivo.

Cuando se realizan cambios en los valores de los niveles de aspiración de algunas de las metas se producen, entre otros, los siguientes cambios:

a) Si el nivel de aspiración para la meta g_1 baja hasta 166.775 £ la solución óptima no cambia, pero si desciende por debajo de dicho límite el valor actual neto empeora y las desviaciones con respecto a las metas g_6, g_7 y g_8 descienden. Así por ejemplo, si el nivel de aspiración para la meta g_1 se fija en 150.000 £ entonces la solución óptima pasa a ser: $x_1 = 19$ ha, $x_2 = 6{,}25$ ha, con una desviación de 6,712 horas de mano de obra eventual durante el período de recolección.

b) Si el nivel de aspiración para la meta g_9 baja, entonces la solución óptima cambia empeorando el valor actual neto. Por el contrario, si el nivel de aspiración para la meta g_9 se eleva (hasta 1.229 horas) entonces la solución óptima cambia, mejorando el valor actual neto. Por ejemplo, si el nivel de aspiración para la meta g_9 se fija en 1.050 horas, la solución óptima pasa a ser: $x_1 = 15$ ha, $x_2 = 15$ ha, con desviaciones de 31.250 en el valor actual neto, 500 horas de mano de obra eventual para la poda y 8.750 horas de mano de obra eventual para la recolección.

c) Si los niveles de aspiración para las metas g_6, g_7 y g_8 cambian (en el sentido de aumentar o disminuir), los valores óptimos de las variables de decisión no se modifican. Los cambios sólo se producen en los valores de las variables de desviación para las metas g_6, g_7 y g_8.

8. PROGRAMACION POR METAS LEXICOGRAFICAS VERSUS PROGRAMACION MATEMATICA CONVENCIONAL

Puede demostrarse que un modelo de programación matemática convencional es, en realidad, un modelo de programación por metas lexicográficas en el que todas las metas excepto una de ellas están incluidas en la prioridad Q_1 como *metas absolutas,* esto es metas que deben alcanzarse por completo para poder obtener una solución factible. La meta excepcional o singular se incluye en la prioridad Q_2, mientras que las metas que forman la prioridad Q_1 son las restricciones del modelo de programación matemática convencional, siendo la meta singular que forma la prioridad Q_2 la función objetivo a optimizar. En efecto, sea el siguiente modelo convencional con m variables de decisión y r restricciones:

$$\begin{aligned} &\text{Maximizar } \phi(x_1,\ldots, x_j,\ldots x_m) \\ &\text{sujeto a } f_h(x_1,\ldots, x_j,\ldots, x_m) \leqslant b_h \\ &\qquad x_j \geqslant 0 \; j = 1,\ldots, m \; h = 1,\ldots, r \end{aligned} \tag{8}$$

Las restricciones de (8) pueden considerarse como las metas absolutas que forman la prioridad Q_1, esto es:

$$(Q_1) \; f_h(x_1,\ldots, x_j,\ldots x_m) + n_h - P_h = b_h \tag{9}$$

Por otra parte, la función objetivo del modelo convencional puede expresarse —en términos de programación por metas— como la meta que forma la prioridad Q_2, esto es:

$$(Q_2) \; \phi(x_1,\ldots, x_j,\ldots, x_m) + n_{r+1} - P_{r+1} = K \tag{10}$$

siendo K una cota inalcanzable para la función objetivo dada por (10). Así por ejemplo, si la función objetivo del modelo convencional consiste en maximizar el margen bruto de una empresa agraria, entonces el valor de K representaría la cota de margen bruto que no puede alcanzar ningún plan de cultivos que tenga que satisfacer las restricciones impuestas por el modelo.

Finalmente, como el logro de las metas en Q_1 tiene que ser menor o igual que el nivel establecido (minimización de las variables de desviación positiva) y la meta que forma Q_2 tiene que ser mayor o igual que su nivel de aspiración (minimización de las variables de desviación negativas), la función de logro del modelo de programación por metas lexicográficas vendrá dado por el vector:

$$\text{Min } a = \left[\sum_{i=1}^{r} P_{i'}, (n_{r+1})\right] \tag{11}$$

Resumiendo, podemos decir que un modelo de programación matemática convencional como el dado por (8) corresponde a la estructura lexicográfica dada por (11) como función de logro, con (9) y (10) como conjunto de restricciones.

Por consiguiente los modelos convencionales de programación matemática pueden considerarse casos particulares de la programación por metas lexicográficas. Dicho en términos prácticos, cualquier modelo de programación matemática convencional puede formularse como un modelo de programación por metas lexicográficas, aunque lo contrario no es cierto. Por consiguiente, es indiscutible hablar de una superioridad de la programación por metas, especialmente en su versión lexicográfica, con respecto a la programación matemática convencional.

