

JUAN CARANDELL

Caj. 1
n.º 2

LA PERSPECTIVA ESTEREOGRÁFICA:
UNA MATERIALIZACIÓN DIDÁCTICA

Publicado en Reseñas Científicas de la Sociedad Española de Historia Natural.
Tomo IX (páginas 101 a 105).

J. Carandell
febrero 1941

A. 6307

UNIVERSIDAD DE COCUDO
FACULTAD-CIENCIAS FÍSICAS
BIBLIOTECA

MADRID, 1934

3
3
ICO

517 06140

LA PERSPECTIVA ESTEREOGRÁFICA: UNA MATERIALIZACIÓN DIDÁCTICA

POR

JUAN CALANDRE
J. Calandrer

Una de las cosas más difíciles para quien se asoma por primera vez al campo de la Cristalografía—de sí harto abstruso—es “ver” las proyecciones, especialmente una, la estereográfica, que es la consagrada por la práctica para la representación de los cristales y de sus particularidades, maclas, propiedades ópticas, cálculo cristalográfico, etc.

Esa proyección es, a veces, algo pavoroso que viene a superponerse al penoso aprendizaje de las notaciones, digna antesala de una larga habituación a ver en el espacio y referir lo visto con la imaginación al plano del dibujo.

En nuestra dilatada experiencia pedagógica nos hemos valido de numerosos artilugios para satisfacer mejor el ansia de hacer llegar a los oyentes la materia objeto de enseñanza en la forma más tangible o visualizada posible. Esos artilugios se llaman block-diagramas, mapas en barro, hechos en plena clase; plegamientos con capas de cola de pescado blandas; “cristales” atómicos, siguiendo los hallazgos de los sabios con los rayos Röntgen..., y recientemente modelos de perspectiva o proyección estereográfica, con los cuales se reduce a un mero juego o trabajo manual ameno y paciencioso lo que de otro modo resultaría una verdadera monstruosidad pedagógica.

* * *

Cuando al lado del inolvidable y siempre recordado con veneración doctor Fernández Navarro daba yo alguna que otra clase práctica de Cristalografía a jóvenes que hoy ya son compañeros míos, recuerdo que había un globo de cristal que se abría por el ecuador, en cuyo plano estaba colocado un disco de vidrio. En el centro se podía disponer una mitad de un cristal, cuyas caras llevaban perpendicularmente clavadas unas varillas de latón que iban a tocar interiormente al hemisferio superior o “boreal”.

Ese modelo no pasaba de ahí, lo mismo que un folleto litografiado del Sr. Pardillo Vaquer, con las representaciones de las clases cristalinas y sus dominios en la esfera correspondiente, circunscrita a cada ejemplo de cristal.

He procurado dar un paso mejorando la construcción alemana del aparato de la cátedra de Cristalografía de Madrid y completando el trabajo didáctico del que fué mi catedrático de Cristalografía el primer año que funcionó en la Universidad de Barcelona la Sección de Ciencias Naturales.

Muy sencillo, modesto y hasta risible es el material de que me he valido. Nada de utensilios pretenciosos de alta firma. Hanme bastado dos magníficos tapafrutas de tela metálica, de los que se venden en las tiendas de ferretería y menaje de cocina. Un corte de tijeras en el cerco ecuatorial de uno de tales artefactos permite dilatar un poco su circunferencia para poder rodear el cerco del otro tapafrutas y hacer así una esfera cuando acabemos de construir el modelo.

Dejemos el artefacto con el ecuador cortado por el tijeretazo. Y vamos con el otro hemisferio.

Cogeremos ahora un cristal de barro o cartón, de los más familiares: el cubo, por ejemplo. Dispondremos un cierto número de trozos, algo largos, de alambre de hierro galvanizado, ni demasiado fino ni demasiado grueso. Y atravesaremos de parte a parte el cristal por los vértices, puntos medios de las aristas y centros de las caras, según las direcciones áxicas.

Todos los ejes situados en el plano perpendicular a una de las tres zonas del cubo—plano, claro está, principal de simetría; ejes, evidentemente, representados y materializados por una estrella de cuatro diámetros de alambre—van a parar al cerco del tapafrutas intacto.

