

# DETERMINACIÓN DE LA FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN Y EL BENEFICIO MÁXIMO EN EXPLOTACIONES LECHERAS EXTENSIVAS EN ARGENTINA

## PRODUCTION FUNCTION AND MAXIMUM PROFIT DETERMINATION FOR EXTENSIVE DAIRY FARMS IN ARGENTINA

García Martínez, A.<sup>1</sup>, J. Martos Peinado<sup>1</sup>, J.J. Rodríguez Alcaide<sup>1</sup>, R. Acero de la Cruz<sup>1</sup>, E. Schilder<sup>2</sup> y A. Galetto<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Facultad de Veterinaria. Departamento de Producción animal. Universidad de Córdoba. Avda. Medina Azahara 7. 14005 Córdoba. España.

<sup>2</sup>Estación Experimental Rafaela del INTA. C.C. 22. 2300 Rafaela Pcia. Santa Fe. Argentina.

### PALABRAS CLAVE ADICIONALES

Producción lechera

### ADDITIONAL KEYWORDS

Milk production

### RESUMEN

Se propone un modelo que simula la función de producción láctea de la Cuenca Central Santafesina (Argentina) a partir del número de vacas y el consumo de concentrado por año y explotación. Asimismo se determina la función del beneficio por explotación, en condiciones extensivas y dependiendo de los precios de mercado de factores y productos. Partiendo de dos supuestos diferentes se determinan las combinaciones de concentrado por explotación y número de vacas, que maximizan el beneficio.

### SUMMARY

This study proposes a model which simulates the milk production function in the *Cuenca Central Santafesina* (Argentina) taking the number of cows and concentrate consumption per year and farm as independent variables. The optimum profit in the extensive dairy farms, in accordance with the market prices of factors and products, is also determined.

The combinations of concentrate per farm and number of cows, for the maximum profit, are determined.

### INTRODUCCIÓN

El presente trabajo pretende: determinar la función de producción de leche en la Cuenca Central de Santa Fe (Argentina) en función del número de vacas y cantidad de concentrado consumido, mediante análisis de la regresión múltiple no lineal; establecer una función que exprese el beneficio considerando el precio de la leche, el coste de la entrada en producción de una vaca, los costes de producción y el precio del concentrado y por último, establecer un modelo, que facilite a los ganaderos y asesores del sector simular la dimensión óptima, en función de los precios de mercado.

## METODOLOGÍA

La población está integrada por 853 tambos en un sistema extensivo de producción, fundamentalmente pastoril, de la Cuenca Central de Santa Fe, en los que la carga ganadera por hectárea es baja y se utiliza sólo alguna suplementación. Sólo se consideran las explotaciones en las que la tierra es un factor sin restricción, ya que el aumento de la carga implica un mayor grado de intensificación. El ganado pertenece a la raza Holando Argentina y su producción se entrega a una industria láctea regional. El tamaño de la muestra depurada es de 83 tambos.

## DESCRIPCIÓN Y VALOR ASIGNADO A LAS VARIABLES

a) *Función de producción*

*L*- Es la producción láctea por explotación y año [1] considerando las entregas totales por explotación. No incluye la leche destinada a autoconsumo (sea para la alimentación humana o animal). Se considera una lactación media de 305 días.

*VT*- Es el número total de vacas presentes por explotación, sean de ordeño o secas.

*CT*- Concentrados consumidos por explotación y año (kg). Principalmente granos de sorgo y maíz, pero también subproductos de molinería como afrechillo de trigo, semilla de algodón y balanceados comerciales cuyo porcentaje proteico oscila entre el 12 y el 20 p.100.