9. ALGORITMOS PARA RESOLVER PROBLEMAS DE PROGRAMACION POR METAS LEXICOGRAFICAS

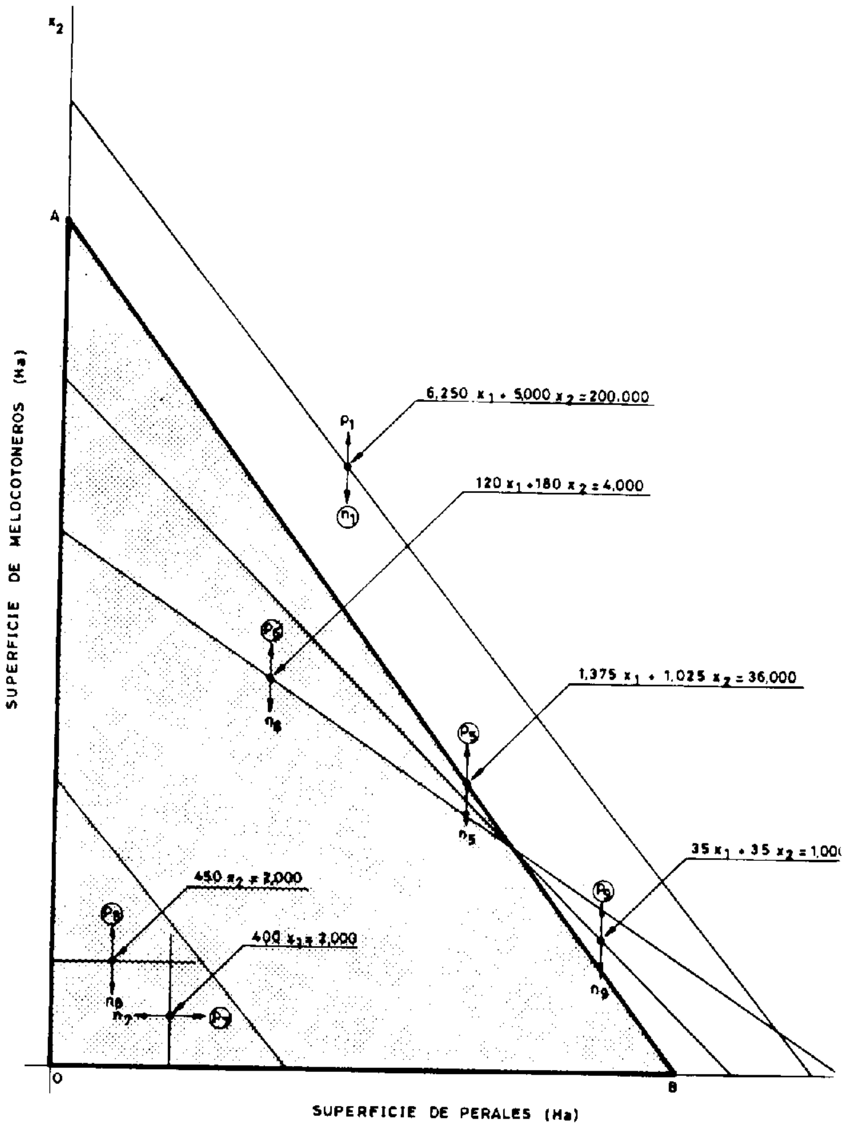
En este apartado vamos a estudiar los aspectos algorítmicos de la programación por metas. En primer lugar conviene indicar que cuando nos enfrentamos a un problema de programación por metas ponderadas, la resolución del mismo puede efectuarse recurriendo al algoritmo del Simplex de la programación lineal clásica. Sin embargo, el Simplex no puede utilizarse directamente en el caso de la programación por metas lexicográficas, pues en este tipo de situación se está buscando la minimización lexicográfica de un vector en vez de la minimización del producto escalar de dos vectores. Por ello, en este apartado nos vamos a centrar en la exposición de algoritmos válidos para resolver problemas con metas múltiples lexicográficas.

Comenzaremos exponiendo el método gráfico. Este procedimiento puede aplicarse únicamente cuando existen sólo dos variables de decisión, por lo que su interés práctico queda muy limitado. Sin embargo, la comprensión de su funcionamiento interno resulta sumamente útil con vistas a entender otros algoritmos.

El método gráfico (Lee 1972 cáp. 4, Ignizio 1976a pp. 31-42) es una adaptación del método gráfico de la programación lineal. Para resolver el problema de programación por metas dado por (6) por medio del método gráfico, comenzaremos representando todas las metas por líneas rectas (véase figura 1). Las variables de decisión son las únicas que se utilizan en el gráfico. El efecto que tiene un aumento de cualquiera de las variables de desviación se ha introducido en el gráfico por medio de arcos. Asimismo las variables de desviación que tienen que ser minimizadas figuran encerradas en círculos. Conviene hacer notar que el dominio limitado por la meta g_5 es más restringido que el dominio limitado por las metas g_2, g_3 y g_4, por lo que únicamente la línea recta correspondiente a la meta g_5 se ha incluido en el gráfico.

Como el proceso de minimización es lexicográfico las metas situadas en la prioridad más alta (esto es, g_2, g_3, g_4 y g_5) deberán considerarse en primer lugar. La meta g_5 queda satisfecha (y por consiguiente también las metas g_3, g_4 y g_5) cuando P_2 se minimiza. El área rayada OAB de la figura 1 ($P_2 = P_3 = P_4 = P_5 = 0$, $x_1 \geqslant 0$, $x_2 \geqslant 0$) representa el conjunto de óptimos alternativos para la primera prioridad.