No nos queda sino atravesar la redcilla y dar con el alambre una o dos vueltas alrededor del cerco. Hecho esto con los ocho extremos ya tenemos sólidamente fijado el cristal en el centro del plano ecuatorial.

Por los vértices del cubo emergen otros cuatro alambres. Empujemos sus extremos para que atraviesen convenientemente la tela metálica del tapafrutas en cuyo interior tenemos el cristal y sus alambres-ejes. Doblémoslos en gancho, tiremos ahora hacia abajo y cortemos los cabos sobrantes por debajo del cristal si no queremos complicar la obra con el hemisferio inferior, qué tenemos aparte, complicación nada conveniente.

Nos quedan el eje cuaternario vertical y cuatro ejes binarios. Los respectivos alambres emergen por la cara superior y las cuatro aristas

que la limitan. No hay sino hacer lo mismo con estos alambres y la tela metálica hemisférica.

Ahora en cada lugar de enlace de los alambres con ésta ataremos un largo hilo blanco—por ejemplo—grueso y tenaz. Son *nueve* hilos. Cada hilo vamos a volverlo hacia el interior del hemisferio, de manera que cuelgue verticalmente por dentro. Dejaremos la operación aquí. (El hilo correspondiente al eje vertical cuaternario coincide con éste; puede, pues, ser suprimido.)

Tomemos seguidamente hilo grueso, rojo, por ejemplo. Con él haremos tantos meridianos como planos de simetría subtienden los ejes por sus puntos de amarre a la tela metálica. Los dos ejes horizontales cuaternarios—que yacen en el ecuador—subtienden, desde el cerco de hierro, dos meridianos. Los dos ejes binarios intermedios fijan otros dos meridianos. En el punto 45° de cada uno de estos últimos meridianos ha de terminar el extremo de un alambre-eje ternario. Y por cada dos polos contiguos de ejes ternarios pasa otra semicircunferencia máxima de hilo rojo, cuyos extremos terminan precisamente en los extremos de los alambres-ejes cuaternarios, situados en el plano ecuatorial del tapafrutas. Estos hilos pasan, además, por el amarre-polo de eje-alambre binario intermedio a dos ternarios contiguos.

Ahora cogemos 17 discos de papel blanco, engomados por una cara, del diámetro de una moneda de dos céntimos, por ejemplo. Escribiremos las respectivas notaciones cristalográficas de Miller, de las cuatro caras verticales del cubo, de la cara superior del mismo; de las cuatro truncaduras verticales; de las cuatro truncaduras horizontales superiores; de las cuatro truncaduras respectivas a los vértices superiores del sólido. En una palabra: caras de octaedro estas últimas y caras de rombo-dodecaedro aquellas ocho anteriores.

Adheriremos estos discos sobre la tela metálica en los puntos oportunos, que no es necesario especificar.

Es ahora el momento de trabajar con los hilos blancos colgantes y con el tapafrutas inferior. Cojámoslos todos por su largo extremo; ator-nillémoslos como si los arrollásemos en rosca, y pasemos el grueso haz a través del polo de este tapafrutas vuelto hacia arriba. Hagamos que su cerco de hierro, cortado, abrace por completo el cerco intacto del hemisferio que contiene el cristal, alambres, meridianos, etc. Y tomemos exacta posición del punto en que estos hilos blancos tocan a los cuatro diámetros ecuatoriales de alambre. En cada punto liaremos un trozo de lana roja de hacer punto de jersey, anudándolo al alambre. Claro está que para eso hemos vuelto a separar bastante el hemisferio inferior.

Con hilo rojo vamos a unir ahora los extremos de los dos diámetros-alambres-ejes cuaternarios, por medio de arcos que deberán pasar precisamente por tres puntos rojos seguidos, a un lado y a otro de cada diámetro, señalados con el trozo de hilo de lana anudado.

Finalmente, alrededor del punto de amarre de un eje-alambre ternario dispondremos una pequeña circunferencia de alambre, sujeta a la tela metálica del hemisferio. Ya habremos advertido cómo cada polo ternario queda claramente confirmado por tres hilos—meridianos—rojos. Esta circunferencia de alambre cortará en seis puntos a los tres meridianos. En los sectores intermedios fijaremos otros seis nudos de lana roja, y además seis hilos blancos gruesos, largos y tenaces.