Este índice refleja las condiciones predominantemente pastoriles de la nutrición en la región lechera central que

**Tabla I.** Determinación del coste anual por vaca ( $P_{VP}$ ). (Determination of annual cost per cow).

	Dólares
Valor de adquisición/vaca	750
Valor residual/vaca	302,5
Coste anual de adquisición/vaca	111,88
Inversión anual/tambo/vaca	48
Coste producción*	427,96
Total coste anual vaca	587,84

\*Sin concentrados  
Fuente: Ostrowski (1994)

son similares a la del resto de la República Argentina (Zender *et al.*, 1993; Schilder y Bravo-Ureta, 1994 y Rodríguez Alcaide *et al.*, 1995a y b).

b) *Máximo beneficio*

*r*- Concentrado por vaca y año (kg), donde:

$$r = CT / VT$$

*r'*- Concentrado por vaca y día de lactación, donde:

$$r' = r / 305$$

$P_L$ - Precio del litro de leche. Se estima que los precios se comportan de acuerdo a una curva de demanda horizontal, en la que el precio unitario no viene determinado por la cantidad de leche producida. Se simulan dos escenarios que se corresponden con los precios de invierno y de verano.

Invierno (precio máximo)  
 $P_L = 5,8 * 0,034 = 0,20$  US \$/l

Verano (precio mínimo)  
 $P_L = 4,41 * 0,034 = 0,15$  US \$/l

## FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN Y MÁXIMO BENEFICIO

**Tabla II.** Detalle de inversiones por tambo extensivo de 556 hectáreas y con 350 vacas en la Cuenca Central Santafesina (Argentina). (Investments in a extensive dairy farm from the Cuenca Central Santafesina, Argentina (556 ha and 350 cows)).

Concepto	Dólares
Bomba de agua y perforación	2.000
Obra civil, tambo completo	70.000
Aguada completa	2.500
Sala de ordeño en tándem	5.590
Máquina ordeño de 22 plazas	15.600
Comederos de llenado mecánico	11.195
Consolidación de caminos	1.000
Silo 15 tm	3.000
Grupo electrógeno 35 KWA	10.000
Tanque de frío 15.000 l	37.245
Termotanque	300
Intercambiador a placas 3300 l/h	1.400
Estacas para terneros	500
Alumbrado eléctrico y electrificador	2.862
Gastos varios	10.000
Planta de silos 500 tm	20.000
Fábrica de piensos	35.000
Tractor usado y desmalezadora	20.000
Total inversiones equipos y mejoras	248.192
Amortización anual/vaca	48

Fuente: Revista Márgenes Agropecuarios

para un contenido graso del 3,4 p.100 y un precio del kilogramo de grasa butirosa de 5,8 y 4,41 dólares respectivamente.

$VR$ - Valor residual de la vaca. Según las cotizaciones de la revista *Márgenes agropecuarios*, el precio del kg es de 0,55 dólares lo que a un peso vivo de 550 kg/vaca, equivale a 302,5 dólares/vaca.

$P_{CT}$ - Precio del concentrado; se establece por término medio en 0,13 dólares/kg según las cotizaciones medias de la revista *Márgenes agropecuarios*.

$P_{VT}$ - Coste anual por vaca. Se compone (**tabla I**) de tres partes:

- El coste anual de adquisición, se calcula según la expresión:

$$(VA-VR)/Vida\ útil$$

la vida útil en la provincia de Santa Fe, es de cuatro lactaciones; es decir cuatro años.

- El coste anual de las inversiones por tambo y vaca es el cociente entre el coste anual de la maquinaria (**tabla II**) y el número de vacas.

- El coste de producción por vaca se deriva de la puesta en producción de un nuevo equipo productivo sin considerar el consumo de concentrado. Se muestra detallado en la **tabla III**.

**Tabla III.** Determinación del coste de producción por vaca y año. (Annual production costs by cow in a dairy farm from the Cuenca Central Santafesina (Argentina)).

Coste de producción	dólares/vaca
Consumo de pasturas y verdes	135,00
Sanidad	25,42
Inseminación artificial y control lechero	60,36
Energía	17,47
Personal	85,15
Mantenimiento	33,36
Supervisión y varios	71,17
Total	427,93

Fuente: Ostrowski (1994)

Para su cálculo se supone que los gastos evolucionan de modo continuo aunque en la realidad sean discontinuos, de modo que la inversión y los costes se estiman para una densidad y por lo tanto para una dimensión. Los datos medios (**tabla I**) se obtienen de tambos extensivos de 556 ha de SAU, con densidad media de 0,63 vacas/ha.