FIGURA 1


x_2
A
6,250 x_1 + 5,000 x_2 = 200,000
p_1
n_1
120 x_1 + 180 x_2 = 4,000
p_6
n_6
1,375 x_1 + 1,025 x_2 = 36,000
p_5
n_5
35 x_1 + 35 x_2 = 1,00
p_9
n_9
450 x_2 = 2,000
400 x_1 = 2,000
p_8
n_8
n_7
p_7
0
B
SUPERFICIE DE MELOCOTONEROS (Ha)
SUPERFICIE DE PERALES (Ha)

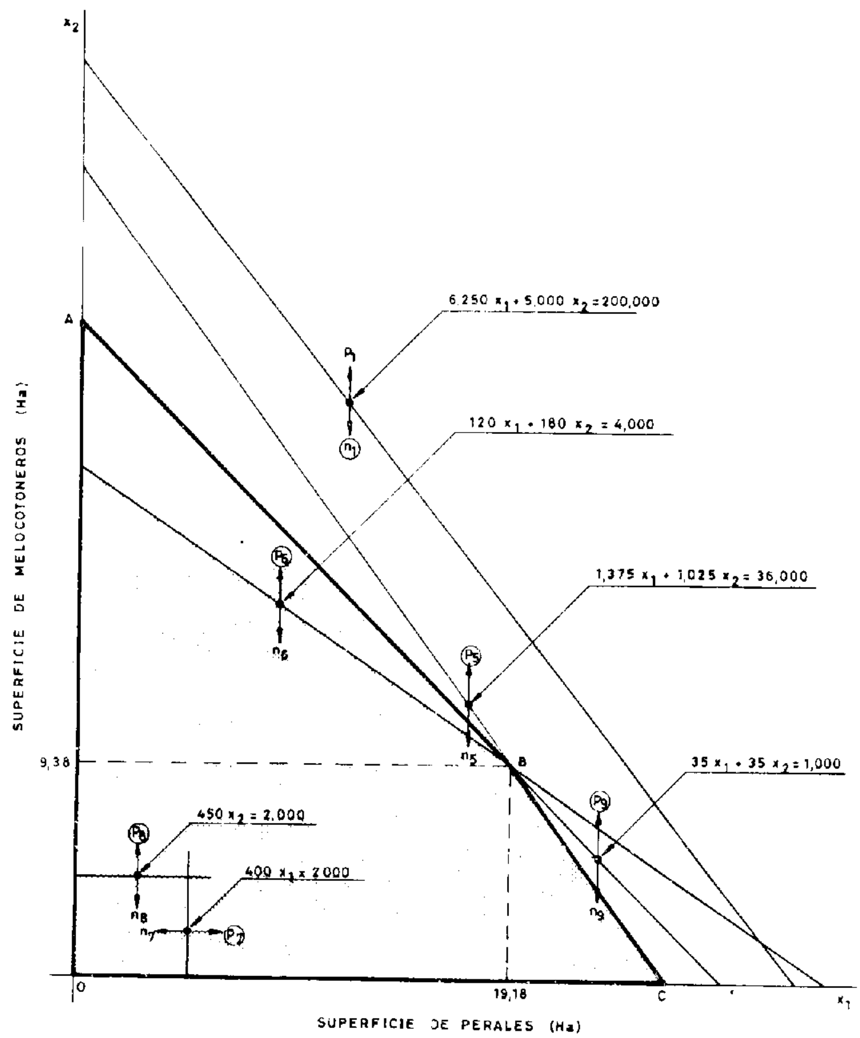
La siguiente prioridad en orden de importancia considera únicamente la meta g_9. Para satisfacer dicha meta la variable de desviación P_9 debe minimizarse. El nuevo dominio OABC de la figura 2 ($P_2 = P_3 = P_4 = P_5 = 0$, $P_9 = 0$, $x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$) representa el conjunto de óptimos alternativos para las dos primeras prioridades.

La tercera prioridad está formada únicamente por la meta g_1. Para poderse satisfacer esta meta la variable n_1 debe minimizarse. Ahora bien, como es fácil deducir de la figura 2, no es posible hacer $n_1 = 0$, sin degradar las metas situadas en prioridades más altas. Por otra parte, es fácil comprobar que el valor mínimo de n_1, que no degrada las prioridades más altas, corresponde al punto B. Por tanto, las coordenadas de este punto representan la solución óptima para las tres primeras prioridades y además como no existen óptimos alternativos el punto B representa asimismo la solución óptima para todo el problema.

El siguiente enfoque algorítmico que vamos a exponer se conoce con el nombre de método secuencial. Este método consiste en resolver una secuencia de programas lineales de una manera similar a como acabamos de hacer con el método gráfico (Dauer & Krueger 1977, Ignizio 1978 p. 111). El primer programa lineal de la secuencia minimiza la primera componente del vector de logro sujeta esta minimización a las restricciones (igualdades) correspondientes a la prioridad Q_1. El segundo programa lineal minimiza la segunda componente de la función de logro sujeta tanto a las restricciones correspondientes a las prioridades Q_1 y Q_2, como a los valores de las variables de desviación de la prioridad Q_1 que se obtuvieron en la solución precedente. El procedimiento secuencial continúa hasta resolver el último programa lineal. Una excelente explicación de este método en forma de algoritmo implementado por medio del código MPSX puede verse en un trabajo de Ignizio & Perlis (1979).