Estos hilos los reuniremos por sus cabos, en haz, que pasaremos por el orificio del polo "sur" (hemisferio o tapafrutas inferior). Una vez colocado éste como antes con respecto al cerco del hemisferio "boreal", fijaremos una pequeña circunferencia de alambre a los alambres-diámetros ecuatoriales, por medio de ligaduras de hilo o de hilo de cobre. Y señalaremos los puntos en que a él tocan los hilos procedentes de los nudos rojos de la circunferencia situada en la superficie exterior de la tela metálica del susodicho hemisferio boreal.

El tamaño de la circunferencia-proyección será tal, que las generatrices de la superficie cónica que forman los seis hilos blancos no sufran ninguna deformación de su trazado tenso, rectilíneo.

Por el agujero del hemisferio inferior salen los dos haces de hilos. Arrollémoslos a un grueso trozo de alambre, al que daremos vueltas sobre sí mismo. Adosaremos bien los dos cercos mutuamente; los hilos, bien tensos. Protegeremos y reforzaremos la superposición de los dos cercos mediante una tira de esparadrapo (lám. V).

Ya está terminada la pacientísima labor, escuela de disciplina para nervios exaltados y también para temperamentos que se tienen por pacíficos, pero, en cambio, no pueden realizar operaciones manuales como las que acabamos de describir.

No queda sino coger entre ambas manos la esfera de tela metálica, jaula que lleva por silencioso pájaro de plumas hirsutas nada menos que un cristal. Y aplicar exactamente el ojo al polo sur, es decir, al *punto de vista*.

Y se verá cómo los meridianos rojos, que son planos de simetría, y los discos, que son polos, y los ejes-alambres se proyectan perfectamente sobre el ecuador, confirmando líneas y arcos previamente dispuestos en éste. Y, sobre todo, de una manera tangible, que no exige demostraciones geométricas, y aclara y confirma a éstas mismas, se ob-

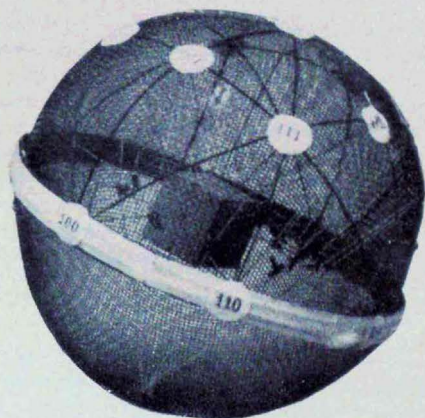
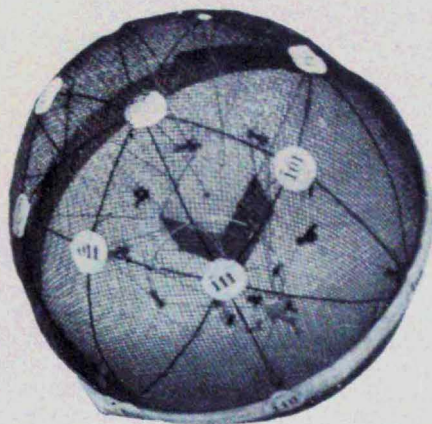
servará cómo un círculo o circunferencia menor se proyecta como un círculo en el ecuador—los dos círculos de alambre—, a pesar de que *parece* que hemos de ver un círculo en escorzo, es decir, una elipse. Como tal elipse lo vemos allá en la tela metálica del otro hemisferio; pero nos convenceremos por los propios ojos de que su perspectiva sobre el ecuador no es ni más ni menos que un círculo.

Todavía cabe hacer otra filigrana. Un “capotillo” de tela negra, gruesa, lo adaptaremos perfectamente al hemisferio opuesto al punto de vista. Luego practicaremos en la tela tantas perforaciones como *polos*. Con otra envoltura ocultaremos el otro hemisferio, con un orificio correspondiente al punto de vista. Y por él miraremos nuevamente, viendo los polos proyectados en el ecuador como si fueran otras tantas bombillas eléctricas.

* * *

Creemos una vez más que tanto como hacer ciencia vale enseñarla y procurar enseñarla bien. Hay mucho bueno en las metodologías extranjeras, pero no hay que desmayar. Procuremos honrar y mejorar la nuestra autóctona ¹.