#### DETERMINACIÓN DE LA FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN

Con los datos obtenidos sobre producción  $L$ , número total de vacas  $VT$  y concentrado consumido  $CT$ , se ajusta un modelo de regresión múltiple no lineal, considerando que  $L$  es la variable explicada (Pindyck y Rubinfeld, 1980). El modelo empleado es:

$$L = a_1 VT + a_2 VT^2 + b_1 CT + b_2 CT^2 + \text{error} \quad [1]$$

Cuyos coeficientes vienen reflejados en la **tabla IV** y que adquiere la representación espacial que se muestra en la **figura 1**.

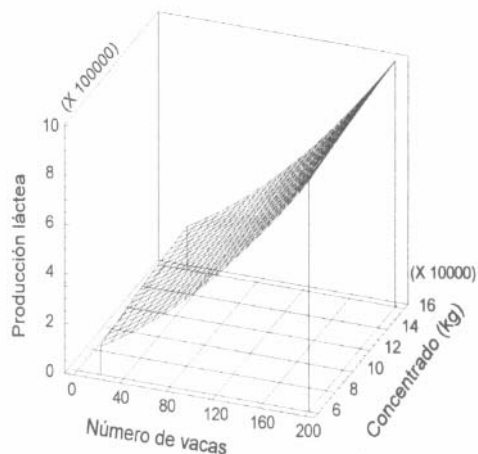
#### DETERMINACIÓN DEL BENEFICIO

Se trata de determinar el efectivo

**Tabla IV.** Modelo de resultados ajustados (Model fitting results).

Variable independiente	Coefficiente	Error estándar	t	Nivel de significación
VT	2.200,99	391,81	5,62	0
VT <sup>2</sup>	10,56	2,24	4,7	0
CT	1,26	0,37	3,37	0
CT <sup>2</sup>	-2,83 E-6	1,33 E-6	-2,13	0,04

R-SQ. (ADJ)=0,98; SE=57185,29; MAE=42577,86; Durbin-Watson = 2,08



**Figura 1.** Función de producción en un tambo extensivo en la Cuenca Central Santafesina (Argentina). (Production function in a extensive dairy farm of Cuenca Central Santafesina (Argentina)).

ganadero (número de vacas y consumo de concentrado) que dispone la empresa, para que a precios de factores y productos conocidos, maximice el beneficio.

Considerando que  $P_L$ ,  $P_{VT}$  y  $P_{CT}$  son los precios descritos anteriormente, el beneficio por leche viene expresado por la ecuación [2] estando la producción  $L$  definida por la función [1] con los coeficientes reflejados en la **tabla IV**.

Beneficios por leche = Ingresos por leche - costes de producción láctea.

$$B = P_L * L - (P_{VT} * VT + P_{CT} * CT) \quad [2]$$

La condición necesaria para que el beneficio ( $B$ ) sea máximo ó mínimo es:

$$\delta B / \delta VT = 0$$

$\delta$  : derivada parcial

$$\delta B / \delta CT = 0$$

dado que:

## FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN Y MÁXIMO BENEFICIO

$L = f(VT, CT)$ ; según el modelo estimado en [1].

Se obtienen por tanto de [1] y [2] las siguientes ecuaciones:

$$\delta B / \delta VT = P_L (a_1 + 2a_2 VT) - P_{VT} = 0$$

$$\delta B / \delta CT = P_L (b_1 + 2b_2 CT) - P_{CT} = 0$$

Despejando VT y CT respectivamente se sigue:

$$VT_0 = (P_{VT} / P_L - a_1) / 2a_2 \quad [3]$$

$$CT_0 = (P_{CT} / P_L - b_1) / 2b_2$$

Para que  $VT_0$  y  $CT_0$  sean positivos, las restricciones que se han de imponer son:

$$P_{VT} / P_L - a_1 > 0, \text{ dado que } a_2 > 0 \Rightarrow P_{VT} / P_L > a_1$$

$$P_{CT} / P_L - b_1 < 0, \text{ dado que } b_2 < 0 \Rightarrow P_{CT} / P_L < b_1 \quad [4]$$