La aplicación de este método a nuestro problema produce la siguiente secuencia de programas lineales:

FIGURA 2



x_2
A
$6.250\,x_1 + 5.000\,x_2 = 200.000$
$120\,x_1 + 180\,x_2 = 4.000$
$1.375\,x_1 + 1.025\,x_2 = 36.000$
$35\,x_1 + 35\,x_2 = 1.000$
$450\,x_2 = 2.000$
$400\,x_1 \times 2000$
SUPERFICIE DE MELOCOTONEROS (Ha)
9,38
B
O
19,18
C
x_1
SUPERFICIE DE PERALES (Ha)

Primer problema (Primer nivel de prioridad)

Minimizar $a_1 = P_2 + P_3 + P_4 + P_5$

Sujeto a:
$$\begin{aligned} 550x_1 &+ 400x_2 + n_2 - P_2 = 15.000 \\ 750x_1 &+ 575x_2 + n_3 - P_3 = 22.000 \\ 1.050x_1 &+ 825x_2 + n_4 - P_4 = 29.000 \\ 1.375x_1 &+ 1.025x_2 + n_5 - P_5 = 36.000 \end{aligned}$$

Existen óptimos alternativos para las variables de decisión y $P_2 = P_3 = P_4 = P_5 = 0$

Segundo problema (segundo nivel de prioridad)

Minimizar $a_2 = P_9$

Sujeto a:
$$\begin{aligned} 550x_1 &+ 400x_2 + n_2 = 15.000 \\ 750x_1 &+ 575x_2 + n_3 = 22.000 \\ 1.050x_1 &+ 825x_2 + n_4 = 29.000 \\ 1.375x_1 &+ 1.025x_2 + n_5 = 36.000 \\ 35x_1 &+ 35x_2 + n_9 - P_9 = 1.000 \end{aligned}$$

Nuevamente existen óptimos alternativos para las variables de decisión y $P_9 = 0$.

Tercer problema (tercer nivel de prioridad)

Minimizar $a_3 = n_1$

Sujeto a:
$$\begin{aligned} 550x_1 &+ 400x_2 + n_2 = 15.000 \\ 750x_1 &+ 575x_2 + n_3 = 22.000 \\ 1.050x_1 &+ 825x_2 + n_4 = 29.000 \\ 1.375x_1 &+ 1.025x_2 + n_5 = 36.000 \\ 35x_1 &+ 35x_2 + n_P = 1.000 \\ 6.250x_1 &+ 5.000x_2 + n_1 - P_1 = 200.000 \end{aligned}$$

La solución óptima es $x_1 = 19{,}18$ ha., $x_2 = 9{,}38$ ha., $n_1 = 33.250$ £. Con este resultado podríamos formar el problema siguiente correspondiente a la cuarta prioridad, pero como no existen óptimos alternativos en el problema tercero, la solución obtenida es la óptima con respecto a todas las prioridades. Todo lo que queda por hacer consiste en sustituir los valores óptimos de las variables de decisión en las metas g_6, g_7 y g_8 para obtener el valor de las variables de desviación.

Conviene indicar que el método secuencial no es el más adecuado con vistas a efectuar análisis de sensibilidad con la solución final. Cuando se desea realizar este tipo de análisis es mucho más aconsejable utilizar el algoritmo Simplex modificado. Este procedimiento básicamente consiste en utilizar el algoritmo del Simplex en fases múltiples. En Lee (1972 cap. 5) e Ignizio (1976 cáps. 3; 7 y Apéndice) puede verse una detallada explicación de este algoritmo, con listados de programas escritos en FORTRAN y métodos para implementar análisis de sensibilidad.

Recientemente ha sido propuesto por Arthur & Ravindran (1978, 1980a) un algoritmo partitivo muy prometedor. Los programas de este algoritmo escritos en FORTRAN han sido contrastados por sus autores con diversos problemas de diferentes tamaño, necesitando entre un 12% y un 60% del tiempo de computadora requerido por el Simplex modificado de Lee e Ignizio.

Otro algoritmo reciente para la programación por metas lexicográficas ha sido desarrollado por Schniederjans & Kwak (1982). Este algoritmo está basado en el Simplex con pasos múltiples de Baumol (1965). Sus autores afirman que el algoritmo es más eficiente que los de Lee, Ignizio, Arthur & Ravindran. Sin embargo, la falta de un programa de computador para este algoritmo hace difícil contrastar estas afirmaciones como ha sido apuntado por Proll (1982).

Debe mencionarse en esta parte de la exposición que existen algoritmos para resolver problemas de programación por metas con variables enteras y bivalente (esto es, variables que pueden tomar el valor cero o uno). Estos algoritmos están basados en los métodos tradicionales de programación lineal en números enteros como los planos de corte o las técnicas branch and bound (Arthur y Ravindran 1980b, Garrod y Moores 1978, Ignizio 1976 cáp. 5, Lee y Morris 1977).

En lo referente a la programación por metas no lineales, puede decirse que en este contexto existen prácticamente las mismas limitaciones que en el terreno de la programación matemática convencional. No obstante, es interesante citar dos métodos para resolver problemas de programación por metas no lineales. Uno de ellos es una adaptación del método de aproximaciones lineales de Griffit-Stewart y el otro consiste en una adaptación del método de la búsqueda de Hooke y Jeeves. Ambos métodos están descritos con detalle en Ignizio (1976 cap. 6 y Apéndice), con un programa escrito en FORTRAN para el método de la búsqueda.