¹ Otro día explicaremos prácticamente algunas proyecciones de aplicación cartográfica, valiéndonos de esos dos modestísimos y baratos tapafrutas...



Modelo didáctico para comprender las proyecciones estereográficas;
en dos posiciones diferentes. *(Fot. Rayo y Gómez.)*

LA PERSPECTIVA ESTEREOGRÁFICA: UNA MATERIALIZACIÓN DIDÁCTICA

POR

JUAN CARANDELL

(Lám. V.)

Una de las cosas más difíciles para quien se asoma por primera vez al campo de la Cristalografía—de sí harto abstruso—es “ver” las proyecciones, especialmente una, la estereográfica, que es la consagrada por la práctica para la representación de los cristales y de sus particularidades, maclas, propiedades ópticas, cálculo cristalográfico, etc.

Esa proyección es, a veces, algo pavoroso que viene a superponerse al penoso aprendizaje de las notaciones, digna antesala de una larga habituación a ver en el espacio y referir lo visto con la imaginación al plano del dibujo.

En nuestra dilatada experiencia pedagógica nos hemos valido de numerosos artilugios para satisfacer mejor el ansia de hacer llegar a los oyentes la materia objeto de enseñanza en la forma más tangible o visualizada posible. Esos artilugios se llaman block-diagramas, mapas en barro, hechos en plena clase; plegamientos con capas de cola de pescado blandas; “cristales” atómicos, siguiendo los hallazgos de los sabios con los rayos Röntgen..., y recientemente modelos de perspectiva o proyección estereográfica, con los cuales se reduce a un mero juego o trabajo manual ameno y paciencioso lo que de otro modo resultaría una verdadera monstruosidad pedagógica.

* * *

Cuando al lado del inolvidable y siempre recordado con veneración doctor Fernández Navarro daba yo alguna que otra clase práctica de Cristalografía a jóvenes que hoy ya son compañeros míos, recuerdo que había un globo de cristal que se abría por el ecuador, en cuyo plano estaba colocado un disco de vidrio. En el centro se podía disponer una mitad de un cristal, cuyas caras llevaban perpendicularmente clavadas unas varillas de latón que iban a tocar interiormente al hemisferio superior o “boreal”.

Ese modelo no pasaba de ahí, lo mismo que un folleto litografiado del Sr. Pardillo Vaquer, con las representaciones de las clases cristalinas y sus dominios en la esfera correspondiente, circunscrita a cada ejemplo de cristal.

He procurado dar un paso mejorando la construcción alemana del aparato de la cátedra de Cristalografía de Madrid y completando el trabajo didáctico del que fué mi catedrático de Cristalografía el primer año que funcionó en la Universidad de Barcelona la Sección de Ciencias Naturales.

Muy sencillo, modesto y hasta risible es el material de que me he valido. Nada de utensilios pretenciosos de alta firma. Hanme bastado dos magníficos tapafrutas de tela metálica, de los que se venden en las tiendas de ferretería y menaje de cocina. Un corte de tijeras en el cerco ecuatorial de uno de tales artefactos permite dilatar un poco su circunferencia para poder rodear el cerco del otro tapafrutas y hacer así una esfera cuando acabemos de construir el modelo.

Dejemos el artefacto con el ecuador cortado por el tijeretazo. Y vamos con el otro hemisferio.

Cogeremos ahora un cristal de barro o cartón, de los más familiares: el cubo, por ejemplo. Dispondremos un cierto número de trozos, algo largos, de alambre de hierro galvanizado, ni demasiado fino ni demasiado grueso. Y atravesaremos de parte a parte el cristal por los vértices, puntos medios de las aristas y centros de las caras, según las direcciones áxicas.

Todos los ejes situados en el plano perpendicular a una de las tres zonas del cubo—plano, claro está, principal de simetría; ejes, evidentemente, representados y materializados por una estrella de cuatro diámetros de alambre—van a parar al cerco del tapafrutas intacto.

No nos queda sino atravesar la redecilla y dar con el alambre una o dos vueltas alrededor del cerco. Hecho esto con los ocho extremos ya tenemos sólidamente fijado el cristal en el centro del plano ecuatorial.