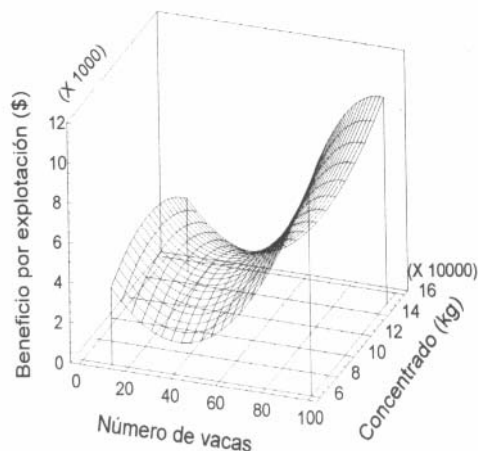
Para que en el punto crítico ( $VT_0$ ,  $CT_0$ ) obtenido de [3] el beneficio sea máximo o mínimo es condición suficiente que el determinante de la matriz hessiana H sea positivo:

$$|H| = \begin{vmatrix} \delta^2 B / \delta^2 VT & \delta^2 B / \delta VT \delta CT \\ \delta^2 B / \delta CT \delta VT & \delta^2 B / \delta^2 CT \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2a_2 P_L & 0 \\ 0 & 2b_2 P_L \end{vmatrix}$$

En este caso el determinante tiene por valor:

$$|H| = 4 a_2 b_2 P_L^2 < 0; \text{ Dado que: } a_2 > 0 \text{ y } b_2 < 0$$

Así pues el punto crítico antes aludido es un *punto de silla* o *punto hiperbólico*; como consecuencia, el plano tangente del punto deja parte de la superficie [2] por



**Figura 2.** Función de beneficio en un tambo extensivo en la Cuenca Central Santafesina (Argentina). (Profit function in a extensive dairy farm of Cuenca Central Santafesina (Argentina)).

encima y por debajo de este (**figura 2**).

En efecto, al considerar la función [2] expresada en la forma:

$$B = g(VT, CT)$$

dejando libre una de las dos variables y manteniendo constante la otra se obtiene:

$$g_1(VT) = g(VT, K) \quad [5]$$

Que presenta un mínimo para el valor  $VT_0$  obtenido en [3] dado que:

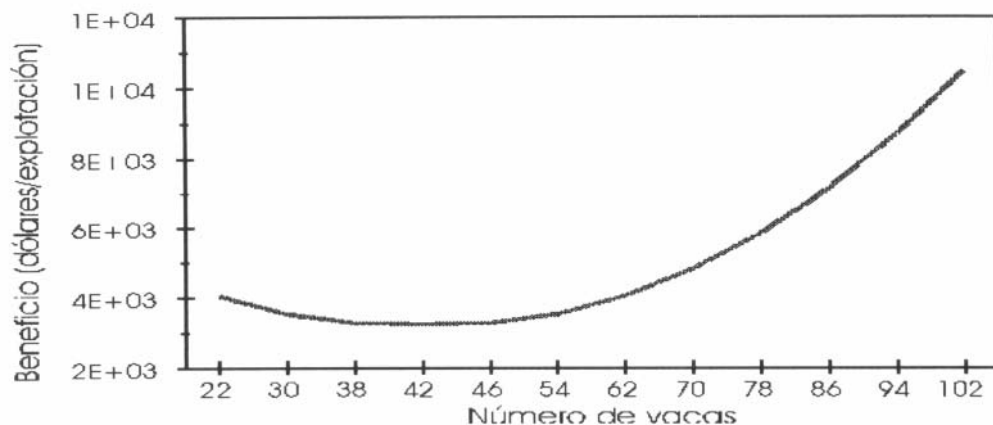
$$\delta^2 B / \delta^2 VT = 2 a_2 P_L > 0; \text{ pues } a_2 > 0$$

$$g_2(CT) = g(K, CT) \quad [6]$$

Que presenta un máximo para el valor  $CT_0$  obtenido en [3] dado que:

$$\delta^2 B / \delta^2 CT = 2 b_2 P_L < 0; \text{ pues } b_2 < 0$$

## FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN Y MÁXIMO BENEFICIO



**Figura 3.** Beneficio y número de vacas (consumo de concentrado de 112.835 kg) en la Cuenca Central Santafesina (Argentina). (Profit and number of cows with 112.835 kg concentrate consumed in a extensive dairy farm of Cuenca Central Santafesina (Argentina)).