Finalmente, es importante hacer notar que los métodos clásicos de introducción del riesgo y la incertidumbre en los modelos de planificación de cultivos como la formulación MOTAD (Hazell 1971) y el enfoque de juegos contra la naturaleza (McInerney 1967 y 1969) pueden incorporarse con toda facilidad a la estructura de un modelo de programación por metas. Así, la introducción de la formulación MOTAD en un modelo de programación por metas lexicográficas conducirá a la inclusión de las siguientes metas adicionales:

$$\sum_j (b_{lj} - \bar{b}_j)\, x_j + n_l - P_l = 0 \qquad l = 1,\ldots,t$$

donde b_{lj} puede representar los márgenes brutos del cultivo j-ésimo en el año l-ésimo y $\bar{b}_j$ el margen bruto medio de la cosecha j-ésima. El término $\sum_l (n_l + P_l)$ aparecerá en la función de logro. El lugar exacto de este término dependerá de la prioridad asignada por el centro decisor a la minimización de la desviación absoluta. De una manera similar, las restricciones de los modelos de juegos se pueden considerar metas y como tales introducirlas en una estructura lexicográfica.

10. ALGUNAS ADVERTENCIAS EN TORNO AL USO DE LA PROGRAMACION POR METAS COMO INSTRUMENTO DE PLANIFICACION

En este apartado vamos a exponer una serie de situaciones en las que la aplicación de las técnicas de programación por metas en planificación agraria pueden producir resultados no esperados totalmente inadecuados para los fines propuestos. Básicamente existen cuatro problemas a discutir: a) La posibilidad de que la solución obtenida con un modelo de programación por metas resulte idéntica a la obtenida con un modelo convencional de programación lineal; b) El supuesto implícito en la programación por metas lexicográficas de que en este tipo de estructuras, aún pudiéndose establecer intercambios *(tradeoffs)* entre metas situadas en una misma prioridad, resulta por el contrario imposible establecer este tipo de intercambios entre metas situadas en diferentes prioridades; c) La susceptibilidad de la programación por metas a producir soluciones inferiores o no eficientes, con el sentido que se dio a este término en el apartado 3; y d) La dificultad de tipo teórico implícita en las estructuras lexicográficas, donde la maximización de la función de logro no implica necesariamente la optimización de la función de utilidad del centro decisor.

Cuando la función de logro toma la forma: $a = [0,\ldots, a_r, a_s, \ldots a_t]$ la solución óptima obtenida es la misma que la proporcionada por un modelo de programación lineal que considera como función objetivo a la meta que forma la prioridad Q_r mientras que las metas que forman las primeras $r-1$ prioridades son tratadas como restricciones. Así, en nuestro ejemplo la solución obtenida en la sección 5 es idéntica a la solución que se obtendría maximizando el valor actual neto sujeto a las restricciones de capital circulante y horas de tractor contratadas. Este problema surgirá en aquellos casos en los que los niveles de aspiración de las metas situadas en las primeras $r-1$ prioridades han sido fijados de una manera muy pesimista, mientras que por el contrario el nivel de aspiración de la meta considerada en la prioridad Q_r haya sido fijada de una manera muy optimista. Esta equivalencia de soluciones también puede presentarse en un modelo con metas ponderadas cuando el nivel de aspiración de un objetivo se establece muy alto (inalcanzable), mientras que los niveles de aspiración de los otros objetivos se establecen muy bajos (fácilmente alcanzables).

Por tanto, debido al hecho de que los modelos de programación por metas tanto lexicográficas como ponderadas pueden producir en ciertas situaciones los mismos resultados que los proporcionados por un modelo convencional, el analista puede concluir, de una manera totalmente errónea, que la programación por metas es superflua o de limitado interés (Flinn et al. 1980; Barnett et al. 1982). Esta observación es completamente engañosa, ya que la equivalencia de soluciones se debe a la formulación del problema más que a la utilidad potencial de la programación por metas (Romero & Rehman, 1983).

La manera peculiar con que los posibles intercambios *(tradeoffs)* entre metas situadas en diferentes prioridades es analizada en el contexto de las estructuras lexicográficas merece un cierto análisis. El intercambio (*tradeoff*) mide la cantidad del logro de una meta (por ejemplo g_1) que tendría que ser sacrificada para conseguir un incremento unitario en otra meta (por ejemplo g_2) como compensación. En las estructuras lexicográficas este tipo de intercambios entre metas es sólo posible cuando las metas se encuentran ubicadas en la misma prioridad. En cambio, en el caso de prioridades excluyentes los intercambios entre metas situadas en diferentes prioridades no son posibles. Esta circunstancia hace que la programación por metas lexicográficas pueda parecer una técnica bastante restringida, aunque en realidad no difiere en este aspecto demasiado del marco de la programación matemática convencional en el que no se acepta la existencia de intercambios *(tradeoffs)* entre la función objetivo y el conjunto de restricciones como se expuso en el §8. Sin embargo, cuando las metas lexicográficas se utilizan en las aplicaciones prácticas y el centro decisor no se encuentre muy seguro de la ordenación en prioridades establecida, resulta muy aconsejable someter a la solución óptima a un análisis de sensibilidad tal como se expuso en el § 7.