Por los vértices del cubo emergen otros cuatro alambres. Empujemos sus extremos para que atraviesen convenientemente la tela metálica del tapafrutas en cuyo interior tenemos el cristal y sus alambres-ejes. Doblémoslos en gancho, tiremos ahora hacia abajo y cortemos los cabos sobrantes por debajo del cristal si no queremos complicar la obra con el hemisferio inferior, qué tenemos aparte, complicación nada conveniente.

Nos quedan el eje cuaternario vertical y cuatro ejes binarios. Los respectivos alambres emergen por la cara superior y las cuatro aristas

que la limitan. No hay sino hacer lo mismo con estos alambres y la tela metálica hemisférica.

Ahora en cada lugar de enlace de los alambres con ésta ataremos un largo hilo blanco—por ejemplo—grueso y tenaz. Son *nueve* hilos. Cada hilo vamos a volverlo hacia el interior del hemisferio, de manera que cuelgue verticalmente por dentro. Dejaremos la operación aquí. (El hilo correspondiente al eje vertical cuaternario coincide con éste; puede, pues, ser suprimido.)

Tomemos seguidamente hilo grueso, rojo, por ejemplo. Con él haremos tantos meridianos como planos de simetría subtienden los ejes por sus puntos de amarre a la tela metálica. Los dos ejes horizontales cuaternarios—que yacen en el ecuador—subtienden, desde el cerco de hierro, dos meridianos. Los dos ejes binarios intermedios fijan otros dos meridianos. En el punto 45° de cada uno de estos últimos meridianos ha de terminar el extremo de un alambre-eje ternario. Y por cada dos polos contiguos de ejes ternarios pasa otra semicircunferencia máxima de hilo rojo, cuyos extremos terminan precisamente en los extremos de los alambres-ejes cuaternarios, situados en el plano ecuatorial del tapafrutas. Estos hilos pasan, además, por el amarre-polo de eje-alambre binario intermedio a dos ternarios contiguos.

Ahora cogemos 17 discos de papel blanco, engomados por una cara, del diámetro de una moneda de dos céntimos, por ejemplo. Escribiremos las respectivas notaciones cristalográficas de Miller, de las cuatro caras verticales del cubo, de la cara superior del mismo; de las cuatro truncaduras verticales; de las cuatro truncaduras horizontales superiores; de las cuatro truncaduras respectivas a los vértices superiores del sólido. En una palabra: caras de octaedro estas últimas y caras de rombo-dodecaedro aquellas ocho anteriores.

Adheriremos estos discos sobre la tela metálica en los puntos oportunos, que no es necesario especificar.

Es ahora el momento de trabajar con los hilos blancos colgantes y con el tapafrutas inferior. Cojámoslos todos por su largo extremo; ator-nillémoslos como si los arrollásemos en rosca, y pasemos el grueso haz a través del polo de este tapafrutas vuelto hacia arriba. Hagamos que su cerco de hierro, cortado, abrace por completo el cerco intacto del hemisferio que contiene el cristal, alambres, meridianos, etc. Y tomemos exacta posición del punto en que estos hilos blancos tocan a los cuatro diámetros ecuatoriales de alambre. En cada punto liaremos un trozo de lana roja de hacer punto de jersey, anudándolo al alambre. Claro está que para eso hemos vuelto a separar bastante el hemisferio inferior.

Con hilo rojo vamos a unir ahora los extremos de los dos diámetros-alambres-ejes cuaternarios, por medio de arcos que deberán pasar precisamente por tres puntos rojos seguidos, a un lado y a otro de cada diámetro, señalados con el trozo de hilo de lana anudado.

Finalmente, alrededor del punto de amarre de un eje-alambre ternario dispondremos una pequeña circunferencia de alambre, sujeta a la tela metálica del hemisferio. Ya habremos advertido cómo cada polo ternario queda claramente confirmado por tres hilos—meridianos—rojos. Esta circunferencia de alambre cortará en seis puntos a los tres meridianos. En los sectores intermedios fijaremos otros seis nudos de lana roja, y además seis hilos blancos gruesos, largos y tenaces.

Estos hilos los reuniremos por sus cabos, en haz, que pasaremos por el orificio del polo "sur" (hemisferio o tapafrutas inferior). Una vez colocado éste como antes con respecto al cerco del hemisferio "boreal", fijaremos una pequeña circunferencia de alambre a los alambres-diámetros ecuatoriales, por medio de ligaduras de hilo o de hilo de cobre. Y señalaremos los puntos en que a él tocan los hilos procedentes de los nudos rojos de la circunferencia situada en la superficie exterior de la tela metálica del susodicho hemisferio boreal.