tipo se considera un modelo de explotación con un alto efectivo ganadero y en consecuencia, al disponer de la misma cantidad total de concentrado, bajo nivel de suplementación. La cuestión que se plantea es determinar cual de los dos modelos de explotación es más rentable.

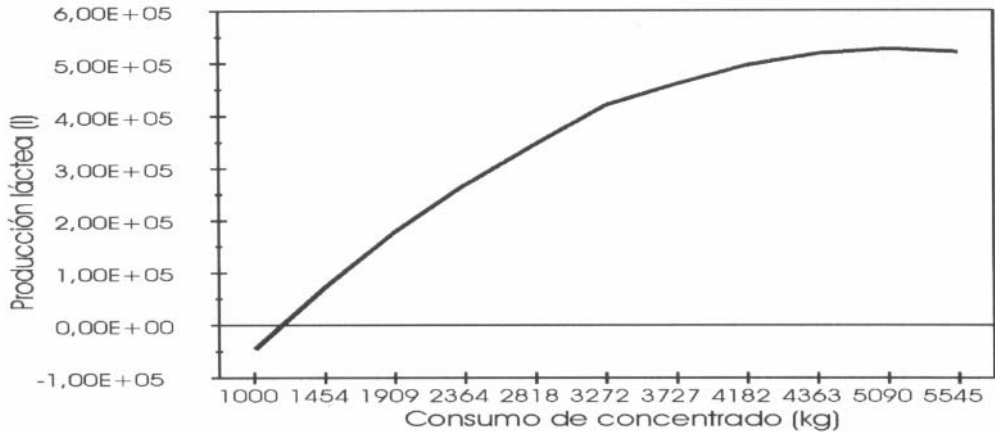
En la **tabla VII** se refleja el beneficio máximo según distintas dimensiones del hato considerando que por explotación se consume 112.835 kg de concentrado. La simulación se realiza para consumos de concentrado (r) por vaca y año que oscilan entre 1.100 kg y 5.000 kg, lo que genera un intervalo del hato entre 22 y 102 vacas. Para un número de vacas igual a 42, se obtiene el menor de los beneficios; como consecuencia se puede encontrar una dimensión del hato, por defecto y por exceso del tamaño mínimo, tal que el beneficio máximo sea similar (**figura 3**).

En la **tabla VII** se encuentran dos dimensiones de hato, con 22 y 62 vacas

que se ajustan a la condición anteriormente aludida. La explicación que justifica esta situación, con el supuesto inicial de una cantidad fija de concentrado para todas las explotaciones independiente del número de vacas, es la siguiente: al disminuir el consumo de concentrado (r) por vaca y día la producción por vaca disminuye pero por explotación queda compensada por la producción de las vacas que se incorporan al hato.

La conclusión de esta situación es que en aquellos hatos en los que no exista restricción de superficie para el ganado lechero, interesa aumentar el tamaño del mismo en la medida que el beneficio por explotación generado por la incorporación de una vaca al hato sea superior a las pérdidas existentes como consecuencia de la reducción de la producción individual.

*Segunda opción.* Al considerar una cantidad fija de vacas y variar el concentrado por vaca se obtiene una curva de



**Figura 4.** Producción láctea y consumo de concentrados en un tambo extensivo de 22 vacas en la Cuenca Central Santafesina (Argentina). (Milk production and concentrate consumption in a 22 cows extensive dairy farm in the Cuenca Central Santafesina (Argentina)).

producción que se comporta según la ley de los rendimientos decrecientes, donde se establece que el producto marginal del factor de producción concentrado dismi-

nuye, traspasado un determinado nivel, al incrementarse la cantidad empleada de concentrado. Asimismo la función de producción presenta un primer tramo