Zeleny & Cochran (1973, pp. 377-383) en primer lugar y posteriormente Cohon & Marks (1975, p. 213) y Cohon (1978, pp. 190-191) observaron que cuando la programación por metas se aplica a situaciones en las que los niveles de aspiración de las diferentes metas han sido fijados a unos niveles muy pesimistas, resulta en tal caso posible obtener soluciones óptimas que estén dominadas (en el sentido explicado en el 8.3) por otra solución factible. La posibilidad de una solución dominada es altamente probable cuando en la solución óptima del modelo de programación por metas un número considerable de las variables de desviación toman el valor cero. En este tipo de situaciones el primer remedio es someter a un análisis paramétrico los niveles de aspiración incorporados al modelo. Este tipo de análisis debe indicar si es o no posible incrementar la satisfacción de algunas metas sin reducir el nivel de realización de las otras. Otro posible enfoque para este problema consiste en recurrir a un test de dominancia propuesto por Hannan (1980).

Harrald et al. (1978) han apuntado que las preferencias lexicográficas implícitas en la función de logro son inconsistentes con la función de utilidad del centro decisor en base a algunas ideas desarrolladas por Debreu (1959, pp. 72-73). Dicho con otras palabras, la función de logro de la programación por metas lexicográficas no maximiza la función de utilidad del centro decisor. Entre los estudiosos del tema existe divergencia de opiniones en cuanto al significado real de este hecho. Así, para algunos autores (como Zeleny, 1982, pp. 295-296) esta circunstancia constituye una seria debilidad de la programación por metas, mientras que para otros investigadores las ordenaciones lexicográficas representan de una manera más realista, que las funciones de utilidad, el proceso de toma de decisiones (Boland, 1974; Wierzbicki, 1980).

Pese a los comentarios anteriores, pensamos que la programación por metas cuando es adecuadamente utilizada constituye un paradigma mucho más fructífero y prometedor que la programación matemática convencional, cuando se va a analizar un problema de toma de decisiones en contextos de criterios múltiples. Asimismo, esperamos que este artículo haya servido tanto para explicar la estructura teórica que subyace a la programación por metas como para estimular su aplicación en el área de la planificación agraria.

APENDICE. ALGUNAS EXTENSIONES DE LA PROGRAMACION POR METAS

Este artículo se ha dedicado al análisis de las posibilidades que ofrecen las dos principales variantes de la programación por metas (estructuras lexicográficas y metas ponderadas) en el campo de la planificación agraria. Las dos variantes comentadas son las técnicas más antiguas y a la vez más utilizadas en el campo de la programación por metas, constituyendo asimismo los enfoques más prometedores en el campo de la planificación agraria en contextos de criterios múltiples. Sin embargo, conviene indicar que desde los comienzos de la década de los setenta se han producido importantes extensiones metodológicas del paradigma de la programación por metas. En este apéndice vamos a esbozar las principales características de aquellas extensiones que parecen especialmente prometedoras en el campo de la planificación agraria.

Así, podemos citar aquellos casos en los que las metas se deben introducir como ratios (por ejemplo, al analizar la estructura financiera de una empresa agraria). En estas situaciones nos enfrentamos a metas fraccionales. La programación por metas de tipo fraccional fue introducida por Kornbluth (1973). Aunque este problema no se ha resuelto todavía de una manera completamente satisfactoria, existen sin embargo algunos enfoques algorítmicos que pueden utilizarse con cierto éxito en este contexto (Kornbluth & Steuer, 1981).

La programación por metas ha sido analizada en un contexto interactivo. Este tipo de enfoque consiste en una definición progresiva de las preferencias del centro decisor; es decir, se establece una interacción entre el centro decisor y el modelo. La interacción es algo como una conversación, en la que al centro decisor se le hacen preguntas acerca de sus preferencias, intercambios *(tradeoffs)* etc. Dyer (1972) presentó el primer algoritmo interactivo de programación por metas. Hoy en día tal vez el método propuesto por Masud & Hwang (1981) constituye la técnica interactiva más prometedora dentro del campo de la programación por metas.

Con el propósito de introducir elementos de incertidumbre o riesgo en las metas, la técnica de programación con restricciones aleatorias (*chance constrained programming*) diseñada por Charnes & Cooper (1959) ha sido acoplada a los modelos de programación por metas. Keown (1978) ha sido el primer investigador en mostrar cómo esta tarea de acoplamiento puede realizarse de una manera sencilla y fructífera.

Algunos autores han sugerido que en algunos problemas puede resultar interesante en vez de minimizar de una manera lexicográfica o ponderada una suma de variables de desviación, proceder a la minimización de la máxima desviación. Esta extensión de la programación por metas, conocida como programación MINMAX, ha sido introducida en la literatura por Flavell (1976).

Kvanli (1980) ha sugerido el uso de funciones de penalización en la programación por metas. Aunque este método se ha aplicado a problemas de planificación financiera no es difícil encontrar áreas relacionadas con la planificación agraria en las que este enfoque puede resultar fructífero. Así, el método de Kvanli corregido de un error teórico (Romero, 1984) ha sido utilizado por Rehman & Romero (1984 pp. 42-47) en el campo de la nutrición animal.

Este tipo de extensiones de la programación por metas ha sido denominada por Ignizio (1983) como programación por metas generalizadas. Este marco general recoge cualquier técnica multicriterio en la que se hayan asignado niveles de aspiración a todos los objetivos; es decir, cualquier técnica multicriterio dentro de la filosofía simoniana de «satisfacer». Un extenso trabajo de revisión donde más de 250 trabajos de programación por metas figuran categorizados de acuerdo con 20 áreas de aplicación y de acuerdo con 12 variantes de la programación por metas puede verse en un artículo de Romero (1985).