El tamaño de la circunferencia-proyección será tal, que las generatrices de la superficie cónica que forman los seis hilos blancos no sufran ninguna deformación de su trazado tenso, rectilíneo.

Por el agujero del hemisferio inferior salen los dos haces de hilos. Arrollémoslos a un grueso trozo de alambre, al que daremos vueltas sobre sí mismo. Adosaremos bien los dos cercos mutuamente; los hilos, bien tensos. Protegeremos y reforzaremos la superposición de los dos cercos mediante una tira de esparadrapo (lám. V).

Ya está terminada la pacientísima labor, escuela de disciplina para nervios exaltados y también para temperamentos que se tienen por pacíficos, pero, en cambio, no pueden realizar operaciones manuales como las que acabamos de describir.

No queda sino coger entre ambas manos la esfera de tela metálica, jaula que lleva por silencioso pájaro de plumas hirsutas nada menos que un cristal. Y aplicar exactamente el ojo al polo sur, es decir, al *punto de vista*.

Y se verá cómo los meridianos rojos, que son planos de simetría, y los discos, que son polos, y los ejes-alambres se proyectan perfectamente sobre el ecuador, confirmando líneas y arcos previamente dispuestos en éste. Y, sobre todo, de una manera tangible, que no exige demostraciones geométricas, y aclara y confirma a éstas mismas, se ob-

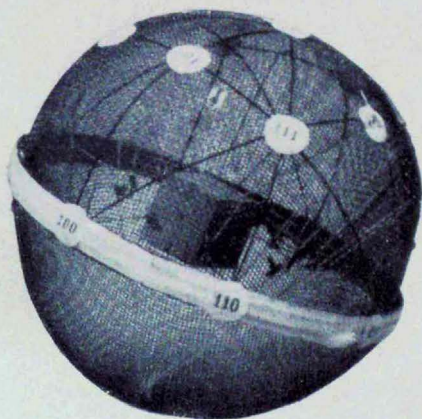
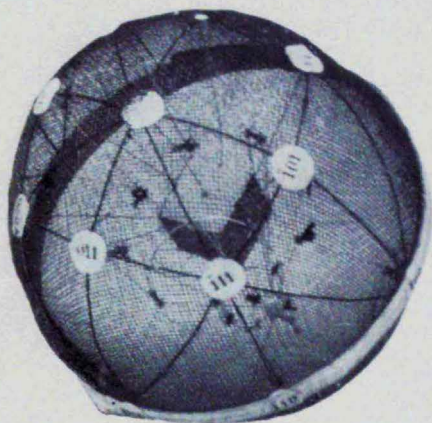
servará cómo un círculo o circunferencia menor se proyecta como un círculo en el ecuador—los dos círculos de alambre—, a pesar de que *parece* que hemos de ver un círculo en escorzo, es decir, una elipse. Como tal elipse lo vemos allá en la tela metálica del otro hemisferio; pero nos convenceremos por los propios ojos de que su perspectiva sobre el ecuador no es ni más ni menos que un círculo.

Todavía cabe hacer otra filigrana. Un “capotillo” de tela negra, gruesa, lo adaptaremos perfectamente al hemisferio opuesto al punto de vista. Luego practicaremos en la tela tantas perforaciones como *polos*. Con otra envoltura ocultaremos el otro hemisferio, con un orificio correspondiente al punto de vista. Y por él miraremos nuevamente, viendo los polos proyectados en el ecuador como si fueran otras tantas bombillas eléctricas.

* * *

Creemos una vez más que tanto como hacer ciencia vale enseñarla y procurar enseñarla bien. Hay mucho bueno en las metodologías extranjeras, pero no hay que desmayar. Procuremos honrar y mejorar la nuestra autóctona¹.

¹ Otro día explicaremos prácticamente algunas proyecciones de aplicación cartográfica, valiéndonos de esos dos modestísimos y baratos tapanfrutas...



Modelo didáctico para comprender las proyecciones estereográficas;
en dos posiciones diferentes. *(Foto. Rayo y Gómez.)*