**Tabla VII.** Simulación del beneficio máximo para un consumo de 112.835 kg de concentrado por explotación ( $CT_0$ ) en la Cuenca Central Santafesina (Argentina). (Maximun profit simulation for a concentrate consumption of 112.835 kg by dairy farm in the Cuenca Central Santafesina (Argentina)).

r (kg/vaca/año)	r' (kg/vaca/día)	Vacas por explotación	Producción (l/explotación)	Beneficio máximo (dólares/explotación)
5.129	16,80	22	160.304	4.047
3.761	12,33	30	180.306	3.533
2.969	9,73	38	205.661	3.277
2.686	8,81	42	217.740	3.245
2.453	8,04	46	230.367	3.278
2.089	6,85	54	256.426	3.536
1.820	5,96	62	283.838	4.052
1.612	5,29	70	312.601	4.826
1.446	4,74	78	342.716	5.856
1.312	4,30	86	374.184	7.145
1.200	3,94	94	407.003	8.690
1.106	3,62	102	441.175	10.493

Coste anual = 587,84 dólares/vaca; Precio concentrado = 0,13 dólares/kg; Precio de la leche = 0,20 dólares/litro

## FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN Y MÁXIMO BENEFICIO

**Tabla VIII.** Simulación del beneficio máximo para un número total de 22 vacas/explotación (VT<sub>22</sub>) en la Cuenca Central Santafesina (Argentina). (Maximun profit simulation for a 22 cow dairy farm in the Cuenca Central Santafesina (Argentina)).

r (kg/vaca/año)	r' (kg/vaca/día)	Consumo de concentrado*	Producción (l/explotación)	Beneficio máximo (dólares/explotación)
1.000	3,27	22.000	79.847	-352
1.454	4,77	32.000	91.058	563
1.909	6,28	42.000	101.607	1.372
2.364	7,75	52.000	111.597	2.074
2.818	9,24	62.000	121.027	2.669
3.272	10,73	72.000	129.896	2.235
3.727	12,22	82.000	138.206	3.540
4.182	13,7	92.000	145.956	3.815
4.363	15,2	102.000	153.148	3.984
5.090	16,7	112.000	159.776	4.046
5.545	18,18	122.000	165.845	4.002

\*kg/explotación

Costo anual = 587,84 dólares/vaca; Precio concentrado = 0,13 dólares/kg; Precio de la leche = 0,20 dólares/litro

creciente y un tercero de rendimientos negativos. Estos dos tramos son de irracionalidad técnica ya que existen otras intervalos en los que se podría obtener

igual producción administrando menos pienso por vaca o generar mayor producción láctea a igual cantidad de consumo de concentrado (figura 4).

**Tabla IX.** Simulación del beneficio máximo para un número total de 42 vacas/explotación (VT<sub>42</sub>) en la Cuenca Central Santafesina (Argentina). (Maximun profit simulation for a 42 cow dairy farm in the Cuenca Central Santafesina (Argentina)).

r (kg/vaca/año)	r' (kg/vaca/día)	Consumo de concentrado*	Producción (l/explotación)	Beneficio máximo (dólares/explotación)
1.000	3,27	42.000	159.148	570
1.714	5,62	72.000	187.437	2.356
2.429	7,96	102.000	210.687	3.182
2.666	8,74	112.000	217.316	3.245
2.905	9,52	122.000	223.386	3.200
3.143	10,3	132.000	228.896	3.049
3.381	11,08	142.000	233.846	2.792
3.619	11,86	152.000	238.236	2.427
3.857	12,64	162.000	242.068	1.956
4.095	13,42	172.000	245.336	1.379

\*kg/explotación

Costo anual = 587,84 dólares/vaca; Precio concentrado = 0,13 dólares/kg; Precio de la leche = 0,20 dólares/litro



**Tabla X.** Simulación del beneficio máximo para un número total de 85 vacas/explotación ( $VT_0$ ) en la Cuenca Central Santafesina (Argentina). (Maximum profit simulation for a 85 cow dairy farm in the Cuenca Central Santafesina (Argentina)).