Bibliografía

ANDERSON, J.R. & HARDAKER, J.B., (1979) Economic analysis in design of new technologies for small farmers, en: *Economics and the Design of Small Farmer Technology,* Valdés, A., Scobie, G.M. & Dillon, J.L. (Eds.) Iowa State University Press, Iowa, 11-29.

ARTHUR, J.L. & RAVINDRAN, A. (1978) An efficient goal programming algorithm using constraint partitioning and variable elimination. *Mgmt. Sci.,* 24, 867-868.

ARTHUR, J.L. & RAVINDRAN, A. (1980a) PAGP, a partitioning algorithm for (linear) goal programming problems. *ACM Trans. Math. Software,* 6, 378-386.

ARTHUR, J.L. & RAVINDRA, A. (1980b) A branch and bound algorithm with constraint partitioning for integer goal programming problems. *Eur. J. Opl. Res.,* 4, 421-425.

BARNETT, D., BLAKE, B. & MCCARL, B.A. (1982). Goal programming via multidimensional scaling applied to Senegalese subsistence farm. *Amer. J. Agri. Econ.,* 64, 720-727.

BAUMOL, W.J. (1965) *Economic Theory and Operations Analysis.* Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.

BOLAND, L.A. (1974) Lexicographic orderings, multiple criteria and «ad hocery». *Aust. Econ. Pap.,* 13, 142-157.

CEÑA, F. & ROMERO, C. (1982) *Evaluación Económica y Financiera de Inversiones Agrarias.* Banco de Crédito Agrícola, Madrid.

CHARNES, A. & COOPER, W. (1959) Chance constrained programming. *Management Sci.,* 6, 73-79.

CHARNES, A. & COOPER, W.W. (1961) *Management Models and Industrial Applications of Linear Programming,* Vol. 1. John Wiley & Sons, New York.

COHON, J.L. (1978) *Multiobjective Programming and Planning.* Academic Press, New York.

COHON, J.L. & MARKS, D.H. (1975) A review and evaluation of multiobjective programming techniques. *Water Resour. Res.,* 11, 208-220.

DAUER, J.P. & KRUEGER, R.J. (1977) An iterative approach to goal programming. *Opl. Res. Q.,* 28, 671-681.

DEBREU, G. (1959) *Theory of Value.* Cowles Foundation monografía 17, John Wiley & Sons, New York.

DYER, J.S. (1972) Interactive goal programming. *Management Sci.,* 19, 62-70.

FLAVELL, R.B. (1976) A new goal programming formulation. *Omega,* 4, 731-732.

FLINN, J.C., JAYASURIYA, S. & KNIGHT, C.G. (1980) Incorporating multiple objectives in planning models of low-resource farms. *Aust. J. Agri. Econ.,* 24, 35-45.

GARROD, N.W. & MOORES, B. (1978) An implicit enumeration algorithm for solving zero-one goal programming problems. *Omega,* 6, 374-377.

GASSON, R. (1973) Goals and values of farmers. *J. Agri. Econ.,* 24, 521-537.

HANNAN, E.L. (1980) Nondominance in goal programming. *INFOR. (Canad. J. Operational Res. and Information Processing),* 18, 300-309.

HARDING, T.J. (1982) Farm management advice to peasant agriculture: the transfer of technology. *J. Agri. Econ.*, 33, 47-56.

HARPER, W.H. & EASTMAN, C. (1980) An evaluation of goal hierarchies for small farm operations. *Amer. J. Agri. Econ.*, 62, 742-747.

HARRALD, J., LEOTTA, J., WALLACE, W.A. & WENDELL, R.E. (1978) A note on the limitations of goal programming as observed in resource allocation for marine environmental protection. *Nas. Res. Logist. Q.*, 25, 733-739.

HAZELL, P.B.R. (1971) A linear alternative to quadratic and semivariance programming to farm planning under uncertainty. *Amer. J. Agri. Econ.*, 53, 53-62.

IGNIZIO, J.P. (1976) *Goal Programming and Extensions.* Lexington Books, Massachusetts.

IGNIZIO, J.P. (1980) Letter to the editor. *Eur. J. Opl. Res.*, 4, 64.

IGNIZIO, J.P. (1983) Generalized goal programming. An overview. *Comput. & Ops. Res.*, 10, 277-289.

IGNIZIO, J.P. & PERLIS, J.H. (1979) Sequential linear goal programming: implementation via MPSX. *Comput. & Ops. Res.*, 6, 141-145.

IJIRI, Y. (1965) *Management Goals and Accounting for Control.* North-Holland Publishing Company, Amsterdam.

KEOWN, A.J. (1978) A chance-constrained goal programming model for bank liquidity management. *Decision Sci.*, 9, 93-106.

KORNBLUTH, J.S.H. (1973) A survey of goal programming. *Omega*, 1, 193-205.

KORNBLUTH, J.S.H. & STEUER, R.E. (1981) Goal programming with linear fractional criteria. *European J. Opl. Res.*, 8, 58-65.

KVANLI, A.H., (1980) Financial planning using goal programming. *Omega*, 8, 207-218.

LEE, S.M. (1972) *Goal Programming for Decision Analysis.* Auerbach Publishers, Philadelphia.

LEE, S.M. & MORRIS, R. (1977) Integer goal programming methods, en: *Muliple Criteria Decision Making*, Eds. Starr, N., Zeleny, M., North Holland, Amsterdam, 273-289.

LIN, W.T. (1980) A survey of goal programming applications. *Omega*, 18, 115-117.

MASUD, A.S. & HWANG, C.L. (1981) Interactive sequential goal programming. *J. Opl. Res. Soc.*, 32, 391-400.

McINERNEY, J.P. (1967) «Maximin programming» - an approach to farm planning under uncertainty. *J. Agri. Econ.*, 18, 279-289.

McINERNEY, J.P. (1969) Linear programming and game theory models — some extensions. *J. Agri. Econ.*, 20, 269-278.

PATRICK, G. & BLAKE, B. (1980) Measurement and modelling of farmers' goals: an evaluation and suggestions. *S.J. Agri. Econ.*, 1, 199-204.

PROLL, L.G. (1982) Comments on an alternative solution method for goal programming. *J. Opl. Res. Soc.*, 33, 766-767.

REHMAN, T. & ROMERO, C. (1984) Multiple criteria decision making techniques and their role in livestock ration formulation. *Agri. Systems*, 15, 23-49.

ROMERO, C. (1984) A note: Effects of five sided penalty functions in goal programming. *Omega,* 12, 333.

ROMERO, C. (1986) A survey of generalized goal programming (1970-1982). *European J. Opl. Res.*, (Special Issue on Multiple Criteria Decision Making), 24.

ROMERO, C. & REHMAN, T. (1983) Goal programming via multidimensional scaling applied to Senegalese subsistence farming: comment. *Amer. J. Agri. Econ.*, 65, 829-831.

SCHNIEDERJAN, M.J. & KWAK, N.K. (1982) An alternative solution method for goal programming problems: a tutorial. *J. Opl. Res. Soc.*, 33, 247-251.

SMITH, D. & CAPSTICK, D. (1976) Establishing priorities among multiple management goals. *S.J. Agri. Econ.*, 2, 37-43.

WHEELER, B.M. & RUSSELL, J.R.M. (1978) Goal programming and agricultural planning. *Opl. Res. Q.*, 28, 21-32.

WILLIS, C.E. & PERLACK, R.D. (1980) A comparison of generating techniques and goal programming for public investment, multiple objective decision making. *Amer. J. Agri. Econ.*, 62, 66-74.

WIERZBICKI, A.P. (1980) The use of reference objectives in multiobjective optimisation, en: *Multiple Criteria Decision Making, Theory and Application,* Fandel, G., Gal, T. (Eds.), Springer-Verlag, Berlin, 468-486.

ZELENY, M. (1982) *Multiple Criteria Decision Making*. McGraw-Hill, New York.

ZELENY, M. & COCHRANE, J.L. (1973) A priori and a posteriori goals in macroeconomic policy making, en: *Multiple Criteria Decision Making,* Cochrane, J.L. & Zeleny, M. (Eds.) University of South Carolina Press, South Carolina, 373-391.

RESUMEN

Diferentes paradigmas se han utilizado para analizar la toma de decisiones en contextos de criterios múltiples. Entre ellos la programación por metas es probablemente el enfoque que se ha utilizado más profusamente, al menos en el campo de las ciencias de gestión. Este enfoque parece ofrecer una considerable potencialidad en el campo de la planificación agraria. Sin embargo, sus aplicaciones en economía agraria han sido muy escasas. Incluso las pocas aplicaciones recogidas en la literatura parecen tener errores teóricos de planteamiento. En este trabajo se intenta explicar la estructura de la programación por metas deduciéndola del paradigma convencional de la programación lineal. Esta tarea se aborda con la idea de ilustrar la potencialidad que posee la programación por metas, de establecer sus relaciones con la programación convencional y fundamentalmente de estimular futuras aplicaciones en el campo de la planificación agraria en contextos de criterios múltiples.

RÉSUMÉ

Parmi les paradigmes qui peuvent être utilisés pour analyser les problèmes de décision multicritère, le plus employé semble être le «goal programming», au moins en ce qui concerne les sciences de gestion. Le «goal programming» parait offrir un potentiel considérable dans l'application des problèmes d'approche multicritère à la gestion d'explotations agricoles. Son application à l'économie agraire a été néanmoins peu fréquente. De plus, ces tentatives d'application semblent posséder de graves erreurs. Dans cet article la structure d'un modèle de «goal programming» est expliquée à partir d'un paradigme plus connu: celui de la programmation linéaire. Et ceci en vue de montrer l'utilité potentielle du «goal programming», ses relations avec la programmation linéaire et d'encourager d'autres applications de la décision multicritère à la gestion d'explotations agricoles.

SUMMARY

Several paradigms can be used to analyse multiple-criteria decision-making problems. Of these goal programming is probably the most widely used one, at least in management science. Goal programming seems to offer considerable potential for application to multiple-criteria problems in agricultural planning. However, its applications in agricultural economics have been few and far between. Even these attempts seem to suffer from some serious misconceptions. In this paper an effort is made to explain the structure of a goal programming model by deriving it from the familiar paradigm of linear programming. This is done to put the potential usefulness of goal programming and its relationship to linear programming in perspective, and to encourage further applications to multiple-criteria decision-making in agricultural planning.