r (kg/vaca/año)	r' (kg/vaca/día)	Consumo de concentrado*	Producción (l/explotación)	Beneficio máximo (dólares/explotación)
1.000	3,27	85.000	350.462	6.557
1.117	3,66	95.000	358.044	6.800
1.235	4,05	105.000	365.066	6.937
1.318	4,32	112.000	369.648	6.967
1.470	4,82	125.000	377.429	6.969
1.705	5,59	145.000	387.553	6.418
1.941	6,36	165.000	395.436	5.519
2.171	7,13	185.000	401.080	4.117
2.411	7,9	205.000	404.483	2.441
2.647	8,67	225.000	405.647	263

\*kg/explotación

Coste anual = 587,84 dólares/vaca; Precio concentrado = 0,13 dólares/kg; Precio de la leche = 0,20 dólares/litro

Igualmente los beneficios marginales responden a la curva de rendimientos decrecientes. En un primer tramo el beneficio crece de modo creciente respecto al factor, en un segundo tramo de rendimientos decrecientes necesita mayor cantidad de concentrado para lograr pequeños incrementos del beneficio. En el último tramo el beneficio ya no responde al concentrado, incluso disminuye en esta fase de rendimientos negativos (**tablas VIII, IX y X**).

Dentro de la zona de rendimientos decrecientes el punto de máximo beneficio va a depender de la relación de precios, así para un tamaño de 22 vacas presentes, con un precio del litro de leche de 0,20 dólares y un precio del concentrado de 0,13 dólares/kg el máximo beneficio se alcanza con 5.090 kg de concentrado por vaca y año (**tabla VIII**). Con

un tamaño de explotación de 42 vacas e iguales precios del factor y del producto el beneficio máximo se alcanza con 2.666 kg de concentrado por vaca y año (**tabla IX**). En ambos con 85 vacas el beneficio máximo se alcanza con 1.352 kg de concentrado por vaca y año (**tabla X**).

Esta segunda opción se complementa con la primera ya que indica que las explotaciones pequeñas que quieren alcanzar el máximo beneficio deben tender a unas productividades muy altas, en tanto que en las de mayor dimensión el beneficio máximo se alcanza como consecuencia de disponer de superficie con el correspondiente aporte nutricional que supone y tan solo necesitan cierta suplementación, obteniéndose el beneficio no como consecuencia de altas productividades sino por la capacidad de la finca para alimentar al ganado.

# FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN Y MÁXIMO BENEFICIO

## BIBLIOGRAFÍA

- Barrenechea, A.A. y A.J. Galetto. 1992. Influencia del tamaño y la tecnología sobre los resultados económicos en modelos de producción lechera. Edit Estación experimental Rafaela del INTA. Argentina.
- Ostrowski, B. 1994. Tambo: inversiones de diferente intensidad. Edit *Márgenes agropecuario*. 38:34.
- Pindyck, R.J. y D. Rubinfeld. 1980. Modelos Econométricos. Ed. Labor. Madrid, 130-150.
- Rodríguez Alcaide, J.J., A. García Martínez, J. Martos Peinado, E. Schilder y A. Galetto. 1995a. Cuantificación económica de la incidencia de factores zootécnicos en la producción láctea (Argentina). *Arch. Zootec.*, 44: 411-419.
- Rodríguez Alcaide, J.J., A. García Martínez, J. Martos Peinado, E. Schilder y A. Galetto. 1995b. Cuantificación económica de la incidencia de factores de alimentación en la producción láctea (Argentina). *Arch. Zootec.*, 45: 3-14.
- Schilder, E.D. y B.E. Bravo-Ureta. 1994. Análisis de costos en explotaciones lecheras de la región central argentina con algunas comparaciones internacionales. Instituto Nacional de Tecnología Agropecuaria Rafaela. Rafaela. Argentina.
- Zender, R., E. Schilder, A. Galetto, S. Borga y F. Rassiga. 1993. Resultados técnico económicos de los tambos de la cuenca lechera de Santa Fe 1992. Edit. Estación Experimental Rafaela del INTA. Argentina.

*Recibido: 7-5-95. Aceptado: 25-1-96.*